PROBLEMA 15

Una massa $m = 2\,Kg$ viene spostata in presenza del campo gravitazionale $\vec{g} = -10\vec{j}$ (si è supposto per semplicita' $g = 10\,m\,s^{-2}$) dal punto A di posizione (in metri) $\vec{r}_A = 2\vec{i} + 10\vec{j}$ al punto B di posizione (in metri) $\vec{r}_B = 5\vec{i} + 2\vec{j}$. lungo una traiettoria qualsiasi.

Quanto vale il vettore forza peso (in Newton) $\vec{F}$?

Quanto vale il vettore spostamento da A a B (in metri) $\Delta\vec{r}_{AB} \equiv \vec{r}_B - \vec{r}_A$?

Quanto vale il lavoro svolto dalla forza peso L_{AB} (in joule) per spostare la massa m da A a B ?

RISPOSTA

- $\vec{F}$ = ...
- $\Delta\vec{r}_{AB}$ = ...
- L_{AB} = ...

PROBLEMA 15 - SOLUZIONE

Dati $m = 2\,Kg$ e $\vec{g} = -10\vec{j}$ segue

$$\vec{F} = m\vec{g} = (2\,kg)(-10\,m\,s^{-2})\vec{j} = (-20\,N)\vec{j}$$

Dati $\vec{r}_B = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ e $\vec{r}_A = 2\vec{i} + 10\vec{j}$ segue

$$\Delta\vec{r}_{AB} \equiv \vec{r}_B - \vec{r}_A = (5-2)\vec{i} + (2-10)\vec{j} = 3\vec{i} - 8\vec{j}$$

Calcolo di L_{AB} modo 1: Scegliamo la traiettoria lungo il vettore $\vec{AB}$. Dalla definizione di lavoro segue:

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_{AB}$$

e numericamente

$$L_{AB} = (-20\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - 8\vec{j}) = +160\,joule$$

Calcolo di L_{AB} modo 2: Introduco un ulteriore p.to C di posizione $\vec{r}_C = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ e scelgo una traiettoria :$A \Rightarrow C \Rightarrow B$. Sarà

$$L_{AB} = L_{AC} \qquad\qquad L_{CB} = 0$$

Infatti:

$$\Delta\vec{r}_{AC} \equiv \vec{r}_C - \vec{r}_A = (2-2)\vec{i} + (2-10)\vec{j} = -8\vec{j}$$

$$L_{AC} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_{AC} = (-20\vec{j}) \cdot (-8\vec{j}) = +160\,joule$$

Inoltre:

$$\Delta\vec{r}_{CB} \equiv \vec{r}_B - \vec{r}_C = (5-2)\vec{\imath} + (2-2)\vec{\jmath} = 3\vec{\imath}$$

quindi

$$L_{CB} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_{CB} = (-20\vec{\jmath}) \cdot (3\vec{\imath}) = 0$$

Calcolo di L_{AB} modo 3: In via del tutto generale, senza specificare il tipo di traiettoria, poichè $\vec{F}$ è costante lungo una qualsiasi traiettoria sarà ;

$$L_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot \int_A^B d\vec{s}$$

Ora $d\vec{s} \equiv ds\vec{u}_T$ e per definizione di vettore tangente $\vec{u}_T \equiv \frac{d\vec{r}}{ds}$ quindi $d\vec{s} = d\vec{r}$, quindi

$$L_{AB} = \vec{F} \cdot \int_A^B d\vec{s} = \vec{F} \cdot \int_A^B d\vec{r}$$

ossia

$$L_{AB} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_{AB}$$

ed il calcolo di L_{AB} e' ricondotto al **modo 1**.