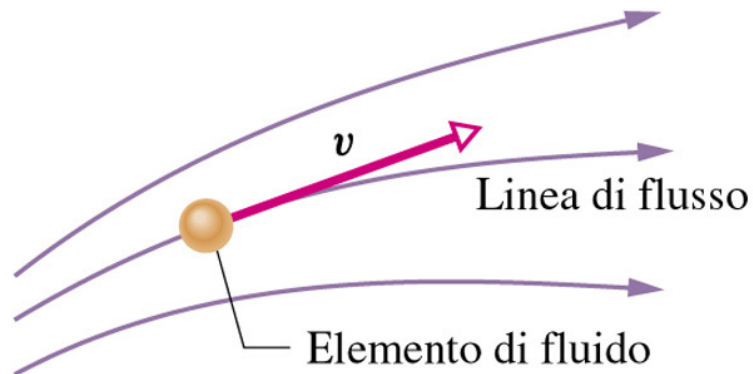


FLUIDODINAMICA

- Partiamo dalla situazione piu` semplice: **fluidi perfetti** (no sforzi di taglio, quindi no viscosita`, e fluidi incompressibili → densita` che non varia, ovvero costante nel tempo e nello spazio).
- **Linee di corrente** (o a volte linee di flusso): sono le traiettorie descritte dagli elementi di fluido (in ogni punto la velocita` risulta tangente alla linea di corrente).

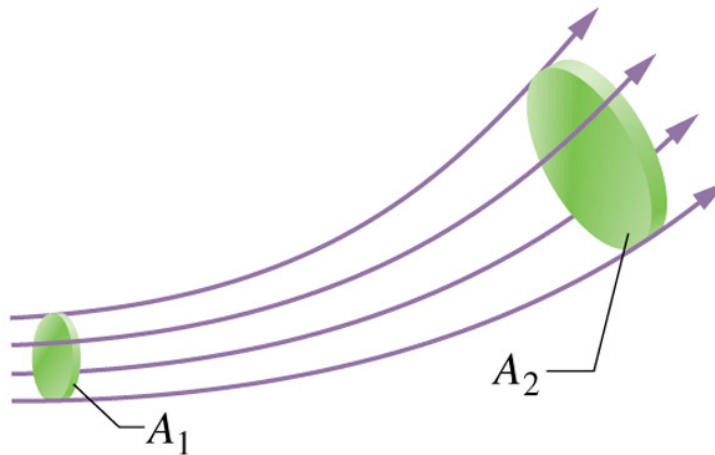


FLUIDODINAMICA

➤ ***Tubo di flusso:***

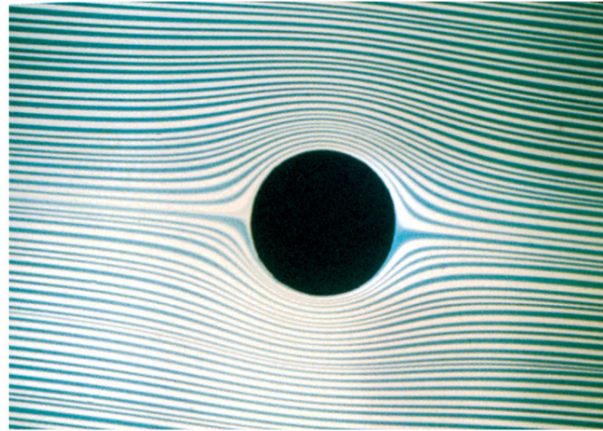
se consideriamo una linea chiusa per ciascuno dei punti di questa passa una linea di flusso; l'insieme di queste linee di flusso definisce una superficie che racchiude un insieme di linee di flusso che si chiama tubo di flusso.

(nel caso di un tubo di flusso a sezione molto piccola si parla di ***filetto di fluido elementare***).



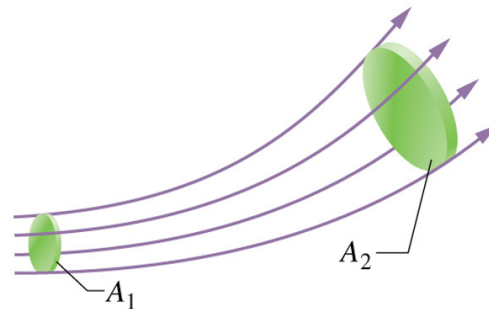
FLUIDODINAMICA

- E' facile visualizzare le linee di flusso immettendo nel fluido in movimento dei sottili filetti di un altro liquido colorato.



Fondamenti di Fisica - 6° ed.
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

- Laddove la densita' di linee di flusso (numero delle linee per unita' di sezione che vi passano attraverso) e' maggiore, maggiore e' la velocita' del fluido.



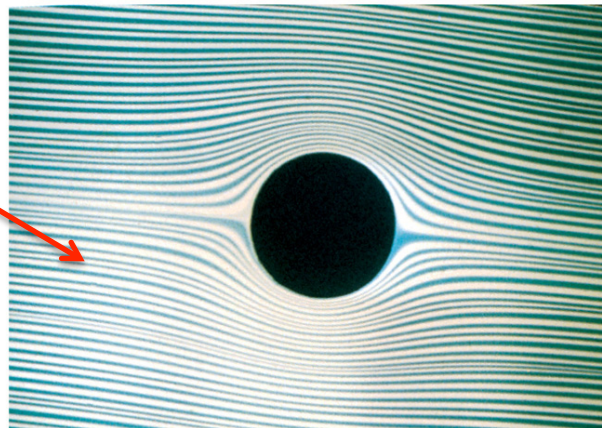
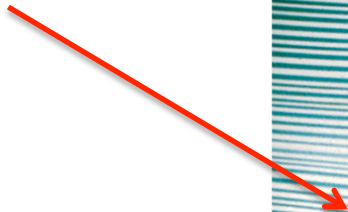
Fondamenti di Fisica - 6° ed.
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

FLUIDODINAMICA

➤ **Regime laminare/regime turbolento**
nei fluidi reali (quindi con viscosità) per velocità più grandi di una certa velocità critica i vari filetti di fluido tendono a mescolarsi gli uni con gli altri, portando anche alla formazione di vortici (per esempio in prossimità di ostacoli): si parla allora di **regime turbolento**.

Per velocità più basse della velocità critica, i vari filetti di fluido elementari mantengono la loro individualità e procedono sostanzialmente in regime di impermeabilità gli uni rispetto agli altri, anche in presenza di ostacoli che vengono aggirati: si parla di **regime laminare**.

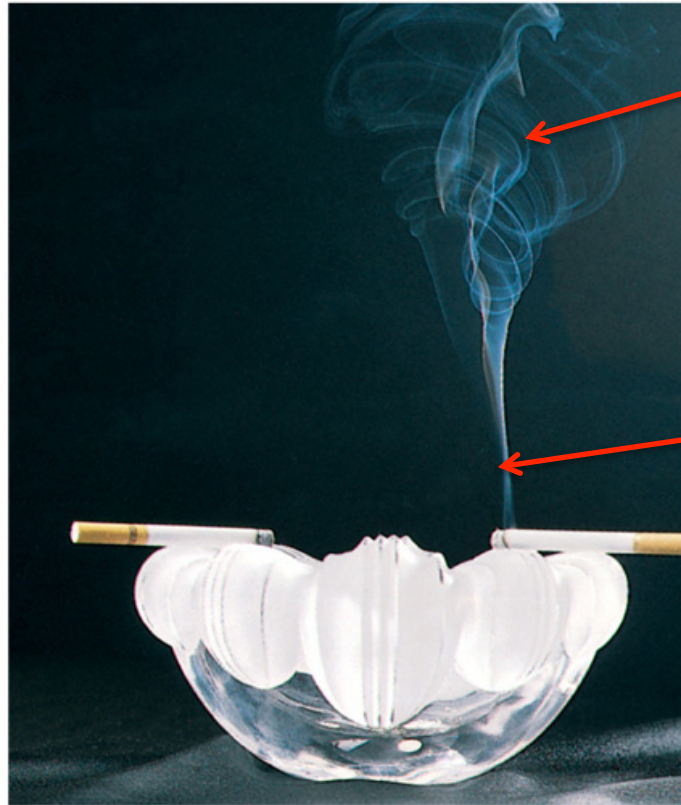
Regime laminare



Questo passaggio da regime laminare a regime turbolento è dovuto alla viscosità. Quindi per un fluido perfetto possiamo assumere che i vari filetti di fluido mantengono la loro individualità.

FLUIDODINAMICA

➤ Regime laminare/regime turbolento



Regime turbolento

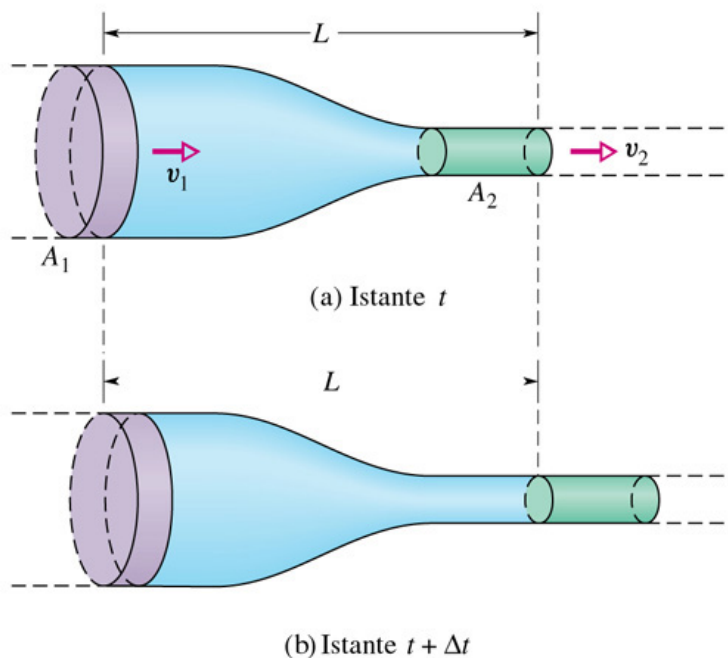
Regime laminare

Fondamenti di Fisica - 6° ed.
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

EQUAZIONE DI CONTINUITA'

- Consideriamo un *fluido perfetto* e un tubo di flusso (eventualmente coincidente con un condotto). Supponiamo che attraversi la sezione A_1 con velocità v_1 e la sezione A_2 con velocità v_2 .

In assenza di sorgenti o "pozzi", la massa di fluido che entra attraverso la sezione A_1 nel tempo Δt deve essere uguale alla massa di fluido che esce dalla sezione A_2 nello stesso intervallo di tempo Δt .



EQUAZIONE DI CONTINUITA`

- Quanto vale la massa che attraversa A_1 nel tempo Δt ?
Sara` la massa contenuta nel cilindro di base A_1 e altezza data dalla distanza percorsa dagli elementi di fluido in Δt , ovvero $v_1 \Delta t$. Quindi

$$\Delta m_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t.$$

In modo analogo per la massa Δm_2 che esce attraverso A_2 in Δt

$$\Delta m_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t.$$

dove stiamo usando il fatto che il fluido e` omogeneo (e quindi la densita` in corrispondenza delle due sezioni 1 e 2 e` la stessa)

Uguagliando troviamo

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \text{ (equazione di continuita`)}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITA`

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \text{ (equazione di continuita`)}$$

Ovvero, potendo ripetere il ragionamento per ogni coppia di sezioni, si puo` anche dire che

$$R_v = A v \text{ non varia lungo il tubo di flusso}$$

La quantita`  $R_v$  e` la **portata volumica: rappresenta il volume di fluido che passa nell'unita` di tempo attraverso la sezione A. Infatti la sua unita` di misura e` m^3/s .**

La eq. di continuita` ci dice allora che la portata volumica e` la stessa in ogni sezione del tubo.

$R_m = \rho A v$ e` invece la portata di massa (kg/s)

EQUAZIONE DI CONTINUITA`

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \text{ (equazione di continuita`)}$$

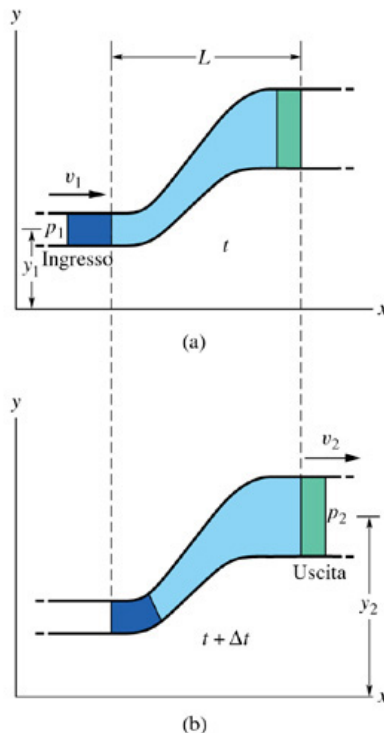
Una conseguenza della equazione di continuita` e che quando il fluido passa attraverso una ``strozzatura'', ovvero quando la sezione $A_2 < A_1$ allora la velocita` aumenta. Infatti si ha:

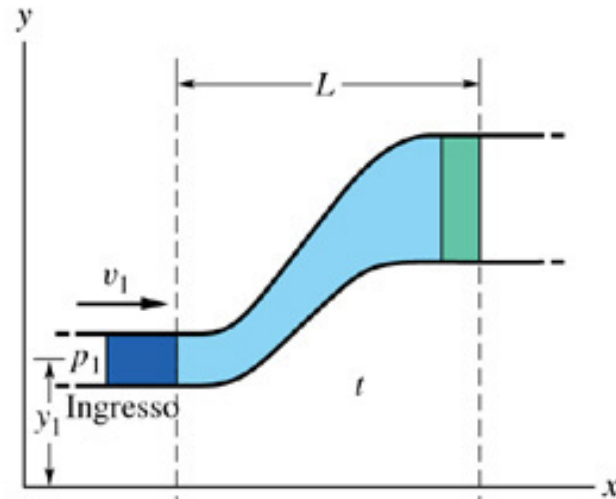
$$v_2 = (A_1/A_2) v_1 > v_1 \text{ se } A_1 < A_2$$

EQUAZIONE DI BERNOULLI

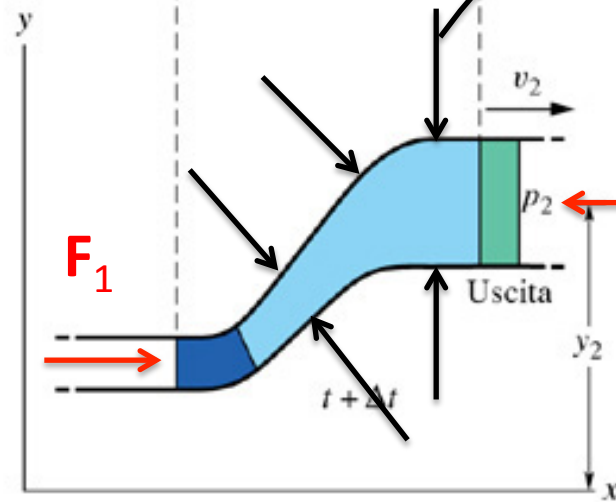
- Si consideri un tubo di flusso (o un tubo reale) attraverso il quale scorre un fluido perfetto, come in figura. Siano y_1 , v_1 e p_1 l'altezza, la velocità e la pressione del fluido in corrispondenza della sezione A_1 , e in modo analogo per y_2 , v_2 e p_2 .

Come prima in un tempo Δt la massa, chiamiamola Δm_1 , di fluido che attraversa la sezione A_1 deve essere uguale alla massa Δm_2 che nello stesso intervallo di tempo esce attraverso A_2 .





(a)



(b)

Forze di pressione
Che si esercitano sul
mantello laterale dal fluido
confinante: non fanno lavoro
perche' ortogonali allo
Spostamento del fluido.

EQUAZIONE DI BERNOULLI

- Applicando il teorema dell'energia cinetica si trova

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Ovvero:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y \text{ non varia lungo il tubo di flusso}$$

questa somma è cioè sempre la stessa per ogni sezione del tubo

EQUAZIONE DI BERNOULLI

- Dimostrazione: seguiamo quella del libro di testo.
- Notiamo intanto che la parte di fluido che si trova tra le due altezze y_1 e y_2 non cambia il suo stato. Applichiamo quindi il **teorema dell'energia cinetica** alle due estremità del tubo

$$L = K_2 - K_1 ,$$

dove L è il lavoro fatto dalle forze agenti sul fluido mentre passa da 1 a 2.

Si ha

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2$$

con

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m = \rho \Delta V$$

visto che in un tempo Δt la massa Δm_1 di fluido che attraversa la sezione A_1 deve essere uguale alla massa Δm_2 che nello stesso intervallo di tempo esce attraverso A_2

EQUAZIONE DI BERNOULLI

Quindi

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \rho \Delta V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \Delta V v_1^2$$

- Adesso calcoliamo il lavoro totale L fatto da tutte le forze che agiscono sul fluido. Quali sono queste forze? Sono la forza peso e le forze di pressioni in corrispondenza delle superfici A_1 e A_2 .

Quindi: $L = L_{\text{peso}} + L_{\text{pressioni}}$.

$$\begin{aligned} L_{\text{peso}} &= U_1^{\text{peso}} - U_2^{\text{peso}} = \Delta m_1 g y_1 - \Delta m_2 g y_2 = \Delta m g y_1 - \Delta m g y_2 \\ &= \rho \Delta V g y_1 - \rho \Delta V g y_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\text{pressioni}} &= F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 = (p_1 A_1) \Delta x_1 - (p_2 A_2) \Delta x_2 = \\ &= p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2 = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V \end{aligned}$$

dove si è tenuto da conto che la pressione in 1 spinge il fluido, ma a questo si oppone in 2 la pressione p_2 (da cui il segno meno).

EQUAZIONE DI BERNOULLI

Quindi uguagliando il lavoro totale con la variazione di energia cinetica

$$L = K_2 - K_1 ,$$

si ottiene:

$$\frac{1}{2}\rho \Delta V v_2^2 - \frac{1}{2}\rho \Delta V v_1^2 = [\rho \Delta V g y_1 - \rho \Delta V g y_2] + [p_1 \Delta V - p_2 \Delta V]$$

da cui

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

La formula del teorema di Bernoulli puo` essere infatti vista come la legge di conservazione dell'energia di una particella estesa ad un fluido.

N.B.: dov e` che stiamo usando il fatto che il fluido sia perfetto? Nel trascurare la viscosita`, ovvero abbiamo trascurato gli sforzi di taglio che altrimenti agirebbero determinando una dissipazione di energia.

N.B.: si noti anche che le forze pressioni chje agiscono sul mantello laterale del tubo non compiono lavoro perche` ortogonali allo spostamento del fluido.