

MODELLI INFLAZIONARI **

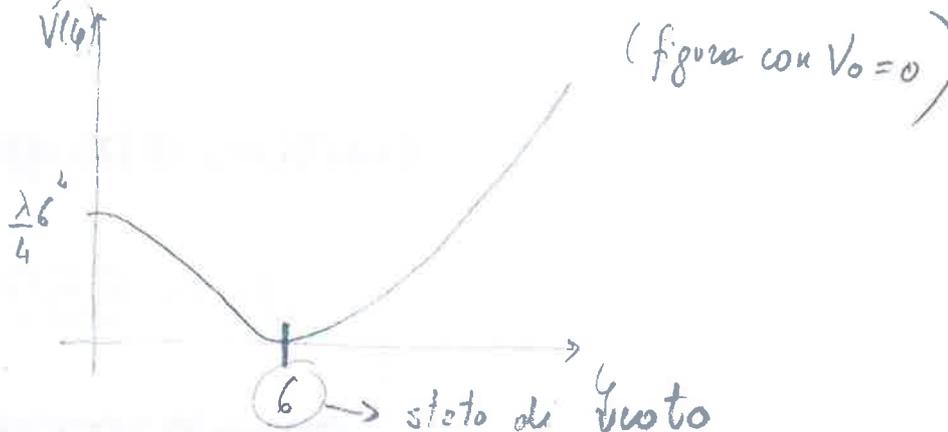
** In questo blocco di note riassumo alcuni dei primi modelli inflazionari che furono proposti, (anche) con lo scopo di mettere in evidenza quali sono le caratteristiche principali che si sono poi mantenute nella visione "moderna" che abbiamo oggi dei modelli inflazionari. Inoltre, con l'esempio del potenziale di Coleman-Weinberg, si coglie l'occasione di vedere concretamente quali possono essere le difficoltà principali e gli ingredienti principali nella costruzione di un modello inflazionario.

15

Guth '81 (Vecchia inflazione)

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \phi_0^2)^2 + V_0$$

massa < 0



Questo potenziale è l'esempio classico di rottura spontanea di simmetria (V è invariante x la trasformazione $\phi \rightarrow -\phi$, tale simmetria non è rispettata dallo stato di vuoto). $V(\phi)$ è il potenziale a temperatura $T \rightarrow 0$. A $T \neq 0$ dobbiamo

tenere conto di una energia interna del sistema più alta: $V(\phi)$ non è altro che il primo termine di uno sviluppo di un potenziale $V(\phi; T)$. Precisamente:

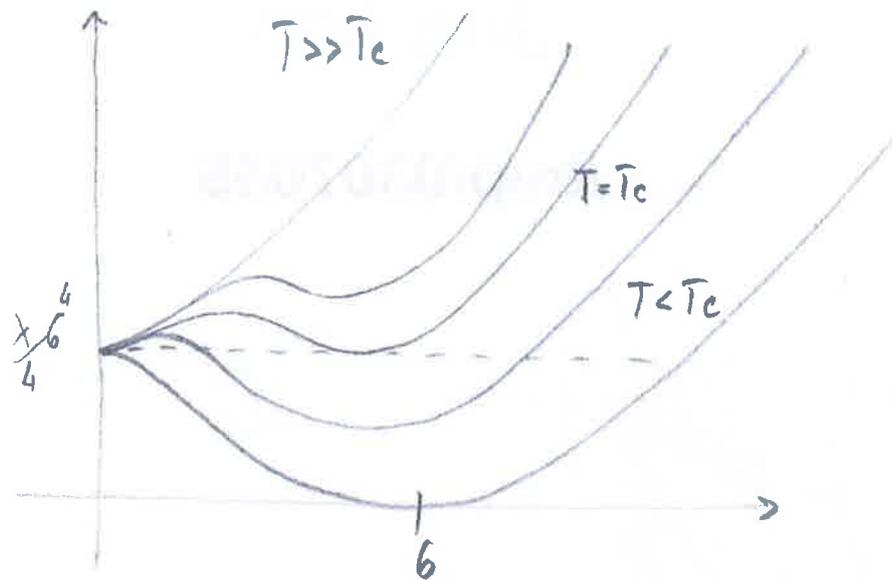
$$V(\phi, T) = V(\phi) + a^2 \phi^2 T^2 + \beta T^4 + \gamma |\phi|^3 T^3 \quad (3)$$

a, β costanti adimensionali - (ricorda ϕ rappresenta dei bosoni scalari $\beta = \frac{\pi^2}{30}$; comunque βT^4 non fa che spostare $V(0; T)$ e d'ora in avanti si può fare e meno di considerarlo)

L'Eq. (3) tiene conto che a $T \neq 0$ devo considerare il contributo di particelle relativistiche (fluido di radiazione) che domina ad alte temperature -

Esempio: provare a prendere $\gamma < 0$ -

Il termine $2^2 \phi^2 T^2$ domina al di sopra di una certa (16) temperatura critica T_c . In questo regime $\phi=0$ è un minimo assoluto. Man mano che T diminuisce inizierà a comparire un'altra concavità che tende ad abbassarsi sempre più (vedi figura)



(La T_c è definita come quella T alla quale $V_T(\phi=0) = \frac{\lambda 6^4}{4}$ è uguale al valore del secondo minimo locale)

Quando $T < T_c$ il vero minimo del sistema è a $\phi = 6$. Per questo motivo $\phi = 0$ viene anche chiamato stato di falso vuoto, mentre $\phi = 6$ stato di vero vuoto.

Nel modello di Guth quindi inizialmente domina la radiazione

$$\rho(T) = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$$

$$g_*(T) = \sum_{\text{bosoni}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermioni}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4$$

Ma mano che T cresce il sistema rimane intrappolato nel falso vuoto. Tenendo conto di questo fatto la precedente espressione

va modificata in

$$\rho(T) = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4 + \rho_0$$

$$\rho_0 = \frac{1}{4} G^4 \text{ energia del falso vuoto -}$$

Quando T è sufficientemente bassa, ρ_0 domina e

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_0 : \text{ l'universo si trova in un'epoca di de-Sitter}$$

e inizia a comparire il vero vuoto. A questo punto si ha una transizione di fase.

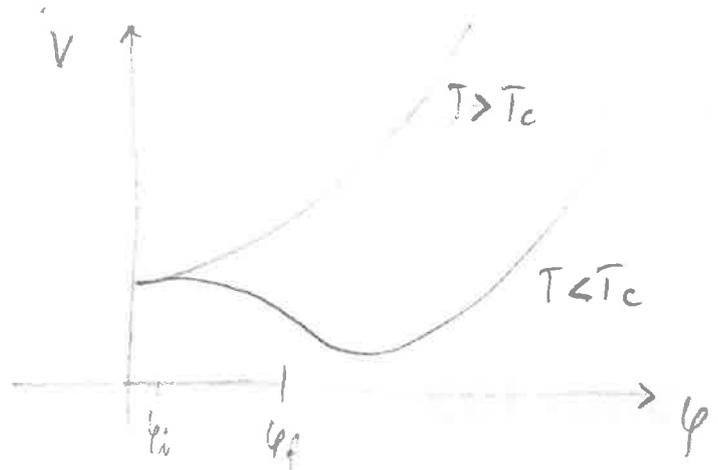
Quindi nel modello di Guth l'inflazione è legata ad una transizione di 18
fase ad alta temperatura. Questa transizione di fase consiste nel
passaggio del campo scalare del falso vuoto ^{→ stato metastabile} al vero vuoto: anche $T < T_c$
(e rimane intrappolato nel falso vuoto a causa della barriera
di potenziale tra i due minimi (fenomeno del supercooling) -
Il passaggio al vero vuoto può avvenire allora o per effetto quantistico
quando la barriera di potenziale è piccola, o anche classicamente
quando a T ancora più basse la barriera non c'è
più - Quando il sistema raggiunge il vero vuoto viene liberato
del calore latente (corrispondente alla differenza ΔV tra il
falso e il vero vuoto) riportandolo con il sistema a $T \approx T_c$ -
(fenomeno del reheating) -

Transizioni di fase che avvengono con questo meccanismo e
con potenziali del tipo in figura indicano del primo ordine.

Problema principale di questo modello:

graceful exit problem (transizione avvenuta con bolle di vero
vuoto su un background di falso vuoto che si espande a $v > c$
 \Rightarrow le bolle non riescono a formare una regione sufficientemente
grande da essere identificata col nostro universo
osservabile e per lo stesso motivo non c'è una terminazione
efficace del calore latente che rimane intrappolato
nelle singole bolle) -

Il problema della "vecchia Inflazione" viene risolto con un potenziale diverso:



Tra $[\phi_i, \phi_f]$ il potenziale $V(\phi, T)$ in $T \rightarrow 0$ rimane approssimativamente costante.

Inizialmente ϕ è intrappolato a $\phi = 0$, poi man mano che T scende inizia a rotolare lentamente lungo il potenziale. In questo caso non barriera di potenziale (no effetto tunnel ma il campo risente di una forza clinica debole) e no formazione di bolle, bensì c'è differente rotolare in diverse regioni (dominii), si parla in questo caso di decomposizione spinoidale: non più tante bolle che devono percolare ma una sola regione che contiene l'orizzonte (e lento rotolamento permette che la fase inflazionaria duri un m^2 sufficiente di e-foldings tale da far sì che una regione iniziale si espanda con da contenere il nostro universo attualmente osservabile).

È con questo tipo di modello che si inizia a parlare di lento rotolamento (nel modello di Guth il campo è fisso)

Fine inflazione: il campo scalare inizia a vedere il minimo di vero vuoto, oscilla in modo smorzato $x \bar{x}$ nel contempo decede in altre particelle cedendo la sua energia cinetica (rilascio calore latente, reheating) e inizia così l'evoluzione.

(20)
 standard di un universo dominato da radiazione (e poi materia)
 prodotti del decadimento di ϕ

ex - potenziale Coleman - Weinberg

$$V(\phi) = B \frac{G^4}{2} + B \phi^4 \left[\ln \left(\frac{\phi^2}{G^2} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

deriva dalle interazioni
 del campo scalare
 (di Higgs) con altre
 particelle (bosoni di
 gauge e fermioni)

Per $\phi \ll G$:

$$V(\phi) \approx B \frac{G^4}{2} - \lambda \frac{\phi^4}{4} \quad \text{con} \quad \lambda \approx \left| 4B \ln \left(\frac{\phi^2}{G^2} \right) \right| \approx 10 - 100 B$$

vicino a $\phi \approx 0$ $V(\phi) = \frac{B G^4}{2}$ e $H^2 \approx \frac{4\pi}{3} G B G^4$

tipicamente $B \approx 10^{-3} \Rightarrow \lambda \sim O(1)$ (B sarebbe $B = \frac{25}{16} g_{\text{GUT}}^2$)
 $G \approx T_c \approx 10^{15} \text{ GeV}$ e risulta $H^2 \approx (10^{10} \text{ GeV})^2$

con questi numeri si possono fare degli ordini di grandezza
 per vedere in dettaglio i problemi di questo modello
 (vedi più avanti)

Problemi principali del modello:

i) non è vero che $\langle S\phi^2 \rangle \ll \langle \phi_0^2(t) \rangle \Rightarrow$ analini semiclassici
 non più valido, uno deve tenere da conto anche le
 fluttuazioni quantistiche. Questo spinge il campo verso
 il vero vuoto più velocemente \rightarrow il potenziale di Coleman
 Weinberg non è poi così piatto.

ii) Come vedremo le fluttuazioni in ϕ producono delle perturbazioni nella densità di energia ($\delta\rho\rho \approx \frac{\partial V}{\partial\phi} \delta\phi$) -

Si ritiene che formassero le prime disomogeneità delle quali, per successiva instabilità gravitazionale, si sono formate le strutture su grande scala nell'Universo (galassie, ammassi di galassie) e le anisotropie del CMB -

In questi modelli $\delta\rho\rho \sim O(\lambda^2)$ con λ , cost d'accoppiamento $\lambda \times 4$ -
perturbazioni di densità con ampiezze troppo grandi!

(si trova $\delta\rho\rho \sim O(1-100)$), come si può aspettare dato che $\delta\phi$ è gran

Dalle osservazioni sulle anisotropie del CMB $\delta\rho\rho \sim 10^{-5}$

Affinché $\delta\rho\rho \sim 10^{-5}$ bisogna ridurre λ (o B) almeno di un fattore 10^{-10} -

Che cosa vorrebbe dire questo però? Ricordando il significato di λ (e B) vorrebbe dire abbandonare tutte le costanti di accoppiamento di ϕ con gli altri campi. Ma allora si pone un problema: come si può spiegare che il campo scalare ϕ stia nel bagno termico (meccanismo alla transizione di fase). Ovvero: come fa il campo ϕ a stare in equilibrio termodinamico se gli accoppiamenti sono bassi?

(e inoltre difficoltà a la fase di reheating: T rel troppo bassa per produrre asimmetria bariónica)

ESERCIZIO SU MODELLO DI INFLAZIONE NUOVA (φ_f fa vedere che $\frac{\delta\varphi}{\varphi}$ è troppo grande)

$$N(\varphi_i \rightarrow \varphi_f) = \int_{\varphi_i}^{\varphi_f} H dt = -3 \int_{\varphi_i}^{\varphi_f} d\varphi H^2 \frac{1}{V'(\varphi)} = -8\pi G \int_{\varphi_i}^{\varphi_f} d\varphi \frac{V}{V'}$$

2/bis

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{V'}{3H}$$

Se $V(\varphi) \approx \frac{B\varphi^4}{2} - \lambda\varphi^4$, $V' \approx -\lambda\varphi^3$ e

$$N(\varphi_i \rightarrow \varphi_f) \approx +3\lambda^{-1}H^2 \int_{\varphi_i}^{\varphi_f} \frac{1}{\varphi^3} d\varphi = \frac{3H^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{\varphi_i^2} - \frac{1}{\varphi_f^2} \right)$$

lento rotolamento: $|V''| \ll H^2 \rightarrow$ richiediamo sia valido fino a

$$|V''(\varphi_f)| \sim 10H^2 \Rightarrow \varphi^2 \ll \varphi_f^2 \approx \frac{3H^2}{\lambda} \approx (30-300)H^2$$

$$V'' = -3\lambda\varphi^2$$

Riconoscendo che $H^2 \sim (10^{10} \text{ GeV})^2$ possiamo assumere $\varphi_i \approx (10^8 - 10^9) \text{ GeV}$ e ricorrendo a $N > 1000$, di nuovo sufficiente per risolvere il problema dell'orizzonte -

Anticipiamo che:

$$\frac{\delta\varphi}{\varphi} \approx \frac{H^2}{\dot{\varphi}} \Big|_{N\lambda} \approx -\frac{3H^3}{V'(\varphi)} \Big|_{N\lambda} \approx \frac{3}{\lambda} \left(\frac{H}{\varphi} \right)^3$$

$$N(\varphi \rightarrow \varphi_f) \approx \frac{3H^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{\varphi^2} - \frac{1}{\varphi_f^2} \right) \approx \frac{3H^2}{2\lambda} \varphi^{-2} \Rightarrow \frac{H}{\varphi} \approx \left(\frac{2}{3} \lambda N_\lambda \right)^{1/2}$$

$\Rightarrow N_\lambda \frac{\delta\varphi}{\varphi} \approx \left(\lambda^{1/2} N_\lambda \right)^{3/2} \left(\frac{2}{3} \right)^{1/2} \Rightarrow \frac{\delta\varphi}{\varphi} \sim 10^2 !$

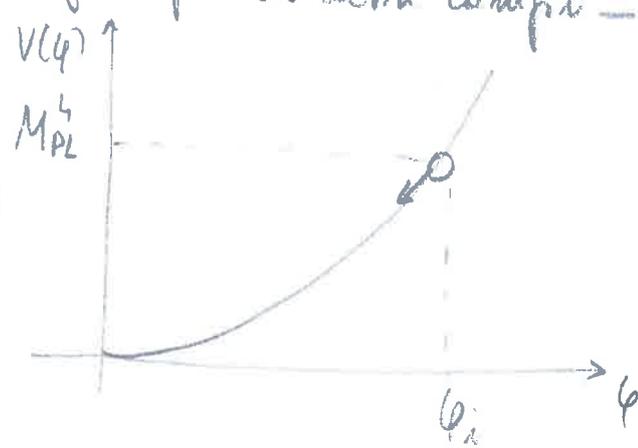
INFLAZIONE CAOTICA (Linde 1983)

Visto il problema della nuova inflazione, si cerca di spiegare l'inflazione come dal discono relativo alle transizioni di fase e all'equilibrio termodinamico

Supponiamo $V(\varphi) = \frac{\lambda}{4} \varphi^4$, con λ sufficientemente piccolo \Rightarrow non c'è ragione di aspettarsi che a $t \sim t_{\text{Planck}}$ φ sia suo ovunque, ma potrà assumere qualsiasi valore compreso tra $-\frac{M_{\text{Pl}}}{\lambda^{1/4}}$ e $+\frac{M_{\text{Pl}}}{\lambda^{1/4}}$

(in modo tale che $V(\varphi) \leq M_{\text{Pl}}^4$) : domini omogenei ed isotropi con φ che assume diff. valori (da cui il nome di inflazione caotica) - In pratica a $t \sim t_{\text{Planck}}$ fa il principio di indeterminazione $\Delta E \Delta t \sim 1$, V può essere conosciuto solo con una accuratezza pari a M_{Pl}^4 , e non so dove sta il campo. In ciascuno dei domini il campo rotola lentamente. Quindi la dinamica è quella del lento rotolamento, ma le condizioni iniziali sono diverse (risolto il problema della fase termica \rightarrow si può infatti vedere che gli effetti di alte temperature non ci sono perché $V(\varphi) \sim M_{\text{Pl}}^4$ è sempre dominante rispetto a fred) -

Avremo fa avere $S_{\text{pl}} \sim 10^5 \Rightarrow \lambda$ molto piccoli ($\lambda < 10^{-10}$) : ma adesso questo è un problema nuovo cioè perché qui il campo scalare non interagisce più con altri campi -



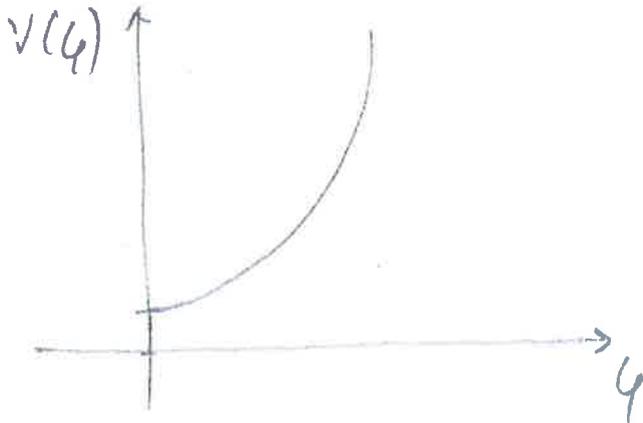
$V(\varphi) = \frac{\lambda}{4} \varphi^4$ or $V(\varphi) = \frac{m^2}{2} \varphi^2$
tipicamente inflazione se $\varphi > 3M_{\text{Pl}}$ -

c. Modelli ibridi: $M_V > 2E_V$ (Linde 1991)

ϕ evolve verso un minimo con energia del vuoto $\neq 0$.

In questo caso la fine dell'inflazione è causata dalla instabilità in un secondo campo scalare.

Potenziali tipici $V(\phi) = \Lambda^4 \left[1 + \left(\frac{\phi}{\mu} \right)^p \right]$



Modelli tipicamente incorporati in supersimmetria

ex:

$$V = \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda (\tau^2 - M^2)^2 + \frac{1}{2} \lambda' \tau^2 \phi^2$$

secondo campo che alla fine diventa instabile
all'inizio è intrappolato in $\tau=0$ da $\phi \neq \phi_{critico}$

\Rightarrow in questo regime $V = V_0 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2$,

$$V_0 = \frac{1}{4} \lambda M^4$$

Si veda anche, per esempio, il libro di testo "Cosmological Inflation and Large-Scale Structure", di A. Liddle and D. Lyth., (nella versione Cambridge University Press 2000, sezione 8.4).