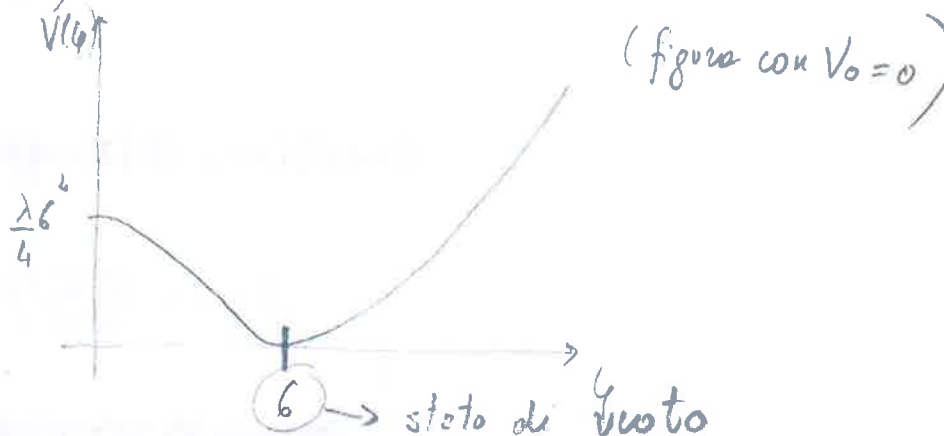


Guth '81 (Vecchia inflazione)

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \phi^2)^2 + V_0$$

massa < 0



Questo potenziale è l'esempio classico di rottura spontanea di simmetria (V è invariante x la trasformazione $\phi \rightarrow -\phi$, tale simmetria non è rispettata dallo stato di vuoto). $V(\phi)$ è il potenziale a temperatura $T \rightarrow 0$. A $T \neq 0$ dobbiamo tenere conto di una energia interna del sistema più alta: $V(\phi)$ non è altro che il primo termine di uno sviluppo di un potenziale $V(\phi; T)$. Previsamente:

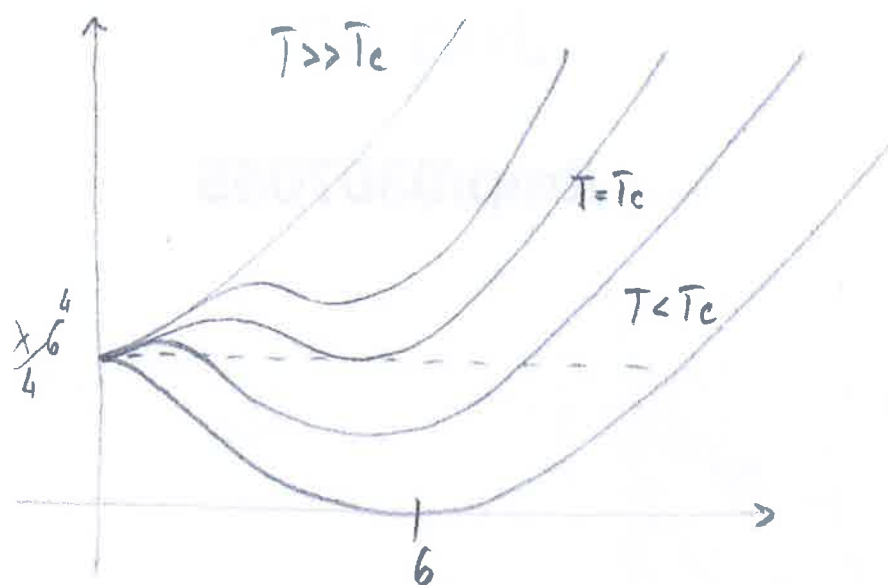
$$V(\phi, T) = V(\phi) + a^2 \phi^2 T^2 + \beta T^4 + \gamma |\phi|^3 T^3 \quad (3)$$

a, β costanti adimensionali. (ricorda ϕ rappresenta dei bosoni scalari $\beta = \frac{\pi^2}{30}$; comunque βT^4 non fa che spostare $V(0; T)$ e d'ora in avanti si può fare a meno di considerarlo)

L'Eq. (3) tiene conto che a $T \neq 0$ devo considerare il contributo di particelle relativistiche (fluido di radiazione) che domina ad alte temperature.

Esempio: provare a premere $\gamma < 0$.

Il termine $2^2 \phi^2 T^2$ domina al di sopra di una certa (16) temperatura critica T_c . In questo regime $\phi=0$ è un minimo assoluto. Man mano che T diminuisce inizierà a comparire un'altra concavità che tende ad abbassarsi sempre più (vedi figura)



(La T_c è definita come quella T alla quale $V_T(\phi=0) = \frac{\lambda \phi^4}{4}$ è uguale al valore del secondo minimo locale)

Quando $T < T_c$ il vero minimo del sistema è a $\phi=6$. Per questo motivo $\phi=0$ viene anche chiamato stato di falso vuoto, mentre $\phi=6$ stato di vero vuoto.

Nel modello di Guth quindi inizialmente domina la radiazione

$$\rho(T) = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$$

$$g_*(T) = \sum_{\text{bosoni}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermioni}} g_i \left(\frac{T_i}{T} \right)^4$$

Ma mano che T discende il sistema rimane intrappolato nel falso vuoto. Tenendo conto di questo fatto la precedente espressione

va modificata in

$$\rho(T) = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4 + \rho_0$$

$$\rho_0 = \frac{1}{4} G^4 \text{ energie del falso vuoto -}$$

Quando T è sufficientemente bassa, ρ_0 domina e

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_0 : \text{ l'universo si trova in un'epoca di de-Sitter}$$

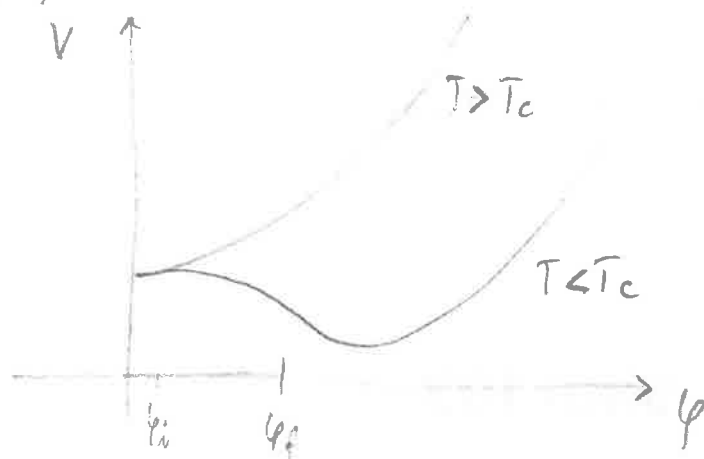
e inizia a comparire il vero vuoto. A questo punto si ha una transizione di fase.

Quindi nel modello di Guth l'inflazione è legata ad una transizione di (18)
fase ad alta temperatura. Questa transizione di fase consiste nel
passaggio del campo scalare del falso vuoto ^{→ stato metastabile} al vero vuoto: anche $T < T_c$
rimane intrappolato nel falso vuoto a causa della barriera
di potenziale tra i due minimi (fenomeno del supercooling) -
Il passaggio al vero vuoto può avvenire allora o per effetto quantistico
quando la barriera di potenziale è piccola, o anche classicamente
quando a T ancora più bassa la barriera non c'è
più - Quando il sistema raggiunge il vero vuoto viene liberato
del calore latente (corrispondente alla differenza ΔV tra il
falso e il vero vuoto) riportandolo così il sistema a $T \sim T_c$ -
(fenomeno del reheating) -

Transizioni di fase che avvengono con questo meccanismo e
con potenziali del tipo in figura indicano del primo ordine.

Problema principale di questo modello:
graceful exit problem (transizione avvenuta con bolle di vero
vuoto su un background di falso vuoto che si espande a $v > c$
 $\Rightarrow$ le bolle non riescono a formare una regione sufficientemente
grande da essere identificata col nostro universo
osservabile e per lo stesso motivo non c'è una terminazio-
ne efficace del calore latente che rimane intrappolato
nelle minuscole bolle) -

Il problema della "vecchia Inflazione" viene risolto con un potenziale diverso:



Tra $[\phi_i, \phi_f]$ il potenziale $V(\phi, T)$ in $T \rightarrow 0$ rimane approssimativamente costante.

Inizialmente ϕ è intrappolato a $\phi=0$, poi man mano che T scende inizia a rotolare lentamente lungo il potenziale. In questo caso non barriera di potenziale (no effetto tunnel ma il campo risente di una forza clinica debole) e no formazione di bolle, bensì c'è differente rotolare in diverse regioni (dominii), si parla in questo caso di decomposizione spinoidale: non più tante bolle che devono percolare ma una sola regione che contiene l'orizzonte (e lento rotolamento permette che la fase inflazionaria duri un m^2 sufficiente di e-foldings tale da far sì che una regione iniziale si espanda con da contenere il nostro universo attualmente osservabile).

È con questo tipo di modello che ci inizia a parlare di lento rotolamento (nel modello di Guth il campo è fisso).

Fine inflazione: il campo scalare inizia a vedere il minimo di vero vuoto, oscilla in modo smorzato e nel contempo decade in altre particelle cedendo la sua energia cinetica (rilascio calore latente, reheating) e inizia così l'evoluzione.

⁽²⁰⁾
standard di un universo dominato da radiazione (e poi materia)
prodotti del decadimento di ϕ

ex - potenziale Coleman - Weinberg

$$V(\phi) = B \frac{\phi^4}{2} + B \phi^4 \left[\ln \left(\frac{\phi^2}{6^2} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

deriva dalle interazioni
del campo scalare
(di Higgs) con altre
particelle (bosoni di
gauge e fermioni)

Per $\phi \ll 6$:

$$V(\phi) \approx B \frac{\phi^4}{2} - \lambda \frac{\phi^4}{4} \quad \text{con} \quad \lambda \approx \left| 4B \ln \left(\frac{\phi^2}{6^2} \right) \right| \approx 10 - 100 B$$

$$\text{vicino a } \phi \approx 0 \quad V(\phi) = \frac{B \phi^4}{2} \quad \text{e} \quad H^2 \approx \frac{4\pi}{3} G B \phi^4$$

tipicamente $B \approx 10^{-3} \Rightarrow \lambda \sim O(1)$ (B sarebbe $B = \frac{25}{16} g_{\text{GUT}}^2$)
 $6 \approx T_c \approx 10^{15} \text{ GeV}$ e risulta $H^2 \approx (10^{10} \text{ GeV})^2$

con questi numeri si possono fare degli ordini di grandezza
per vedere in dettaglio i problemi di questo modello
(vedi più avanti)

Problemi principali del modello:

i) non è vero che $\langle \delta \phi^2 \rangle \ll \langle \phi_0^2(t) \rangle \Rightarrow$ analisi semiclassica
non più valida, uno deve tenere da conto anche le
fluttuazioni quantistiche. Questo spinge il campo verso
il vero vuoto più velocemente $\Rightarrow$ il potenziale di Coleman
Weinberg non è poi così piatto.

ii) Come vedremo le fluttuazioni in φ producono delle perturbazioni nella densità di energia ($\delta\rho\rho \approx \frac{\partial V}{\partial\varphi} \delta\varphi$) -

Si ritiene che formano le prime disomogeneità delle quali, per successiva instabilità gravitazionale, si sono formate le strutture su grande scala nell'Universo (galassie, ammassi di galassie) e le anisotropie del CMB -

In questi modelli $\delta\varphi \sim O(\lambda^2)$ con λ , cost d'accoppiamento $\lambda \times 4$ -
perturbazioni di densità con ampiezze troppo grandi!

(si trova $\delta\varphi \sim O(1-100)$, come ci si può aspettare dato che $\delta\varphi$ è gran

Dalle osservazioni sulle anisotropie del CMB $\delta\varphi \sim 10^{-5}$

Affinché $\delta\varphi \sim 10^{-5}$ bisogna ridurre λ (o B) almeno di un fattore 10^{-10} -

Che cosa vorrebbe dire questo però? Ricordando il significato di λ (e B) vorrebbe dire abbandonare tutte le costanti di accoppiamento di φ con gli altri campi. Ma allora si pone un problema: come si può spiegare che il campo scalare φ stia nel bagno termico (meccanismo alla transizione di fase). Ovvero: come fa il campo φ a stare in equilibrio termodinamico se gli accoppiamenti sono bassi?

(e inoltre difficoltà a la fase di reheating: T rel troppo bassa per produrre armonica barionica)

ESERCIZIO SU MODELLO DI INFLAZIONE NUOVA (ϕ fa vedere che $\frac{\delta\phi}{\phi}$ è troppo grande) 21 bis

$$N(\phi_i \rightarrow \phi_f) = \int_{\phi_i}^{\phi_f} H dt = -3 \int_{\phi_i}^{\phi_f} d\phi H^2 \frac{1}{V'(\phi)} = -8\pi G \int_{\phi_i}^{\phi_f} d\phi \frac{V}{V'}$$

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = -\frac{V'}{3H}$$

Se $V(\phi) = \frac{B\phi^4}{2} - \lambda\phi^4$, $V' = -\lambda\phi^3$ e

$$N(\phi_i \rightarrow \phi_f) \approx +3\lambda^{-1}H^2 \int_{\phi_i}^{\phi_f} \frac{1}{\phi^3} d\phi = \frac{3H^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{\phi_i^2} - \frac{1}{\phi_f^2} \right)$$

lento rotolamento: $|V''| \ll H^2 \rightarrow$ richiediamo che sia valido fino a

$$|V''(\phi_f)| \sim 10H^2 \Rightarrow \phi^2 \ll \phi_f^2 \approx \frac{3H^2}{\lambda} \approx (30-300)H^2$$

$$V'' = -3\lambda\phi^2$$

Riconfermando che $H^2 \sim (10^{10} \text{ GeV})^2$ possiamo assumere $\phi_i \approx (10^8 - 10^9) \text{ GeV}$
e ricorrendo a $N > 1000$, di nuovo sufficiente per risolvere il problema dell'orizzonte.

Anticipiamo che:

$$\left. \frac{\delta\phi}{\phi} \approx \frac{H^2}{\dot{\phi}} \right|_{N_\lambda} \approx - \left. \frac{3H^3}{V'(\phi)} \right|_{N_\lambda} \approx \frac{3}{\lambda} \left(\frac{H}{\phi} \right)^3$$

$$N(\phi \rightarrow \phi_f) \approx \frac{3H^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{\phi^2} - \frac{1}{\phi_f^2} \right) \approx \frac{3H^2}{2\lambda} \phi^{-2} \Rightarrow \frac{H}{\phi} \approx \left(\frac{2}{3} \lambda N_\lambda \right)^{\frac{1}{2}}$$

$\Rightarrow N_\lambda \frac{\delta\phi}{\phi} \approx \left(\frac{2}{3} \lambda N_\lambda \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{\delta\phi}{\phi} \sim 10^2 !$

Visto le problemi della nuova inflazione, si cerca di spiegare l'inflazione dal discono relativo alle transizioni di fase e all'equilibrio termodinamico

Supponiamo $V(\phi) = \frac{\lambda}{4} \phi^4$, con λ sufficientemente piccolo $\Rightarrow$

non c'è ragione di aspettarsi che a $t \sim t_{\text{Planck}}$ ϕ ne suo ovunque, ma potrà assumere qualsiasi valore compreso tra $-\frac{M_{\text{Pl}}}{\lambda^{1/4}}$ e $+\frac{M_{\text{Pl}}}{\lambda^{1/4}}$

(in modo tale che $V(\phi) \leq M_{\text{Pl}}^4$) : domini omogenei ed isotropi

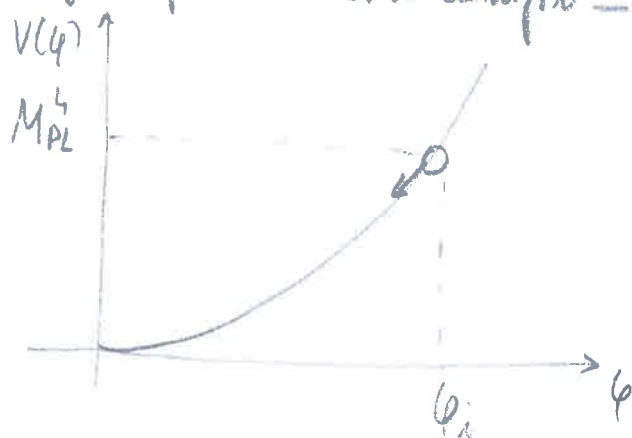
con ϕ che assume diff. valori (da cui il nome di inflazione caotica) - In pratica a $t \sim t_{\text{Planck}}$ fa il principio di indeterminazione

$\Delta E \Delta t \sim 1$, V può essere conosciuto solo con una accuratezza pari a M_{Pl}^4 , e non so dove sta il campo. In ciascuno dei domini il campo

rotola lentamente. Quindi la dinamica è quella del lento rotolamento, ma le condizioni iniziali sono diverse (risolto il problema

della fase termica $\rightarrow$ si può infatti vedere che gli effetti di alte temperature non ci sono perché $V(\phi) \sim M_{\text{Pl}}^4$ è sempre dominante rispetto a grad) -

Avremo fa avere $S_F \sim 10^5 \Rightarrow \lambda$ molto piccoli ($\lambda < 10^{-10}$) : ma adesso questo è un problema nuovo cioè perché qui il campo scalare non interagisce più con altri campi -



$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4} \phi^4 \text{ o } V(\phi) = \frac{m^2}{2} \phi^2$$

tipicamente inflazione se
ho $\phi > 3 M_{\text{Pl}}$ -

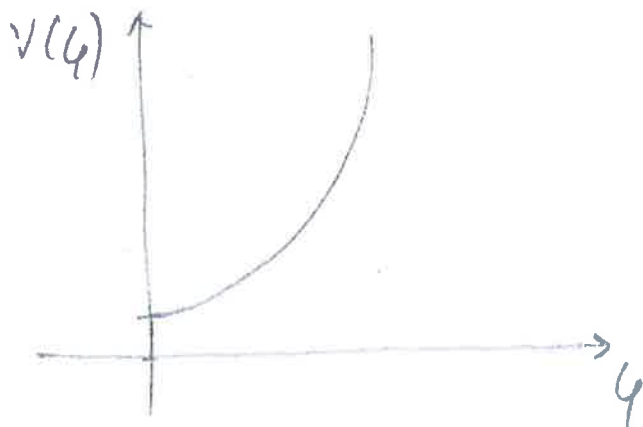
C. Modelli ibridi: $m_\nu > 2E_\nu$ (Linde 1991)

(24)

ϕ evolve verso un minimo con energia del vuoto $\neq 0$.

In questo caso la fine dell'inflazione è causata dalla instabilità in un secondo campo scalare.

Potenziali tipici $V(\phi) = \Lambda^4 \left[1 + \left(\frac{\phi}{\mu} \right)^p \right]$



Modelli tipicamente incorporati in supersimmetria —

ex:

$$V = \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda (\tau^2 - M^2)^2 + \frac{1}{2} \lambda' \tau^2 \phi^2$$

secondo campo che alla fine diventa instabile
all'inizio è intrappolato in $\tau=0$ da $\phi \neq \phi_{critico}$

$\Rightarrow$ in questo regime $V = V_0 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2$,

$$V_0 = \frac{1}{4} \lambda M^4$$

In generale

$$r_s \approx \frac{8}{3} (1 - m_s) + \frac{16}{3} M_{Pl}^2 \frac{V''}{V}$$