FACOLTA' DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale,
Meccanica, Meccatronica
Canale ....
Compito del 22 giugno 2009

ROSA

Un proiettile viene lanciato all'istante t = 0 dall'origine di un sistema cartesiano, con una velocita iniziale v_0 = 22.5 m/s. All'istante t_1 = 1.7 s il proiettile si trova ancora nella fase di salita e la sua velocita' e' v_1 = 13.4 m/s. Determinare :

1) l'angolo fra la velocita' iniziale v_0 e l'asse x (angolo di tiro);
2) le componenti tangenziale e normale dell'accelerazione all'istante t_1;
3) la posizione del bersaglio B posto sull'asse x che viene colpito nell'istante in cui il proiettile ritorna a terra;
4) il tempo di volo per colpire il bersaglio B.

θ (gradi)	67.0	21.2	53.7	12.9
a_T [m/s^2]	-1.08	-5.12	-3.45	-12.4
a_N [m/s^2]	3.34	9.74	6.38	1.83
x_B [m]	49.29	222.3	24.56	164.0
t [s]	2.25	12.7	3.70	6.39

Il moto del proiettile si svolge nel piano verticale, sotto l'azione dell'accelerazione di gravità:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\theta \\ v_y = v_0 sen\theta - gt \end{cases} \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \Rightarrow \quad sen\theta = \frac{v_0^2 - v^2 + (gt)^2}{2gtv_0} = 0.806 \quad \Rightarrow \quad \theta = 53.7°$$

La velocità e l'accelerazione tangenziale sono parallele e hanno verso opposto nella fase di salita. Il modulo dell'accelerazione è g. Chiamato α l'angolo che la velocità fa con l'asse delle x all'istante t_1 si ha:

$$\begin{cases} v_x(t_1) = 13.32 m/s \\ v_y(t_1) = 1.47 m/s \end{cases} \qquad tg\alpha = 0.11 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 6.3°$$

$$a_T = -g\cos(90-\alpha) = -1.075 m/s^2 \qquad a_N = \sqrt{g^2 - a_N^2} = 9.74 m/s^2$$

La gittata e il tempo di volo sono dati da:

$$x_{MAX} = \frac{v_0^2 sen 2\theta}{g} = 49.29 m \qquad t_{MAX} = \frac{2v_0 sen\alpha}{g} = 3.7 s$$

L'asta di una bandiera è costituita da due sbarre omogenee consecutive lunghe ciascuna L=1.5 m, la prima, incernierata alla parete nel punto O, di massa m_1=33 kg e la seconda di massa m_2=16.5 kg. Inizialmente l'asta è tenuta in equilibrio da una fune inestensibile orizzontale che congiunge la parete verticale di appoggio con il punto di mezzo della sbarra superiore. L'asta fa un angolo θ=35° con la parete verticale.

Si determinino:

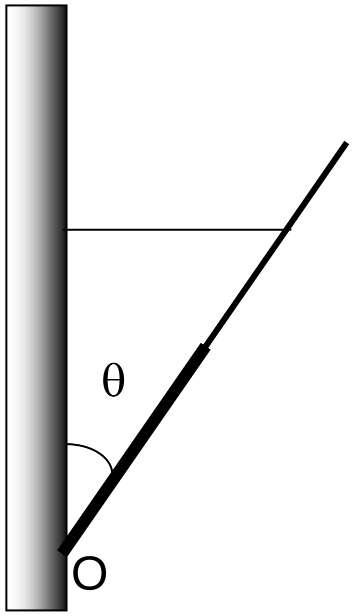
- la tensione nella fune
- il modulo della reazione vincolare R nel punto O,
- l'angolo che la reazione fa con la parete verticale,

Viene tagliata la fune e l'asta ruota sotto l'azione della sua forza peso, frenata da un momento di attrito costante sulla cerniera in O. Si osserva che quando il centro di massa dell'asta passa per l'orizzontale la sua velocità angolare è ω=2 rad/s

Si determinino

- il momento di inerzia dell'asta per rotazione attorno al punto O
- il modulo del momento di attrito

T(N)	230.5	188.7	94.4	113.6
R(N)	520.5	407.2	485.1	347.8
α (°)	15.7	35.0	21.2	47.5
I(kgm^2)	198.0	111.4	87.5	220.6
M_{att} (Nm)	150.4	306.7	285.4	250.8



Le forze che agiscono sull'asta sono la forza peso, la tensione della fune e la reazione vincolare in O. Si può calcolare l'equilibrio dei momenti rispetto alpunto O, nel quale la reazione non agisce. Assumendo un sistema di riferimento cartesiano ortogonale levogiro con l'asse x orizzontale e l'asse y verticale, la prima e la seconda equazione cardinale della dinamica danno:

$$0 = (m_1 + m_2)\vec{g} + \vec{R} + \vec{T} \qquad 0 = \vec{M}_{O,T} + \vec{M}_{O,peso}$$

$$\begin{cases} 0 = -(m_1 + m_2)g + R_y \\ 0 = R_x - T \\ 0 = -g\dfrac{L}{2}(m_1 + 3m_2)sen\theta + \dfrac{3}{2}LT\cos\theta \end{cases} \qquad \vec{r}_{CM} = \frac{L}{2}\frac{m_1 + 3m_2}{m_1 + m_2}sen\theta \cdot \vec{u}_x + \frac{L}{2}\frac{m_1 + 3m_2}{m_1 + m_2}\cos\theta \cdot \vec{u}_y$$

Da sopra si ricava:

$$\begin{cases} R_y = (m_1 + m_2)g = 485.1N \\ R_x = T \\ T = \frac{g}{3}(m_1 + 3m_2)tg\theta = 188.7N \end{cases} \qquad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 520.1N \qquad tg\alpha = \frac{R_x}{R_y}$$

$\alpha = 21.26°$

Il momento di inerzia dell'asta, per rotazione attorno ad O è la somma dei momenti di inerzia delle due sbarre che la costituiscono:

$$I_{tot} = I_1 + I_2 \qquad I_1 = \frac{m_1 L^2}{3} = 24.75kgm^2 \qquad I_2 = \frac{m_2 L^2}{12} + m_2\left(L + \frac{L}{2}\right)^2 = \frac{7}{3}m_2 L^2 = 86.63kgm^2$$

$$I_{tot} = 111.4kgm^2$$

Quando la fune viene tagliata, il moto si svolge sotto l'azione della forza peso (conservativa) e dell'attrito (non conservativo). Il lavoro fatto dal momento di attrito è uguale alla variazione di energia meccanica. Ponendo lo zero dell'energia potenziale della forza peso nella posizione orizzontale si ha:

$$E_f - E_i = W_{att}$$

$$E_i = \frac{L}{2}(m_1 + 3m_2)g\cos\theta = 496.7J \qquad E_f = \frac{1}{2}I_{tot}\omega^2 = 222.75J$$

$$W_{att} = -M\varphi \qquad \varphi = 90 - 35 = 55° = 0.96rad \qquad M = 285.4Nm$$

Un cilindro munito di pistone scorrevole senza attrito contiene del gas ideale monoatomico, ed è inizialmente in equilibrio con una sorgente a temperatura $T_A = 200K$, alla pressione atmosferica $P_O = 10^5 Pa$. Mantenendo il pistone bloccato, si porta il sistema a contatto con una sorgente a temperatura $T_B = 600K$, fino al nuovo equilibrio. Si misura che in questa trasformazione il calore scambiato con la sorgente è $Q_{AB} = 5500J$. Il sistema è poi isolato dalla sorgente, il gas viene fatto espandere molto lentamente, fino a essere riportato alla pressione atmosferica iniziale. Infine, rimanendo sempre in equilibrio con la pressione atmosferica, il sistema è rimesso in contatto con la sorgente iniziale chiudendo il ciclo. Calcolare:

1. Il lavoro prodotto in un ciclo
2. Il rendimento
3. **a: per gli studenti iscritti al primo anno di corso quest'anno. Ordinamento legge 270**
   La variazione di entropia dell'universo, a seguito del ciclo
   b: per gli studenti degli anni precedenti. Ordinamento legge 509
   La variazione di energia interna della sorgente calda

W(J)	1223	1734	4253	981
η	0.095	0.22	0.34	0.021
ΔS(J/K)	8.45	2.37	12.2	4.83
ΔU_A(J)	3046	4277	1532	2827

Il ciclo è composto da una trasformazione isocora, da un'adiabatica reversibile (quasi statica) e da un'isobara.

Nella trasformazione AB viene scambiato il calore Q_{AB}, portando il sistema dalla temperatura T_A alla temperatura T_B, il numero di moli di gas che costituiscono il sistema si ricava, allora, facilmente. Considerando che la trasformazione BC è adiabatica reversibile l'equazione di Poisson permette di calcolare T_C e quindi, noto T_C, si può calcolare il calore scambiato nella trasformazione CA. Di conseguenza il lavoro, che è anche uguale alla somma dei calori complessivamente scambiati.

$$T_B = 3T_A \quad \Rightarrow \quad p_B = 3p_A = 3p_0 \qquad n = \frac{Q_{AB}}{C_V(T_B - T_A)} = 1.103$$

$$T_B\, p_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C\, p_C^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \Rightarrow \quad T_C = T_B\left(\frac{p_B}{p_C}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B\left(\frac{3p_0}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 386.6\,K$$

$$Q_{CA} = nC_p(T_A - T_C) = -4277\,J$$

$$W = Q_{AB} + Q_{CA} = 1223\,J \qquad \eta = \frac{W}{Q_{ass}} = \frac{1223}{5500} = 0.222 = 22.2\%$$

Il gas non varia la sua entropia a seguito del ciclo, la variazione di entropia dell'universo è data solo dalla variazione di entropia delle sorgenti:

$$\Delta S_U = -\frac{Q_{AB}}{T_B} - \frac{Q_{CA}}{T_A} = 12.22\,J/K$$

Le sorgenti non compiono lavoro, il primo principio delle termodinamica comporta che:

$$\Delta U_{fredda} = 4277\,J$$