

Un'introduzione alla Meccanica Quantistica

La Teoria che nessuno capisce !

Chiunque non resti sconvolto dalla teoria quantistica, sicuramente
NON L'HA CAPITA

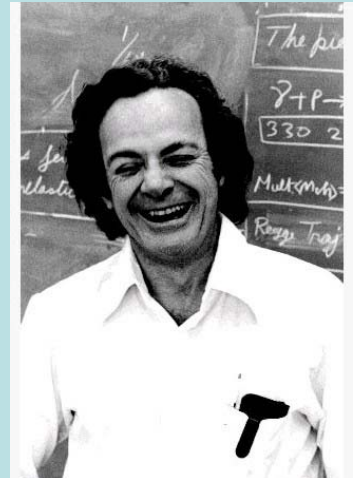
N. Bohr

Quanto piu` la teoria dei quanti incontra rilevanti successi, tanto piu`
appare FOLLE

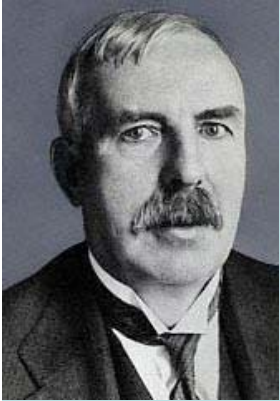
A. Einstein

... penso che si possa tranquillamente dire che NESSUNO CAPISCHE
la meccanica quantistica...

R.P. Feynman



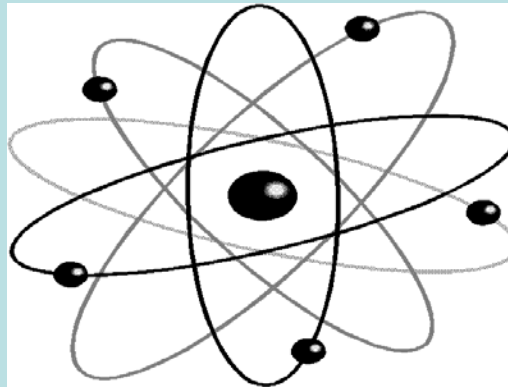
Inizi '900...



La materia e` fatta di ATOMI.

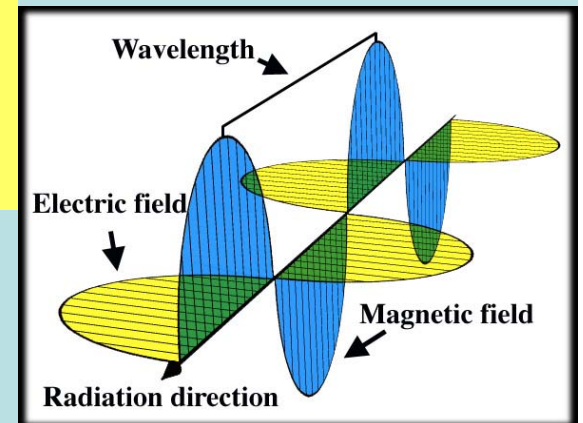
Rutherford (1911): l'atomo e` simile a un sistema solare in miniatura.

Elettroni e protoni sono PARTICELLE cariche elettricamente



Maxwell (1860 ca.):

La luce e` un tipo particolare di ONDA elettromagnetica



Il microcosmo all'inizio del '900

PARTICELLE

ONDE



Elettroni

Protoni

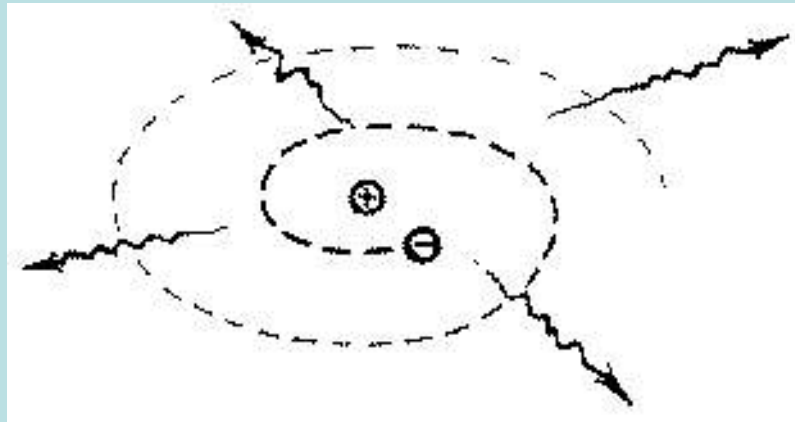
Luce (onde e.m.)

ma presto emersero un po' di problemi...

L'atomo di Rutherford e' INSTABILE!

Ogni particella carica, se accelerata, IRRADIA onde elettromagnetiche. Così facendo, PERDE ENERGIA.

L'elettrone finirebbe molto presto per SCHIANTARSI contro il protone!

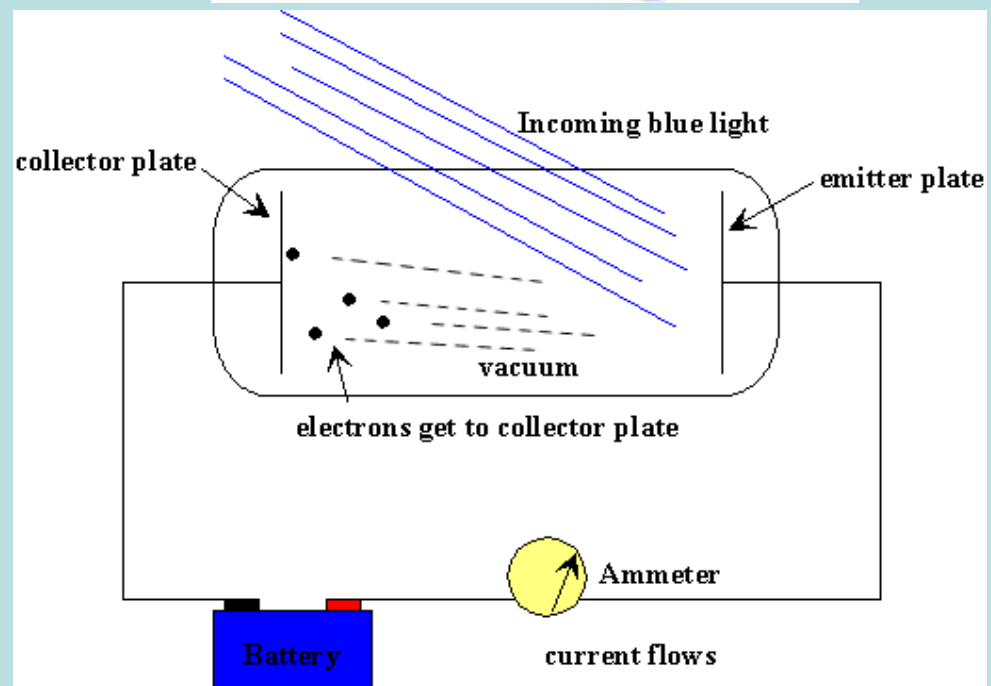
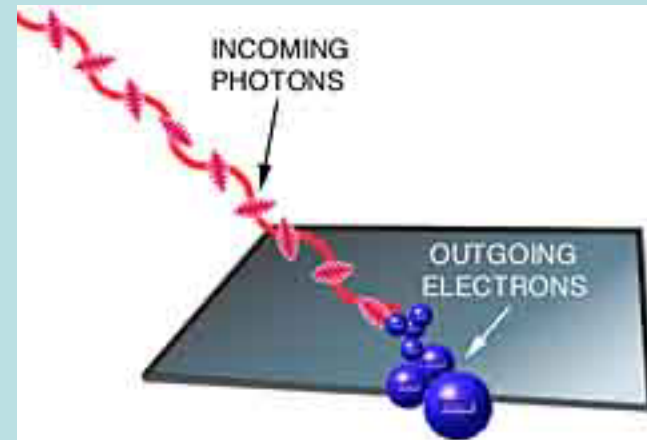


L'atomo vivrebbe solo una frazione di secondo...

L'effetto FOTOLETTRICO

la luce (FOTO) colpisce la superficie di un metallo e ne estrae ELETTRONI

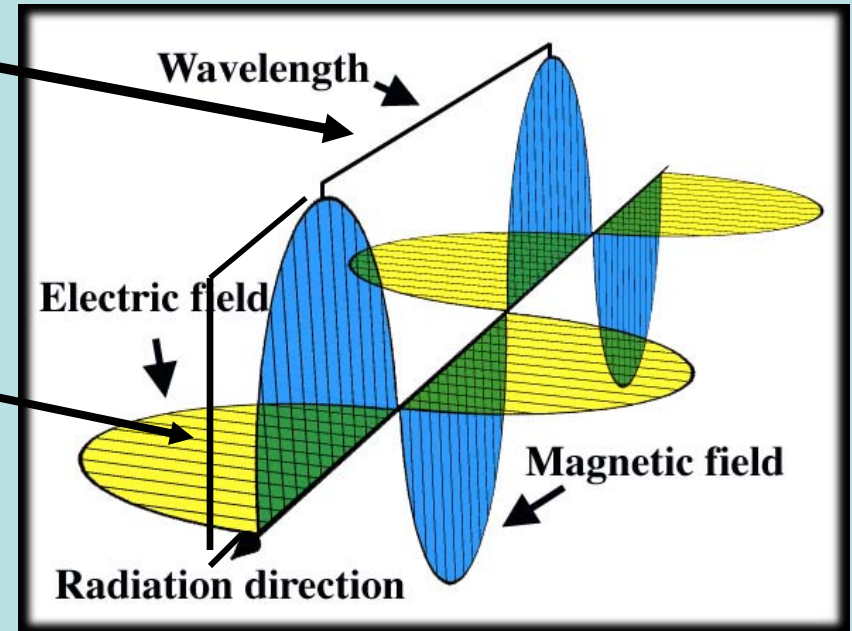
E' alla base del funzionamento delle fotocellule



Se la LUCE e' un'ONDA, cosa ci aspettiamo?

Lunghezza d'onda: λ

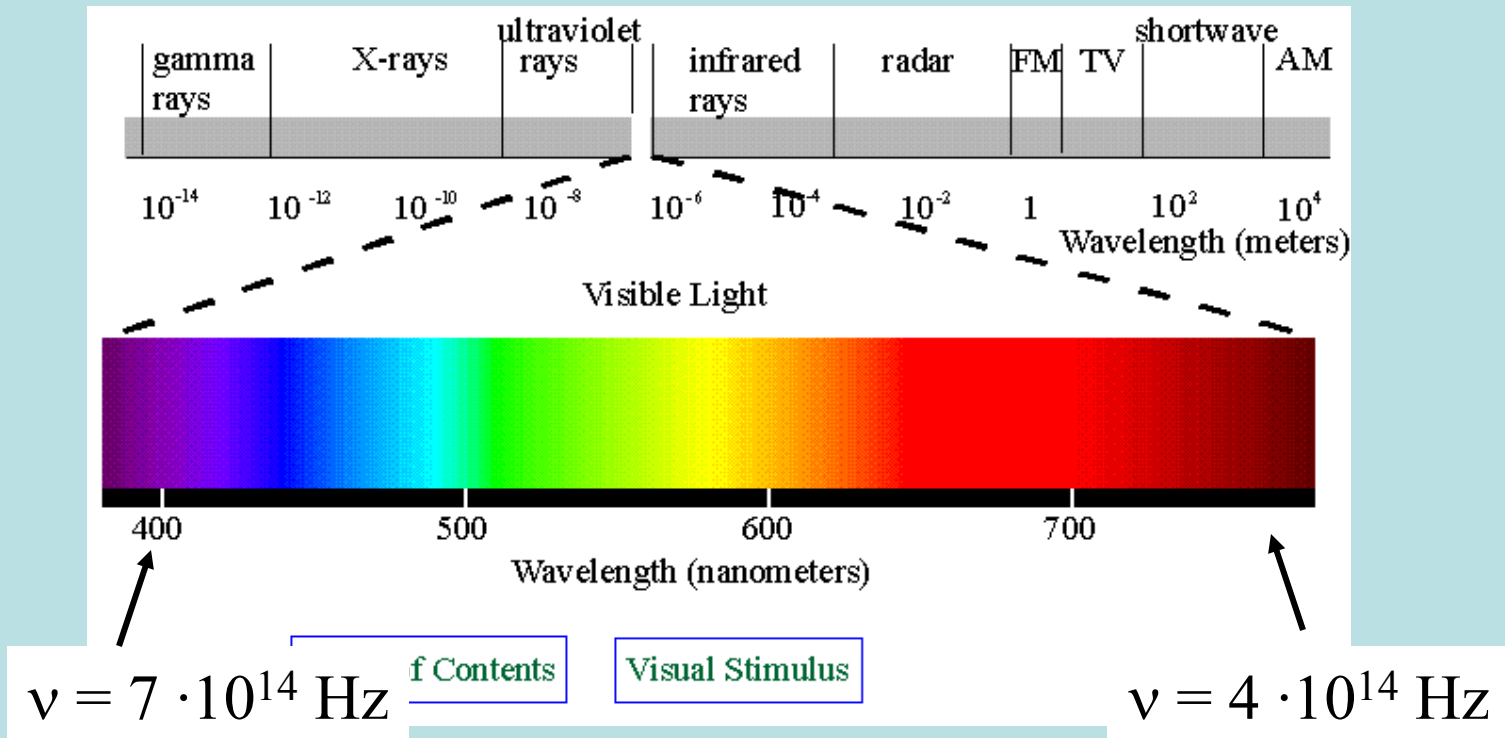
Ampiezza: A



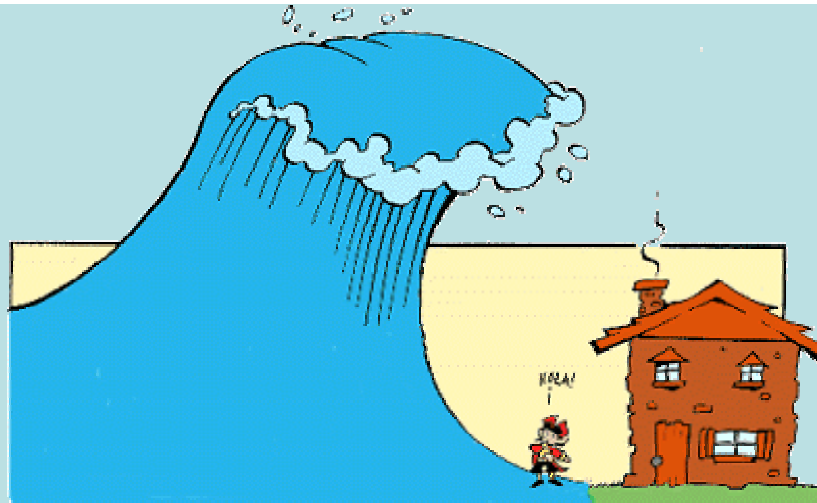
Velocità: $c = 3 \cdot 10^8$ m/sec

Frequenza: $\nu = 1/T = c / \lambda$

La lunghezza d'onda (o la frequenza) determina il tipo di onda elettromagnetica:



E l'ampiezza?



Chi e' stato ?!?

a)

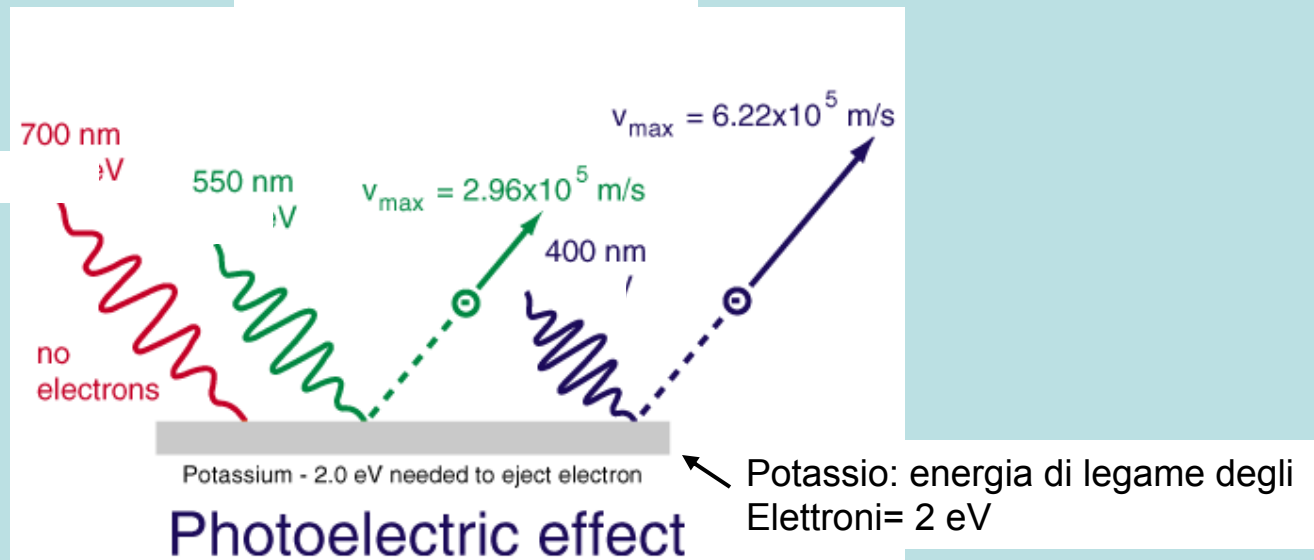


b)



L'ampiezza² controlla la potenza: Energia/tempo $\propto A^2$

Facciamo l'esperimento:



Luce verde: velocità massima degli elettroni = $2.9 \cdot 10^5$ m/sec

Come cambia v_{\max} se invece di una lampada da 10 Watt ne uso una da 100 Watt?
(cioè se aumento l'ampiezza dell'onda?)

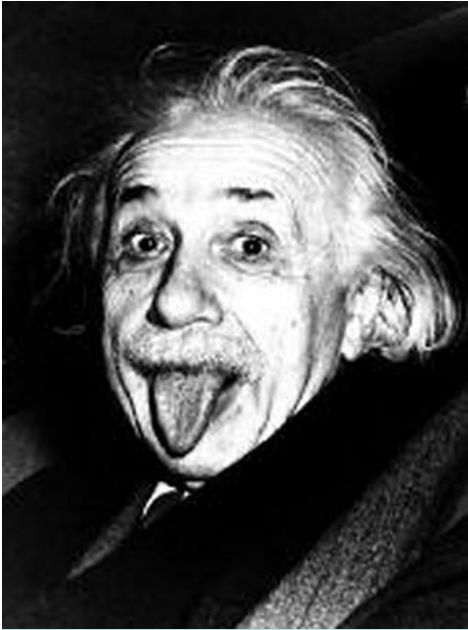
Aumenta il NUMERO degli elettroni, ma NON v_{\max} !!

Se uso luce rossa ($\nu = 4 \cdot 10^{14}$ Hz)
non escono mai elettroni

Se uso luce violetta ($\nu = 7.5 \cdot 10^{14}$ Hz) gli elettroni
escono con maggiore energia ($v_{\max} = 6.2 \cdot 10^5$ m/sec)

L'energia degli elettroni emessi NON dipende
dall'AMPIEZZA dell'onda, ma dalla FREQUENZA
mentre invece
Il numero/tempo di elettroni dipende dall'AMPIEZZA

Ma un'onda non si comporta così!!



A. Einstein, 1905 (→ Nobel 1921):

La luce non è un'onda continua, ma è composta da corpuscoli/particelle (FOTONI) la cui energia è proporzionale alla frequenza:

$$E = h \nu$$

$$h = 4.13 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{sec}$$

(costante di Planck)

Così si spiega l'esperimento:

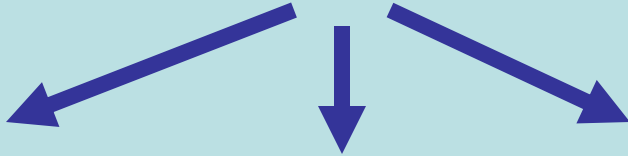
Rosso: $E = h\nu = 1.77 \text{ eV} < 2 \text{ eV}$ I fotoni non riescono a estrarre elettroni

Verde: $E = 2.25 \text{ eV}$ OK!

Violetto: $E = 3.1 \text{ eV}$ Ancora meglio!

L'ampiezza² è proporzionale al numero di fotoni trasportati/tempo

Il microcosmo dopo il 1905



PARTICELLE



Elettroni

Protoni

**ONDICELLE
(PARTONDE)**

??

Luce/Fotoni

ONDE



[niente]

Ma non e` finita qui...



Louis de Broglie, 1923:

Così come alla luce è possibile associare particelle di impulso

$$p = E/c = h/\lambda,$$

alle particelle

(elettroni e protoni) deve essere possibile associare ONDE di lunghezza d'onda

$$\lambda = h / p = h / mv$$

Ma allora anche elettroni, protoni, ... elefanti, sarebbero ondicelle/partonde !?!

Quanto vale λ per un elettrone?

Es: prendiamo $E = 1 \text{ eV} \Rightarrow p = (2 m E)^{1/2} = 1000 \text{ eV}/c$

$$\Rightarrow \lambda = h/p = 1 \text{ nm } (=10^{-9} \text{ m})$$

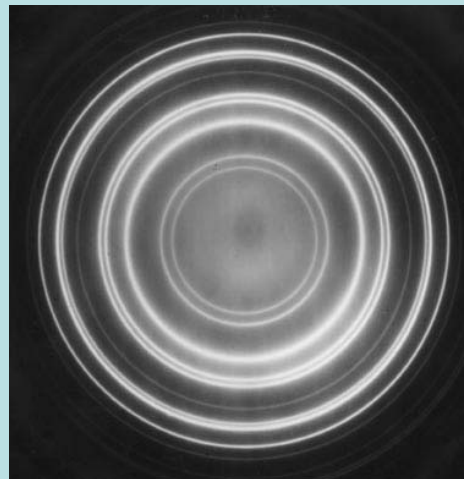
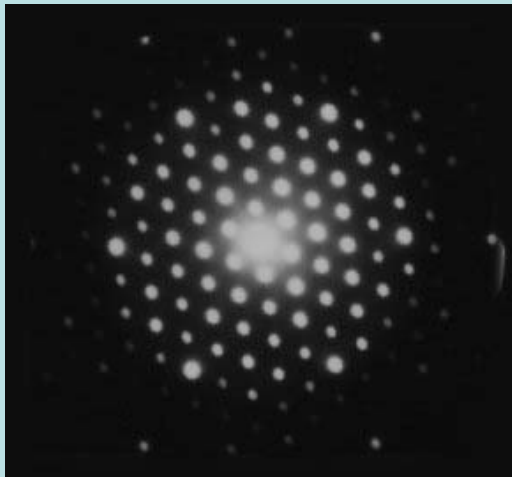
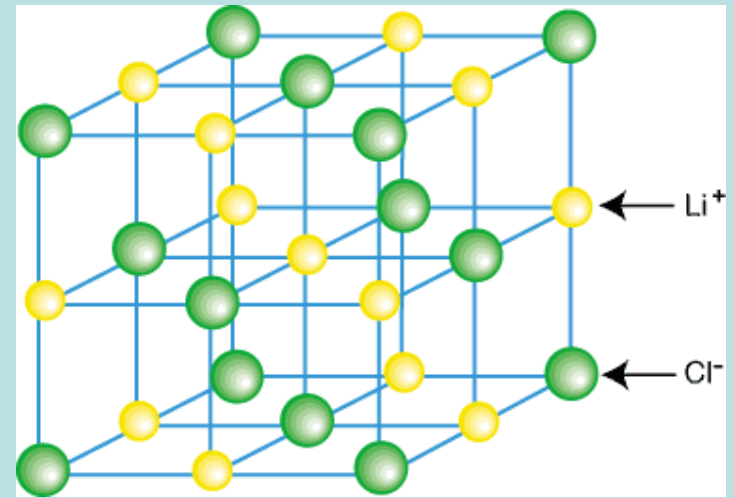
Lunghezze d'onda \ll luce visibile

Ecco perche` non se ne sono accorti prima ...

Gli aspetti ondulatori (interferenza/diffrazione) si manifestano solo in presenza di ostacoli di dimensioni paragonabili a λ

Davisson e Germer 1928:

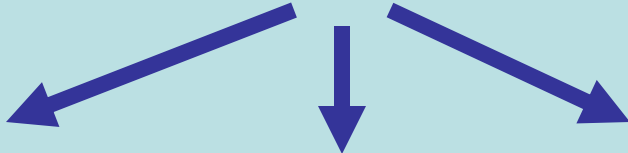
Diffrazione degli elettroni!



Reticolo cristallino

Oggi viene usata comunemente p.es nel
microscopio elettronico

Il microcosmo dopo il 1928



PARTICELLE



[vuoto]

**ONDICELLE
(PARTONDE)**

??

**Elettroni
Protoni
Luce/Fotoni**

ONDE



[vuoto]

La Fisica Classica spiega molto bene come si comportano le PARTICELLE (cinematica, dinamica) e le ONDE (elasticità, elettromagnetismo)

Ma con le ONDICELLE/PARTONDE non sa da che parte cominciare !!

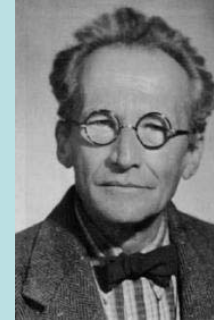
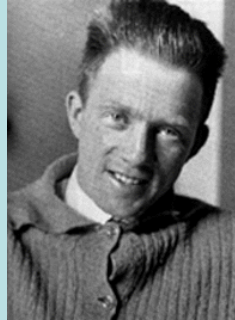
NB: rimane un'ottima approssimazione tutte le volte in cui le dimensioni degli oggetti in gioco sono molto maggiori della lunghezza d'onda di de Broglie

$$(\lambda/d = h / p d \ll 1)$$

Per descrivere davvero il microcosmo ci vuole la Meccanica Quantistica

Meccanica Quantistica

Sviluppata negli anni '20 da Bohr, Heisenberg, Schrödinger, ...



Consente di prevedere i risultati di tutti gli esperimenti fatti nel microcosmo (fino ad ora)

Nessuno sa perché funzioni (Feynman), ma FUNZIONA

I dettagli matematici sono un po' complicati, ma l'essenziale si può capire senza troppa matematica

La principale novità:

La MQ è INTRINSECAMENTE PROBABILISTICA!

La Fisica Classica invece è DETERMINISTICA:

“Lo stato attuale del sistema della natura consegue evidentemente da quello che esso era all’istante precedente e se noi immaginassimo un’intelligenza che ad un istante dato comprendesse tutte le relazioni tra le entità di questo universo, esso potrebbe conoscere le rispettive posizioni, i moti e le disposizioni generali di tutte le entità in qualunque istante del Passato o del futuro.”

Pierre Simon de Laplace, 1776

... secondo la fisica classica,
in linea di principio, il risultato di qualunque
esperimento futuro può essere previsto con
CERTEZZA ASSOLUTA

Lo schema classico:

- 1) $t=0$: condizioni iniziali. Sono date (misurate) posizioni e velocità di tutti i componenti (particelle) del sistema.
- 2) Si risolvono le equazioni del moto (Newton)
- 3) Si ottengono le posizioni e le velocità di ogni Componente ad un qualunque tempo $t \neq 0$

... pensate al biliardo ...

(per le onde vale uno schema del tutto analogo)

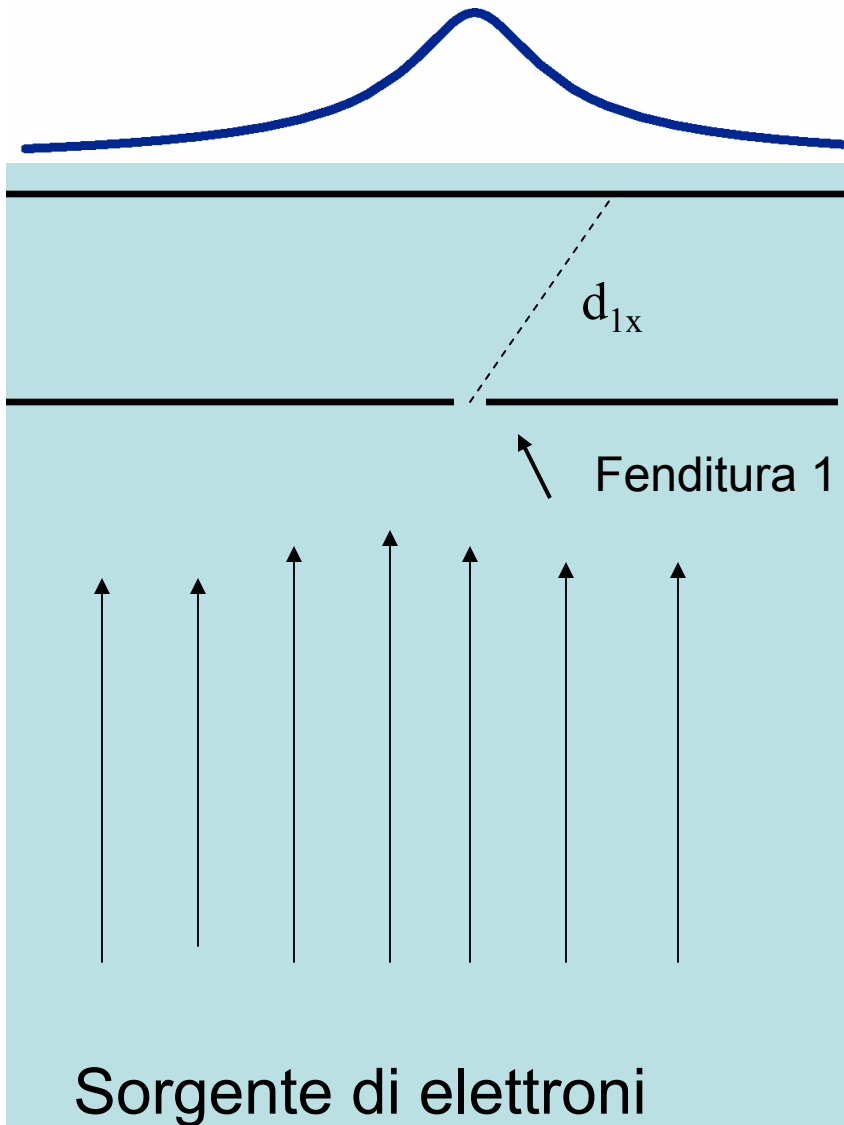
Lo schema quantistico:

- 1) $t=0$: condizioni iniziali. Viene dato (misurato) lo STATO del sistema.
- 2) Si risolve l'equazione di evoluzione (Schrödinger)
- 3) Si ottiene lo STATO del sistema ad un qualunque tempo $t \neq 0$

I due schemi sono simili...

... però lo STATO del sistema non mi dice quali
SONO le posizioni e le velocità delle particelle, ma solo le loro
PROBABILITA' !!

Diffrazione di elettroni Da una fenditura



Il Calcolo Quantistico

1) Stato iniziale:
elettrone in fenditura 1

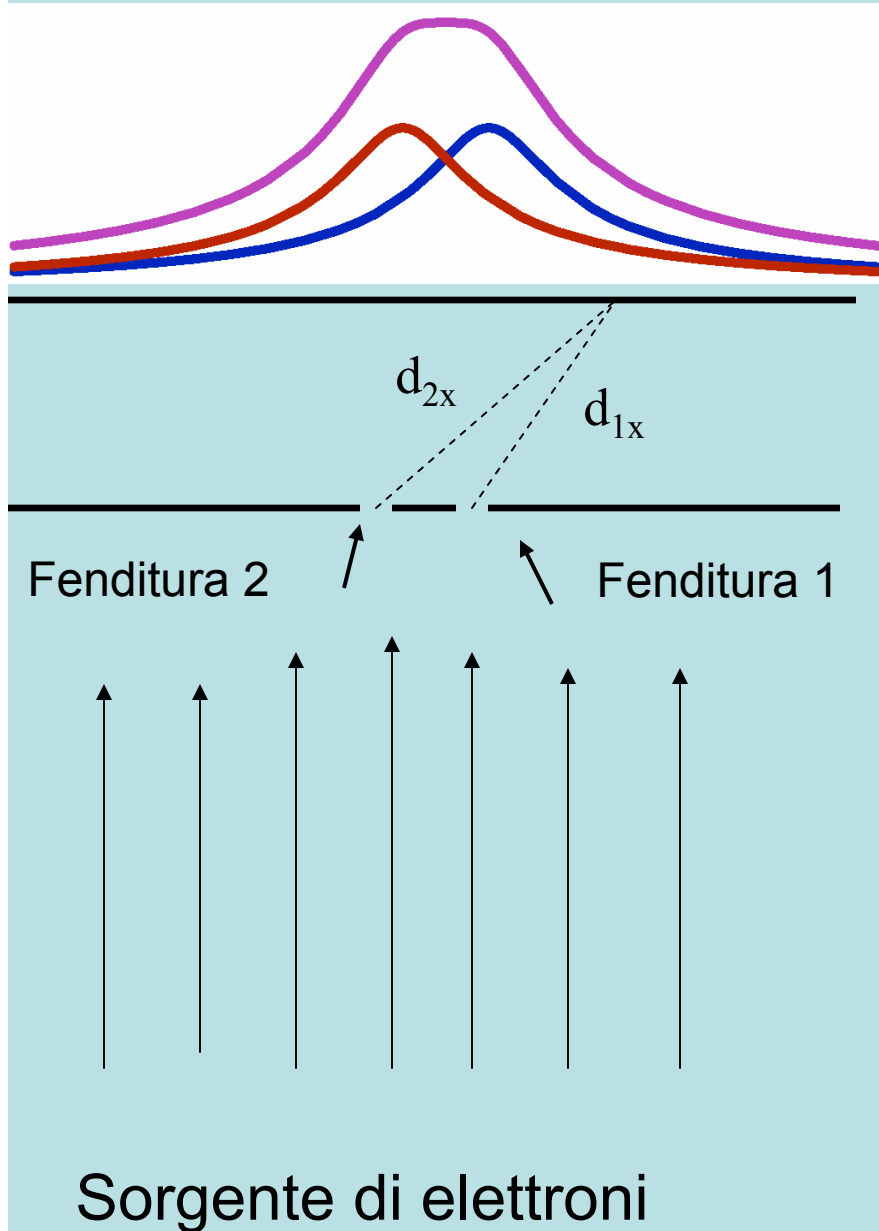
2) Calcolo l'evoluzione
(eq. di Schrödinger): trovo
l'ampiezza:

$$A_{1x} \propto \exp(i 2\pi d_{1x} / \lambda) / (d_{1x})^{1/2}$$

3) Probabilità che l'elettrone
Colpisca lo schermo nel punto x:

$$P_{1x} = |A_{1x}|^2 \propto 1/d_{1x}$$

Diffrazione di elettroni Da due fenditure



Che cosa ci aspettiamo di trovare?

1) Stato iniziale:
elettrone in fenditura 1 oppure in
fenditura 2

2) Calcolo l'evoluzione
(eq. di Schrödinger): trovo
l'ampiezza nei due casi

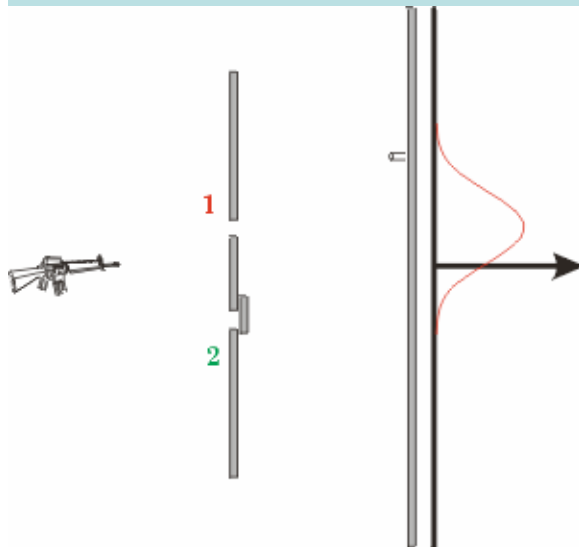
$$A_{1x} \propto \exp(i 2\pi d_{1x} / \lambda) / (d_{1x})^{1/2}$$
$$A_{2x} \propto \exp(i 2\pi d_{2x} / \lambda) / (d_{2x})^{1/2}$$

3) Probabilità che l'elettrone
Colpisca lo schermo nel punto x:

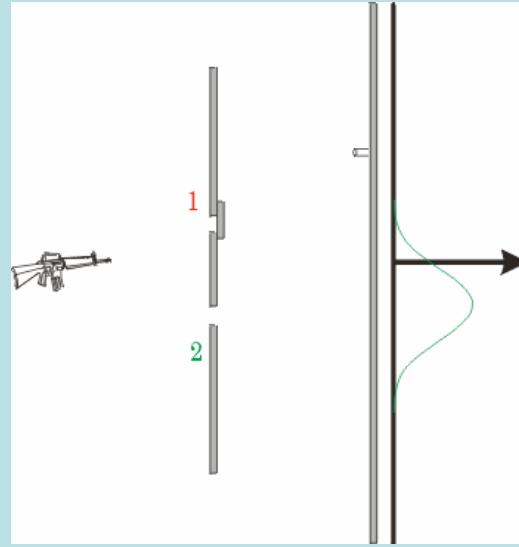
$$P = |A_{1x}|^2 + |A_{2x}|^2 \propto 1/d_{1x} + 1/d_{2x}$$

L'esperimento delle due fenditure:

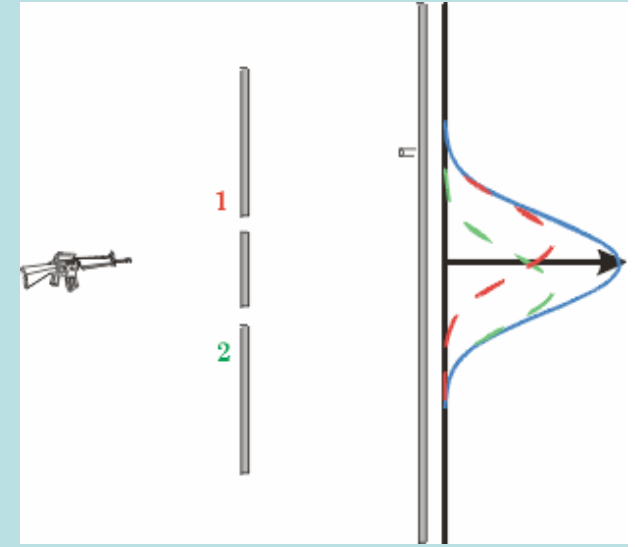
1) Il caso delle pallottole



P_1



P_2



$P_{12} = P_1 + P_2$

Le probabilità si sommano: aprendo nuove fenditure aumento la probabilità di colpire un dato punto del bersaglio

Diffrazione di elettroni Da due fenditure

Che cosa si trova in realt`?

3) Stato iniziale:
elettrone in fenditura 1 oppure in
fenditura 2

2) Calcolo l'evoluzione
(eq. di Schrödinger): trovo
l'ampiezza nei due casi

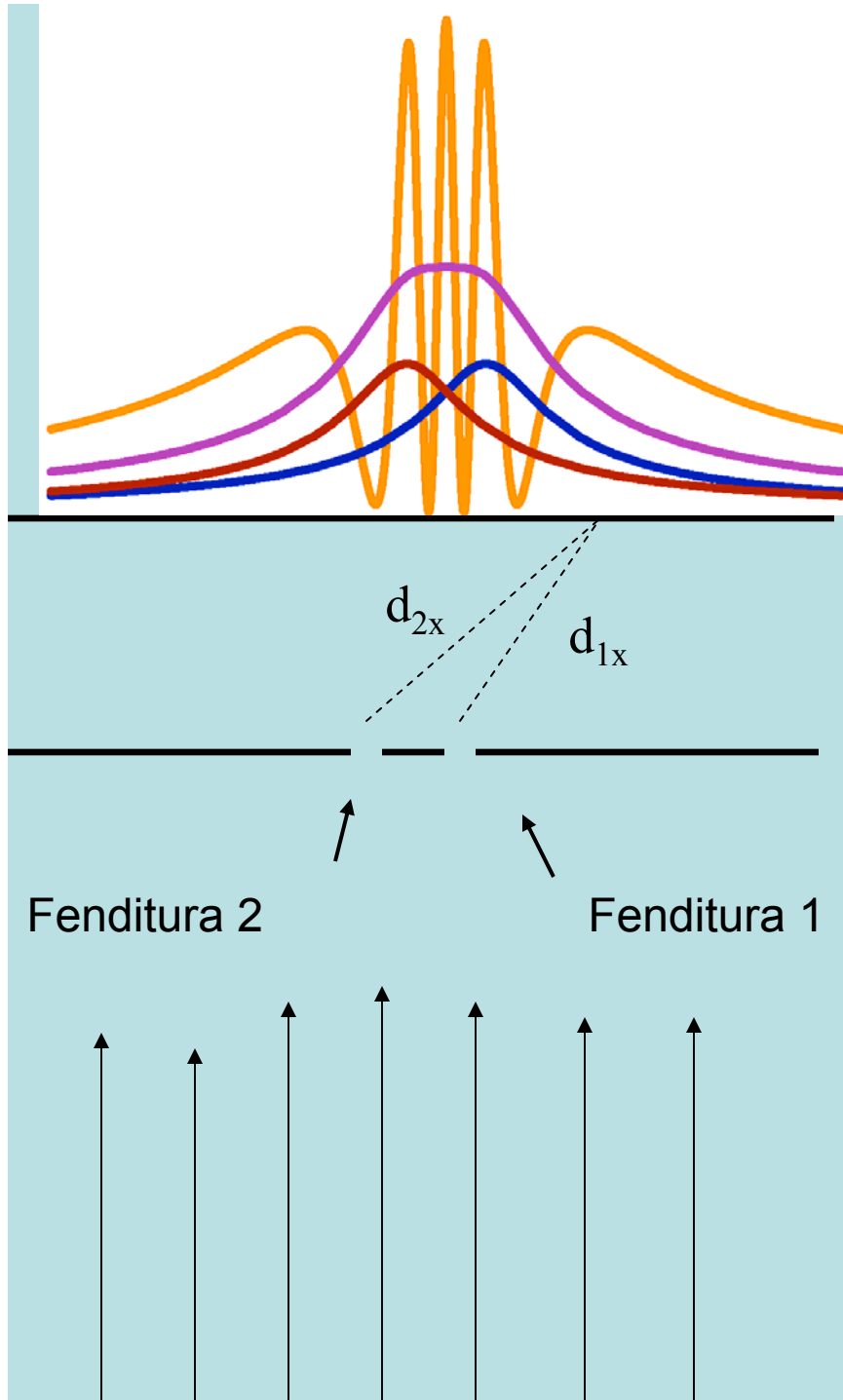
$$A_{1x} \propto \exp(i 2\pi d_{1x} / \lambda) / (d_{1x})^{1/2}$$

$$A_{2x} \propto \exp(i 2\pi d_{2x} / \lambda) / (d_{2x})^{1/2}$$

3) Probabilita` che l'elettrone
Colpisca lo schermo nel punto x:

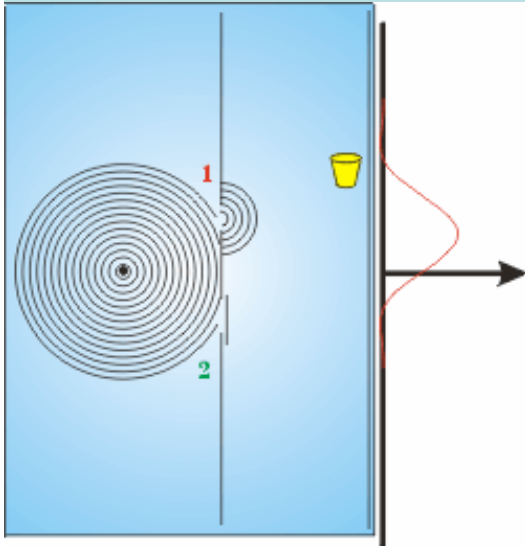
$$\mathbf{P} = | \mathbf{A}_{1x} + \mathbf{A}_{2x} |^2 \propto \mathbf{1/d}_{1x} + \mathbf{1/d}_{2x} +$$
$$+ \mathbf{2/(d}_{1x} \mathbf{d}_{2x}) \cos[2\pi (d}_{1x} - \mathbf{d}_{2x}) / \lambda]$$

INTERFERENZA QUANTISTICA!!

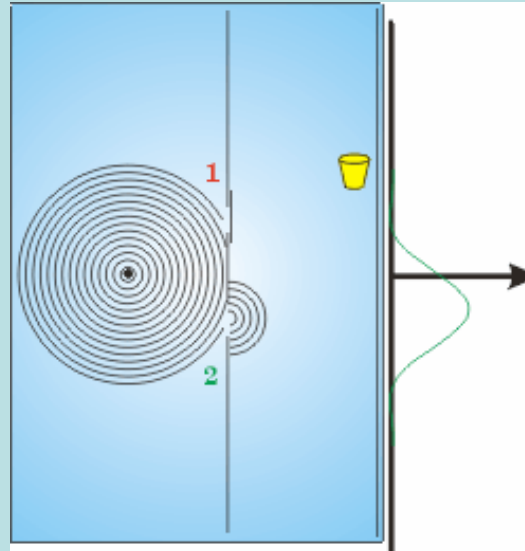


L'esperimento delle due fenditure:

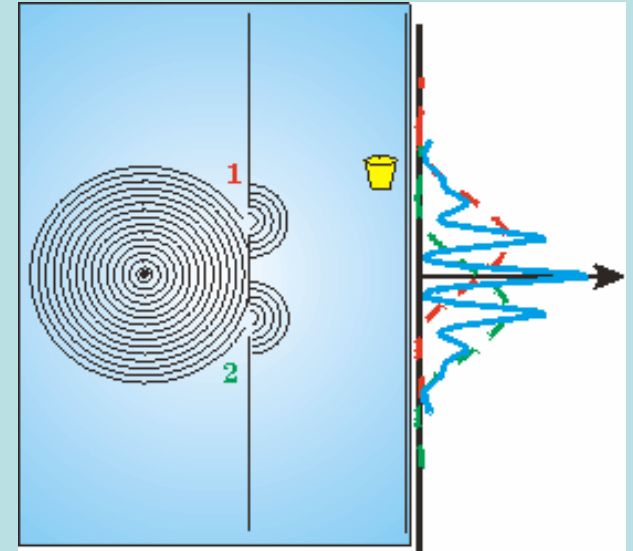
2) Il caso delle onde d'acqua



$$|A_1|^2$$



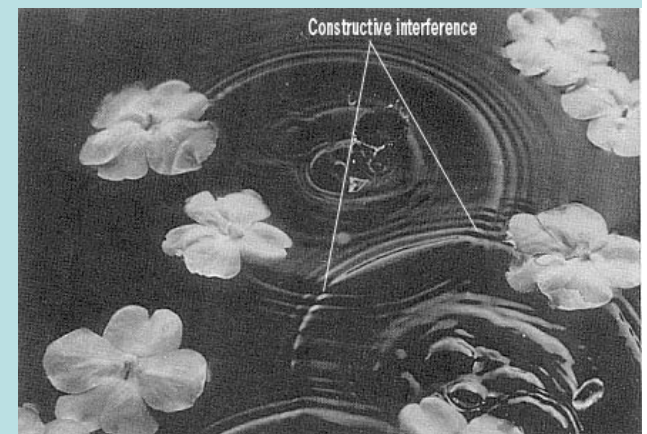
$$|A_2|^2$$



$$|A_{12}|^2 \neq |A_1|^2 + |A_2|^2$$

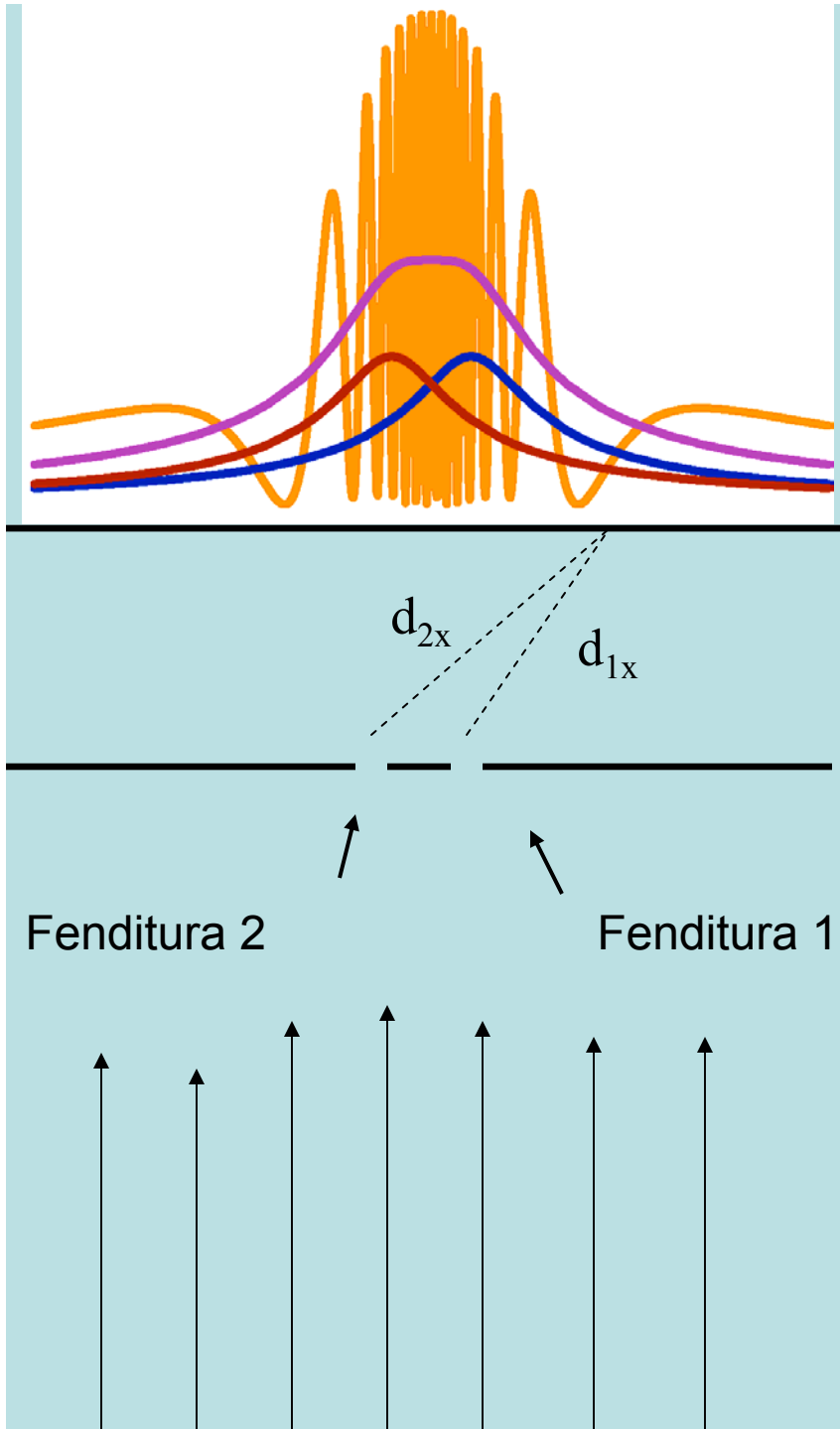
Le $|ampiezze|^2$ NON si sommano:

c'è INTERFERENZA



Come si spiega l'esperienza
Fatta coi proiettili?

All'aumentare dell'impulso,
La lunghezza d'onda
Diminuisce e l'interferenza
quantistica si cancella



L'esperimento delle due fenditure: RIASSUNTO

- gli elettroni colpiscono lo schermo uno alla volta

- il punto di impatto del singolo elettrone non è prevedibile, si può calcolare solo la PROBABILITÀ che l'elettrone arrivi in un punto dato

- la meccanica quantistica associa ad ogni possibile traiettoria un' AMPIEZZA DI PROBABILITÀ: A_1, A_2, \dots (sono numeri complessi)

-Se ho una sola fenditura aperta (p. es. 1) la probabilità è data da $P_1 = |A_1|^2$

-Se ho due fenditure aperte $P = |A_1 + A_2|^2 \neq P_1 + P_2$

INTERFERENZA QUANTISTICA

Lo schema vale in generale: tre fenditure, atomi, molecole, ...

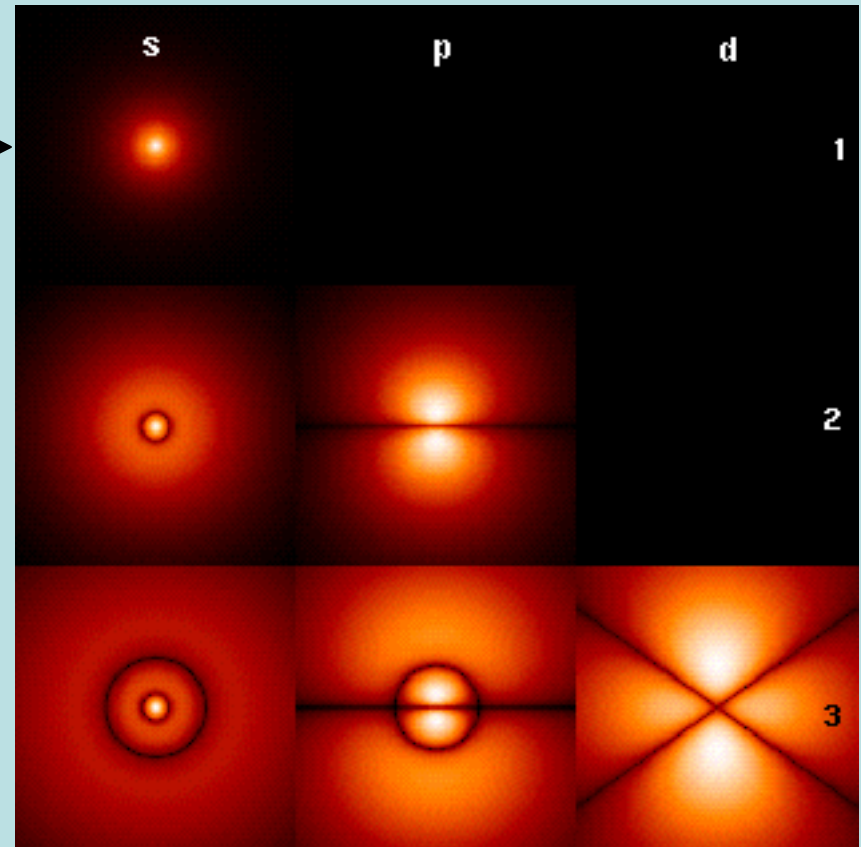
La parte piu` complicata e` il calcolo dell'AMPIEZZA DI PROBABILITA` (che Viene anche chiamata FUNZIONE D'ONDA)

Una volta ottenuta l'ampiezza di probabilita`, ho il massimo di informazione possibile sull'elettrone

Non avro` mai la certezza che si trovi in un certo punto. Posso solo calcolare PROBABILITA`.

Le funzioni d'onda dell'ATOMO DI IDROGENO

Stato fondamentale
(corrisponde all'energia
piu` bassa possibile)



Continua...

Qualche lettura per entrare piu` a fondo nel mondo dei quanti:

- `Alice nel paese dei quanti”
R. Gilmore, Ed. Raffaello Cortina
- `Le avventure di Mr. Tompkins”,
G. Gamow, Ed. Dedalo
- `Un’occhiata alle carte di Dio”
G.C. Ghirardi, Ed. il Saggiatore
- ` QED”, R. Feynman, Ed. Adelphi
- `L’Universo Elegante”, B. Greene
Ed. Einaudi (?)