# Introduzione ai rivelatori di particelle

## Parte 2 luce e materia

## L'interazione di fotoni con la materia

- Ci interessano radiazioni X e $\gamma$ (energie ≥ 1keV)
- Al crescere dell'energia sono sono rilevanti i seguenti meccanismi:
  1. Effetto fotoelettrico — $h\nu \ll m_e c^2$
  2. Diffusione su elettroni — $h\nu \approx m_e c^2$
  3. Produzione di coppie $e^+e^-$ — $h\nu > 2m_e c^2$

- Diversamente dal caso delle particelle cariche, il fotone non perde in piccola parte della sua energia in molte interazioni
  - o non interagisce, penetrando nella materia
  - o viene diffuso a grande angolo (caso 2)
  - o interagisce cedendo completamente l'energia
  - non si può parlare di range, solo di probabilità di interazione

- Con un fascio di fotoni (monocromatico) si può parlare di diminuzione del flusso di fotoni (intensità)

$$-\frac{dI}{dx} = I\mu$$

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

$$N_f = \frac{I}{h\nu}$$

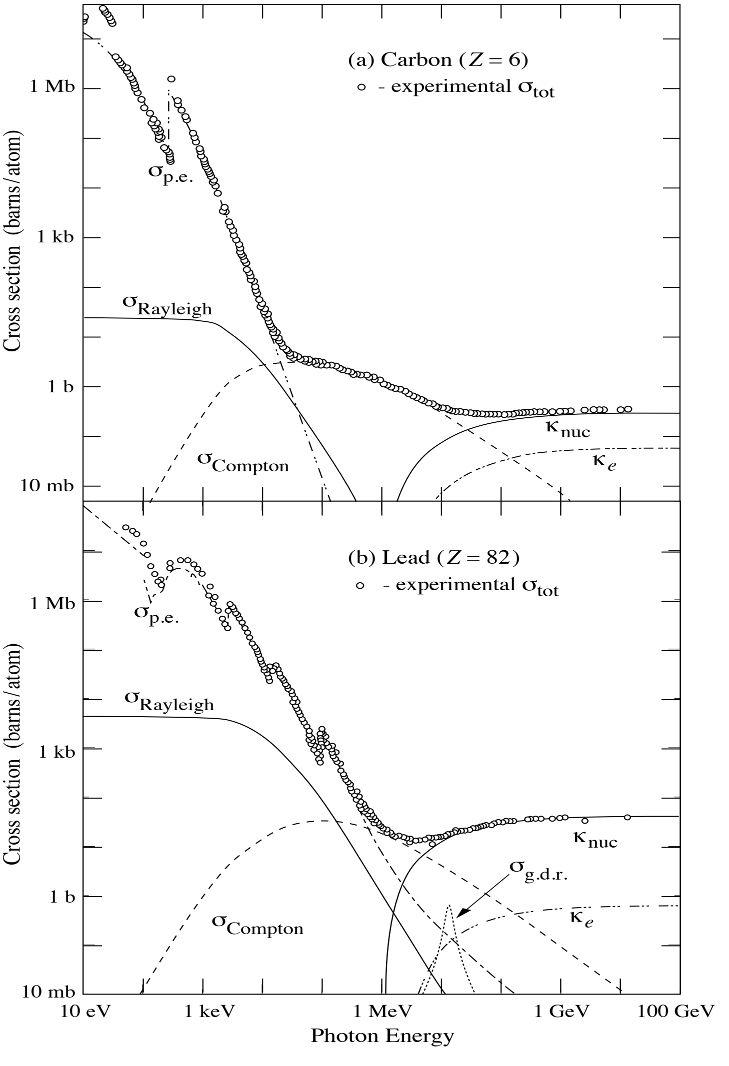
- $\mu$ = coefficiente di assorbimento

## coefficiente di assorbimento

- il coefficiente di assorbimento (in $cm^{-1}$ o in $cm^2/g$) è dato dal contributo dei vari processi:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A}\sigma_{Photo} + Z\frac{N_A}{A}\sigma_{Compton} + \frac{N_A}{A}\sigma_{Pair}$$

- Il coefficiente di attenuazione dipende fortemente dall'energia del fotone.



## effetto fotoelettrico

- il fotone cede l'energia ad un elettrone atomico, che viene emesso
  - in presenza del nucleo, per conservare il momento
  - per fotoni energetici vengono spesso interessati gli elettroni nei livelli energetici più interni 1S = K (≈80% della sezione d'urto)
  - Il riarrangiamento energetico può far emettere un altro fotone X, o anche un elettrone (elettrone Auger)

- Dipendenza dall'energia molto pronunciata

$$\sigma^{K}_{photo} \approx \sqrt{\left(\frac{32}{\varepsilon^{7}}\right)}\alpha^{4}Z^{5}\sigma_{Th}$$

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

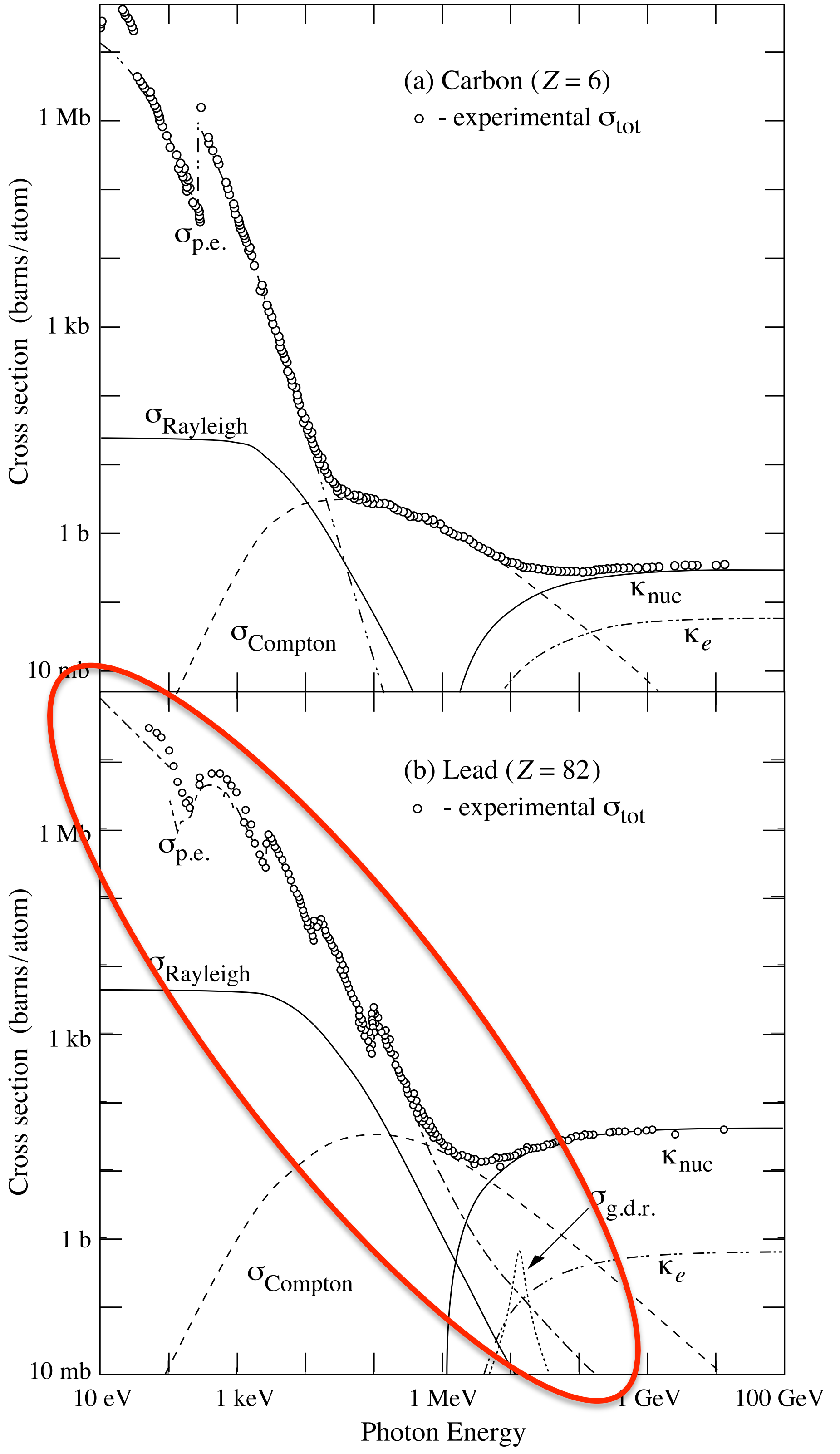
$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3}\pi r_e^2$$

  - diventa meno pronunciata per $\varepsilon > 1$

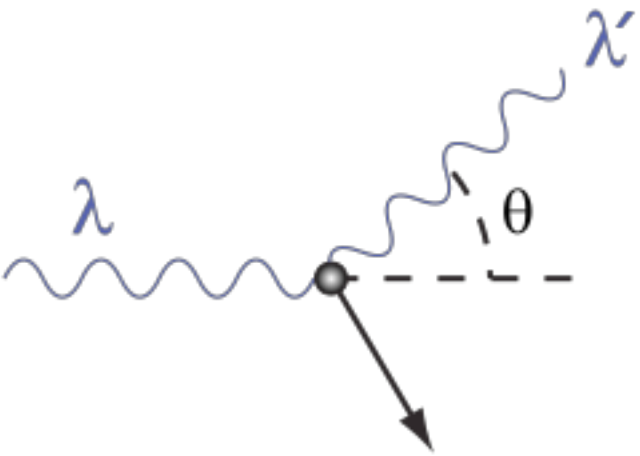
$$\sigma^{K}_{photo} \approx 4\pi r_e^2 Z^5 \alpha^2 \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

  - ci sono brusche variazioni in presenza dei livelli atomici (edge effects)
  - in ogni caso, notare la dipendenza da $Z^5$

## effetto fotoelettrico



## diffusione Compton




- diffusione $\gamma\, e^- \to \gamma\, e^-$ con l'elettrone libero (energia del fotone molto superiore all'energia di legame):

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) = \lambda_C(1-\cos\theta)$$

- La sezione d'urto differenziale è nota come formula di Klein-Nishina (1929), e integrata fornisce la probabilità d'interazione per elettrone (in cm$^2$/elettrone):

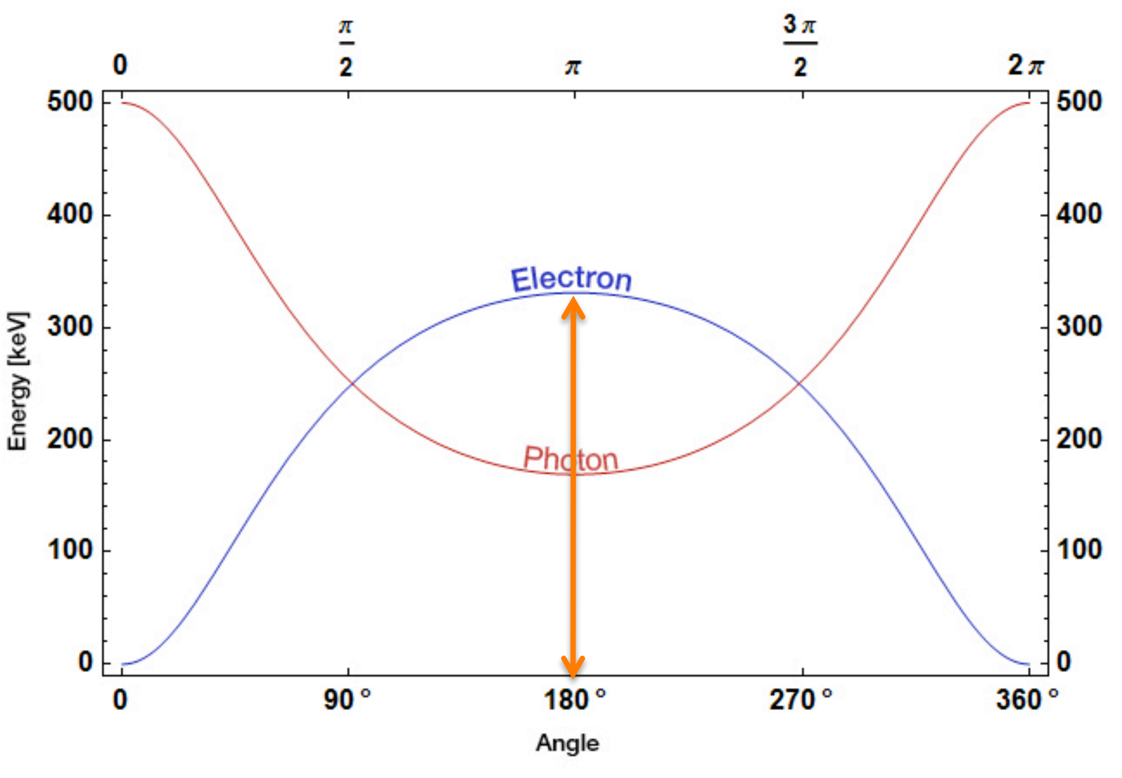
$$\sigma_C^e = 2\pi r_e^2 \left[ \left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2}\right)\left(\frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon}\ln(1+2\varepsilon)\right) + \frac{1}{2\varepsilon}\ln(1+2\varepsilon) - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon)^2} \right]$$

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

## diffusione Compton

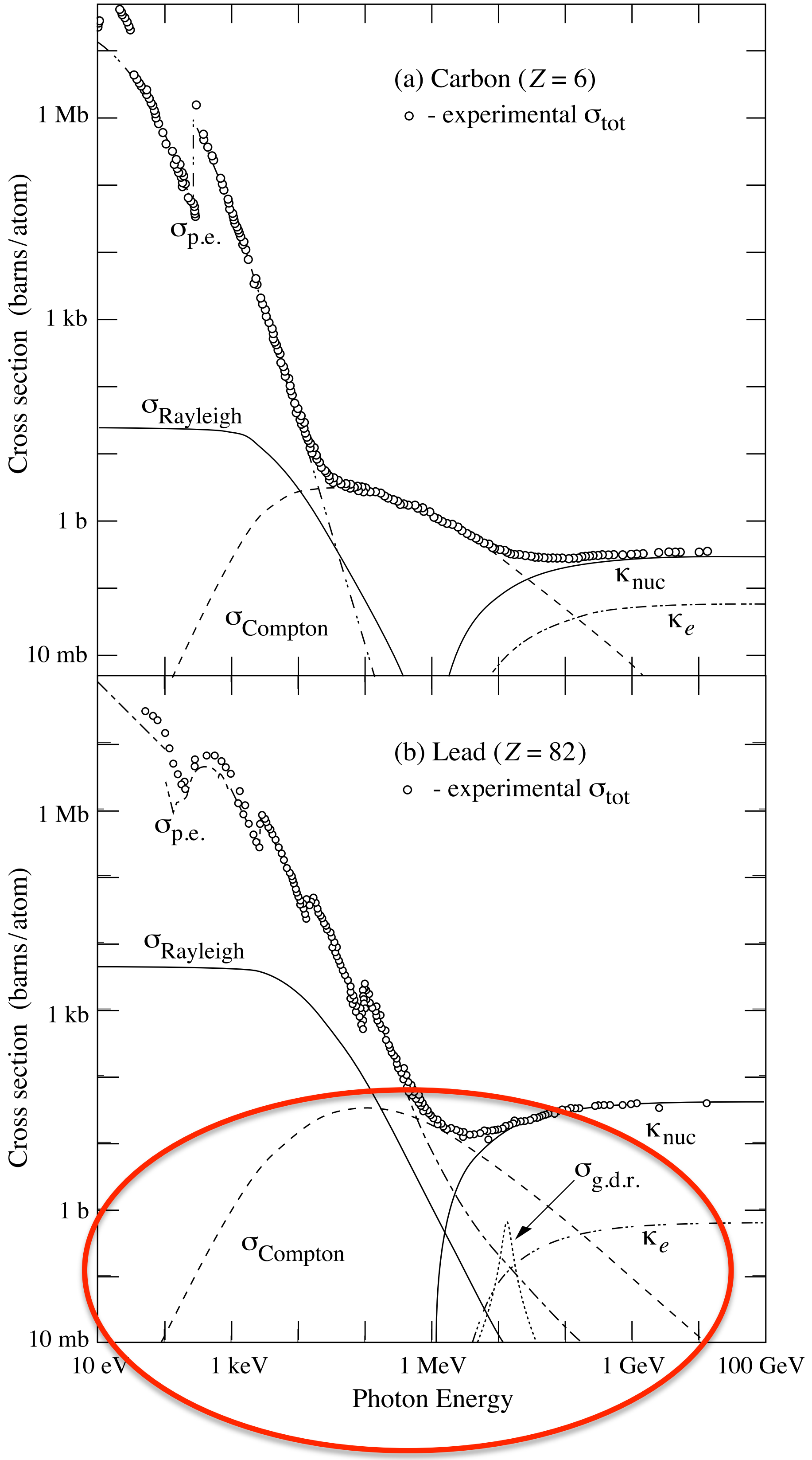
- La massima energia che l'elettrone può acquistare è

$$E^e_{MAX} = h\nu \frac{2\varepsilon}{1+2\varepsilon}$$

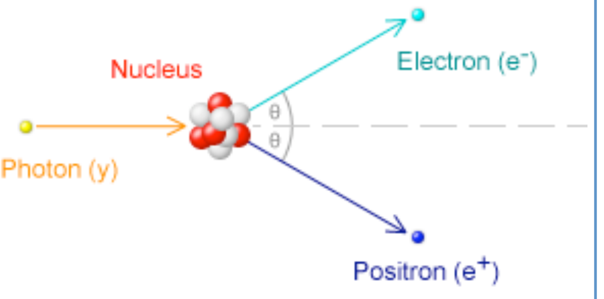



- Lo spettro di energia dell'elettrone diffuso (energia ceduta al mezzo ha un taglio al valore massimo (Compton edge)

# diffusione Compton



## Produzione di coppie $e^+e^-$




- $\gamma \rightarrow e^+e^-$
  - energia di soglia
    - $h\nu \geq 2m_e c^2 = 1.022\text{MeV}$
  - conservazione di energia e momento
    - serve nucleo spettatore

- Sezioni d'urto approssimate

$$\text{per } 2m_e c^2 \ll h\nu \ll \frac{m_e c^2}{\alpha} Z^{-1/3}$$

$$\sigma_{Pair} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[ \frac{7}{9} \ln\left( \frac{2h\nu}{m_e c^2} - f(z) \right) - \frac{109}{54} \right]$$

$$\text{per } h\nu \gg \frac{m_e c^2}{\alpha} Z^{-1/3}$$

$$\sigma_{Pair} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[ \frac{7}{9} \ln\left(183 Z^{-1/3} - f(z)\right) - \frac{1}{54} \right]$$

## Produzione di coppie $e^+e^-$

- NB per alte energie la sezione d'urto $\gamma \rightarrow e^+e^-$ non dipende da $\nu$

- Per completezza bisogna tenere conto anche della diffusione sul campo di un elettrone e non del nucleo
  - come nel caso del bremsstrahlung l'effetto è minore di un fattore Z
  - si introduce Z(Z+1) al posto di $Z^2$

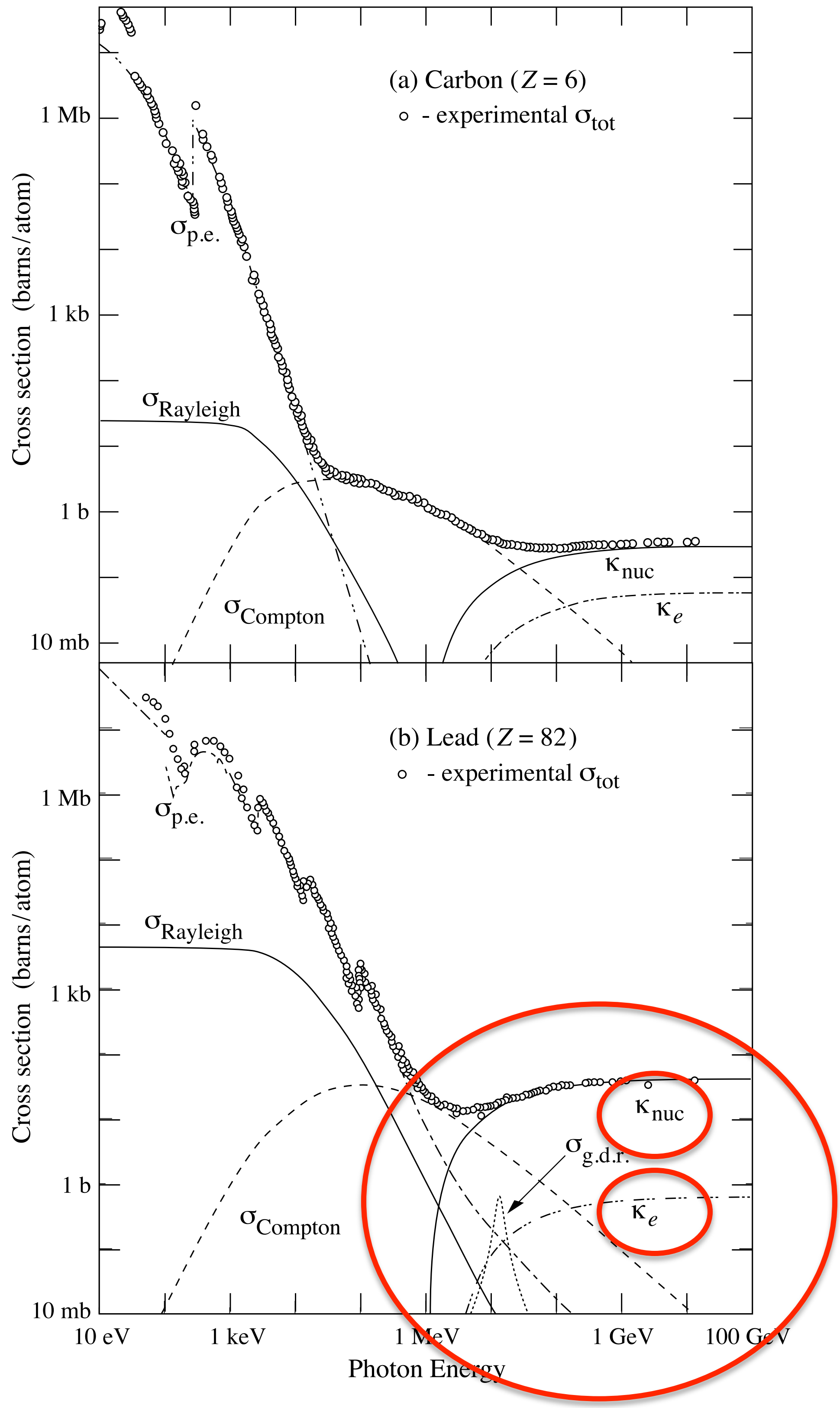
- coefficiente di assorbimento per alte energie:

$$\mu_{Pair} = \rho \frac{N_A}{A} \sigma_{Pair} = \frac{1}{\lambda_{Pair}}$$

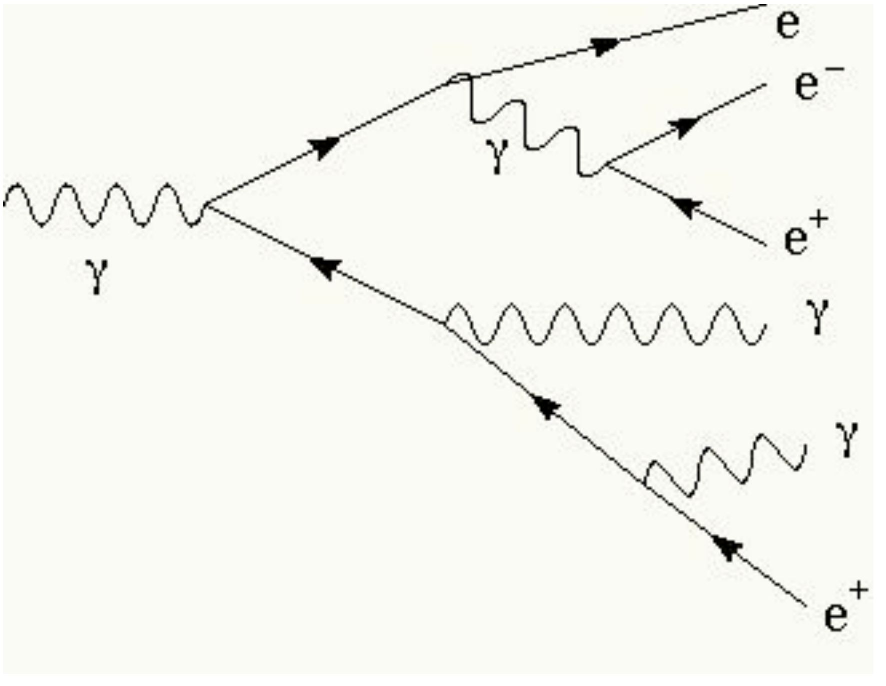
$$\frac{1}{\lambda_{Pair}} \approx \frac{7}{9} 4Z(Z+1)\alpha r_e^2 \left[\ln\left(183 Z^{-1/3}\right)\right] \approx \frac{7}{9}\frac{1}{X_0}$$

$$\lambda_{Pair} \approx \frac{9}{7} X_0 \approx 1.3 X_0$$

## Produzione di coppie $e^+e^-$



## sciami elettromagnetici




- Gli effetti combinati di produzione di coppie e bremsstrahlung generano un fenomeno molto rilevante
  - Un fotone di alta energia genera una coppia $e^+e^-$
  - l'elettrone e il positrone radiano fotoni per bremsstrahlung
  - i fotoni a loro volta creano altre coppie $e^+e^-$
  - il fenomeno si ferma quando i fotoni hanno energie sotto soglia per la creazione di coppie, e gli elettroni irradiano meno efficacemente (sotto l'energia critica)

⇒ Sciame elettromagnetico

- Il fenomeno è analogo se la particella iniziale è un elettrone
- Il fatto che $\lambda_{Pair} \approx X_0$ rende lo sciame molto simmetrico

## sciami elettromagnetici

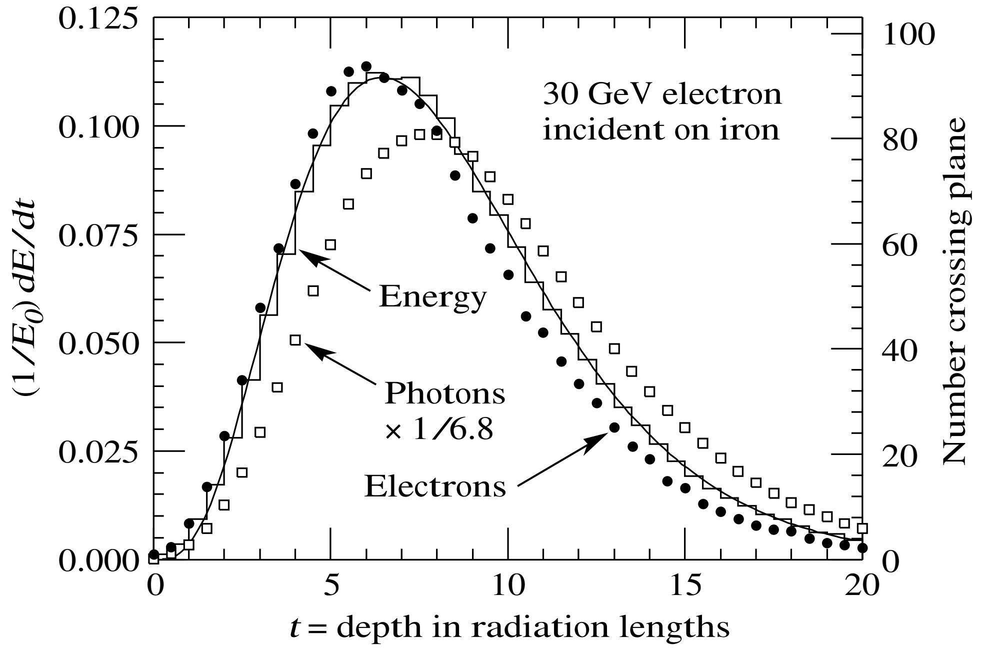
- Calcolo molto semplificato
  - se $\lambda_{Pair} \approx X_0$ si assume che ad ogni lunghezza di radiazione attraversata il numero di particelle raddoppia e l'energia per particella dimezza (in media)
  - Se l'energia iniziale del fotone o dell'elettrone è $E_0$ alla fine di t lunghezze di radiazione il numero di particelle è $N \approx 2^t$ e l'energia per particerlla è $E \approx E_0/N$
  - Lo sciame si arresta quando

$$E = \frac{E_0}{2^{t_{MAX}}} = E_C$$

$$t_{MAX} = \frac{\ln\left(E_0/E_C\right)}{\ln 2}$$

  - In realtà ovviamente non c'è un cut-off così netto, e l'andamento degli sciami si ottiene con programmi di simulazione

## sciami elettromagnetici




- Esempio nella figura: distribuzione della frazione di energia depositata per lunghezza di radiazione, per uno sciame da 30 GeV in Fe (il cut-off è a 1.5 MeV per la determinazione del numero di particelle per che attraversano un piano a profondità t)

- Una formulazione che approssima bene la curva (linea nel grafico) è:

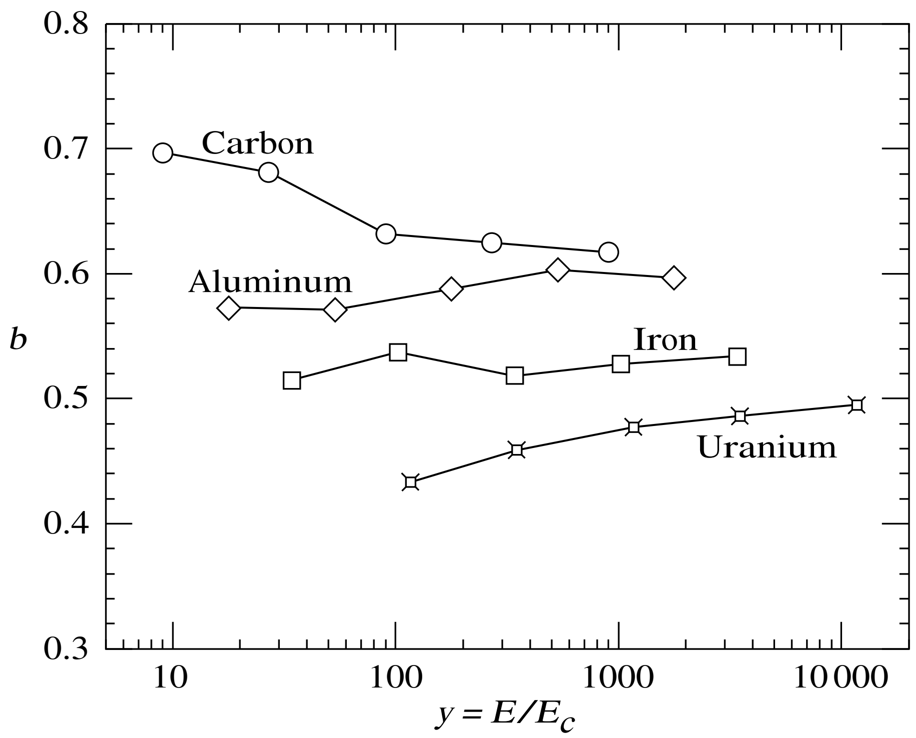
$$\frac{dE}{dt} = E_0 b \frac{(bt)^{a-1} e^{-bt}}{\Gamma(a)}$$

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt \qquad \Gamma(n) = (n-1)!$$

$$t_{\max} = \frac{x_{\max}}{X_0} = \frac{a-1}{b}$$

- con **a** e **b** parametri che dipendono dal materiale

## sciami elettromagnetici



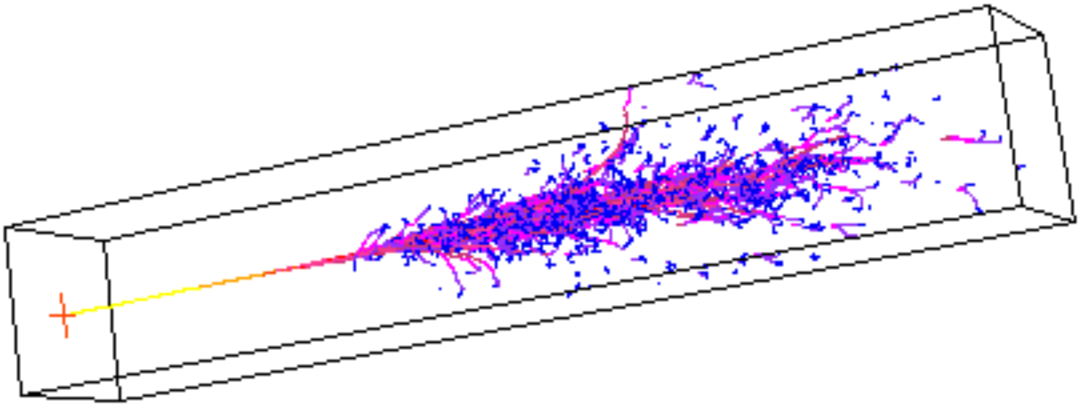

- Il valore di $t_{max}$ (in lunghezze di radiazione) rispettivamente per elettroni e fotoni può essere approssimato da:

$$t^{e}_{max} = \frac{a-1}{b} = \ln\frac{E_0}{E_C} - 0.5$$

$$t^{\gamma}_{max} = \frac{a-1}{b} = \ln\frac{E_0}{E_C} + 0.5$$

- quindi come atteso il picco dello sciame cresce logaritmicamente con l'energia. Ricavando **b** dalla figura in alto (o usando **b≈0.5**) si ricava a **a,** quindi la parametrizzazione dello sciame

## sciami elettromagnetici



- Sviluppo laterale dello sciame elettromagnetico. Si misura in termini del "raggio di Moliere"

$$R_M \approx X_0 \frac{21.2 MeV}{E_C}$$

$$R_M \approx 0.0265 X_0 (Z + 1.2)$$

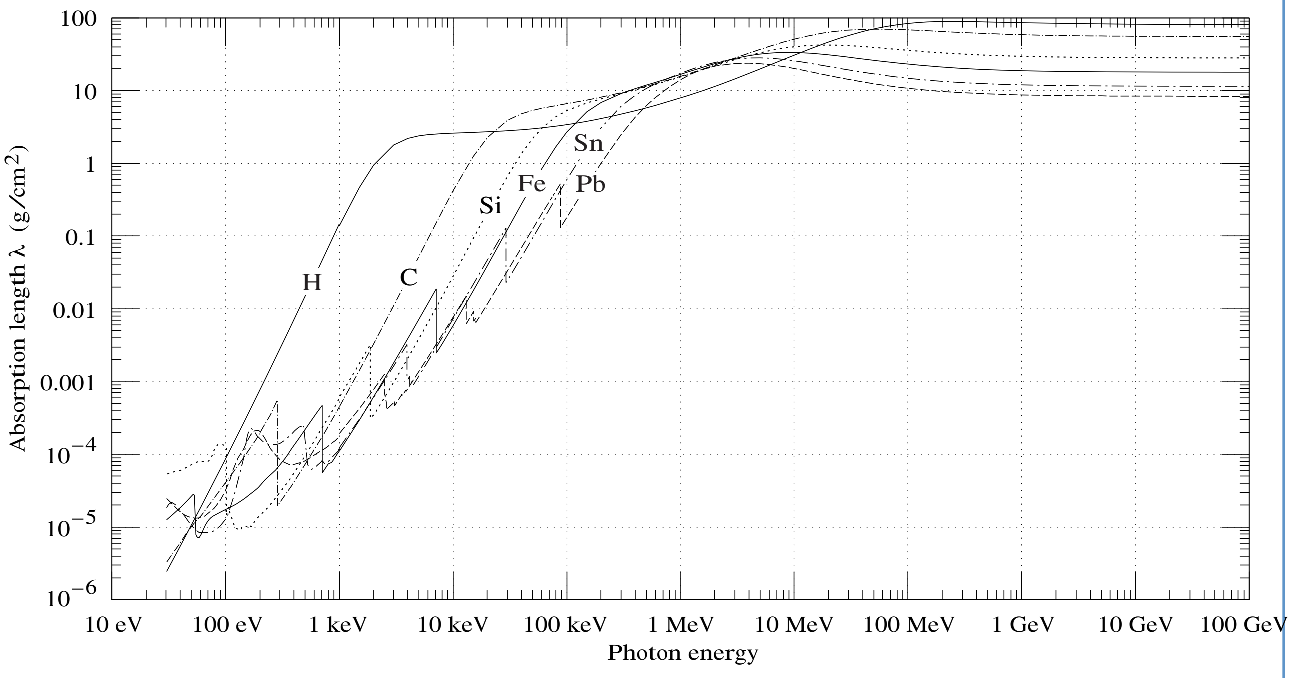
- più del 90% dell'energia è contenuto in un cilindro di raggio $2R_M$, e più del 99% entro un cilindro di raggio $3.5R_M$
- Esempio per il Pb
  - $R_M = X_0 \times 21.2/7.8 \quad = 2.7X_0$
  - $R_M = 0.0265X_0(82+1.2) \quad = 2.2X_0$

## cammino libero medio per i fotoni

- coefficiente di attenuazione e cammino libero medio:

$$\lambda = \frac{1}{\mu} \rightarrow I = I_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} = I_0 e^{-\mu x}$$

  – NB espresso in g/cm$^2$, va diviso per $\rho$




  – C'è un minimo di interazione (massimo cammino libero medio) per i materiali pesanti attorno a qualche MeV:

  – $\lambda \approx$ 20 gm/cm$^{-2}$, per il Pb ($\rho$ =11.34 g/cm$^3$) si ha $\lambda \approx$ 1.8cm

    - fotoni da qualche MeV penetrano facilmente qualche cm di piombo