2.Amplificatore Operazionale

Supponiamo di avere a disposizione, realizzato come indicato nel paragrafo precedente, un *amplificatore di tensione invertente* con guadagno infinito. Vedremo in seguito come esso potrà essere realizzato. Per ora preferiamo trattarlo come un operatore circuitale con guadagno *infinito*, impedenza d'ingresso molto alta (non necessariamente infinita) e impedenza d'uscita molto bassa (non necessariamente nulla).
Ovviamente un amplificatore di tale tipo non potrà essere usato se non controllando il suo guadagno effettivo attraverso la *controreazione* (in inglese *feedback*)
Controreazione significa portare in ingresso una porzione del segnale d'uscita. La teoria generale della controreazione dovrebbe essere nota perchè trattata in dettaglio in altri corsi. Qui ricordiamo solamente alcuni concetti essenziali. Un amplificatore controreazionato avrà lo schema a blocchi di Fig. 1.2.

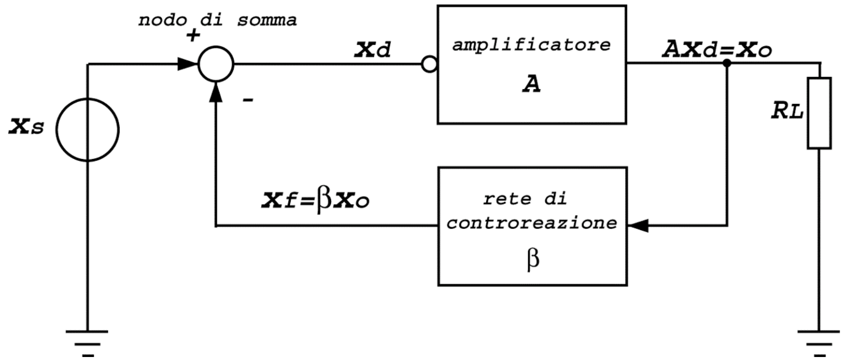

Fig. 1.2

b è detto *fattore di trasmissione* della maglia di controreazione. $\boldsymbol{x_d}$ è *segnale d'errore* o di differenza.
Definedo guadagno con controreazione $\boldsymbol{A_f}$ il rapporto fra il segnale d'uscita $\boldsymbol{x_o}$ e il segnale del generatore in ingresso, $\boldsymbol{x_s}$, risulta

$$A_f = \frac{x_o}{x_s} = \frac{x_d A}{x_d - \beta A x_d} = \frac{A}{1-\beta A} \tag{1.2}$$

Da notare che volutamente si è parlato di segnale generico, prescindendo da tensione o corrente. La (1.2) rimane comunque valida. Naturalmente A_f sarà numero puro solo se segnali d'ingresso e uscita hanno le stesse dimensioni.
Se il modulo dell'amplificazione con controreazione è minore della amplificazione senza controreazione siamo di fronte a *controreazione negativa o degenerativa,* viceversa avremmo *controreazione positiva o rigenerativa*.

Consideremo nel seguito quasi esclusivamente controreazione negativa con amplificatori a guadagno ***A*** *negativo e idealmente infinito*.
Nella Fig. 1.2 si vede che il segnale d'uscita ritorna in ingresso attraverso la maglia di controreazione e viene sottratto al segnale d'ingresso. Il fattore *–bA* è detto *guadagno dell'anello*.
Nel caso A sia molto grande, oppure sia *–bA* molto maggiore di *1*,
La (1.2) diventa

$$A_f = -\frac{1}{\beta} \tag{2.2}$$

che ci dice che l'amplificazione con controreazione dipende solo dalla porzione di controreazione applicata attraverso la maglia.
Inoltre differenziando la (1.2) otteniamo

$$\frac{\partial A_f}{A_f} = \frac{1}{1-\beta A}\frac{\partial A}{A} \tag{3.2}$$

che ci dice che con la controreazione aumenta la stabilità del guadagno al crescere del guadagno dell'anello.
Si noti, come già anticipato, che sia nella (1.2) che nella (2.2) le quantità che compaiono non sono necessariamente numeri puri potendo essere sia *b* che *A* diemensionali.
Esistono *due tipi* di controreazione e *due modi* per applicarla.
Per quanto riguarda il *tipo*, possiamo avere *controreazione di tensione o di corrente* rispettivamente nel caso si riporti in ingresso una porzione di segnale proporzionale alla tensione d'uscita o una porzione di segnale proporzionale alla corrente d'uscita.
Per quanto riguarda il *modo*, il segnale riportato in ingresso potrà essere riportato in *serie* al segnale d'ingresso o in *parallelo* allo stesso.
È importante valutare quanto le impedenze, d'ingresso e d'uscita, dell'amplificatore controreazionato vengano modificate, dalla controreazione stessa.
Per l'impedenza d'uscita qualitativamente possiamo dire che la *controreazione di corrente* migliora le prestazioni dell'amplificatore tendendo a farlo divenire un *generatore di corrente*, mentre quella di *tensione* tenderà a farlo simile a un *generatore di tensione*. Infatti dalla (3.2) si vede che in entrambe i casi, ad esempio, aumenta la stabilità al variare del carico R_L.
Quindi ci aspetteremo che la controreazione di *corrente faccia aumentare* l'impedenza d'uscita, mentre quella di *tensione la faccia diminuire*: di quanto, dipenderà di nuovo dalla quantità di controreazione.
Diverso il discorso per l'impedenza d'ingresso. Essa sarà modificata dal *modo* in cui il segnale è riportato in ingresso, indipendentemente sia esso di corrente o di tensione.

Riportando il segnale in *parallelo diminuirà l'impedenza d'ingresso*, mentre riportandolo *in serie l'impedenza d'ingresso aumenterà*.
Basti pensare al semplice transistor a emettitore comune con resistenza di controreazione collettore emettitore oppure al transistore con resistenza in emettitore come nella Fig. 2.2

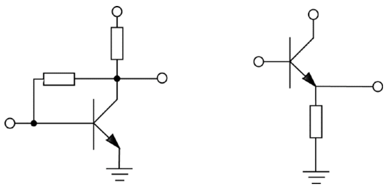

Fig. 2.2

Il primo caso è il tipico caso di controreazione di tensione riportata in parallelo, mentre il secondo di controreazione di tensione riportata in serie. Da notare che nel secondo caso la controreazione è *totale* nel senso che in ingresso è riportato tutto il segnale d'uscita.
Nel primo caso l'*impedenza d'ingresso diminuisce*, nel secondo *aumenta enormemente* (controreazione totale).
L'impedenza d'uscita del circuito *diminuisce in entrambe i casi*, ma nel secondo, essendoci controreazione totale, si ha un'impedenza d'uscita molto bassa. Il circuito a destra è noto come quello che, con un singolo transistor, presenta la minima impedenza d'uscita: emitter follower.
Messe da parte le considerazioni di carattere generale fatte fino ad ora, considereremo nel seguito un *amplificatore operazionale*, ingresso ed uscita in tensione, sul quale opereremo con *controreazione di tensione parallela* il cui circuito equivalente è quello di Fig. 3.2.
R_S è la resitenza posta in serie al generatore V_S, mentre R_F è la resistenza di controreazione. Nei calcoli che faremo porremo *l'ipotesi semplificativa*, ma assolutamente ragionevole, che sia $R_F >> Z_{OUT}$.
Definiamo come *amplificazione con controreazione* A_F

$$A_F = V_{OUT} / V_S \tag{4.2}$$

e *impedenza d'ingresso* con controreazione Z_{INF}

$$Z_{INF} = V_S / I_S - R_S \tag{5.2}$$

2.1 Impedenza d'ingresso con controreazione

Ci proponiamo ora di valutare Z_{INF}.

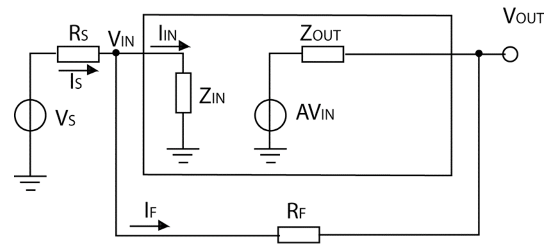

Fig. 3.2

Possiamo scrivere:

$$V_S = R_S I_S + V_{IN} = R_S I_S + I_{IN} Z_{IN} = R_S I_S + I_S Z_{IN} - I_F Z_{IN} \qquad (6.2)$$

tenendo presente il valore della somma delle correnti nel nodo d'ingresso

$$I_{IN} = I_S - I_F \qquad (7.2)$$

Nell'ipotesi che $Z_{OUT} << R_F$ eliminiamo I_F dalla (6.2) tenedo presente che

$$I_F = \frac{V_{IN} - AV_{IN}}{R_F} = \frac{I_{IN} Z_{IN} - AI_{IN} Z_{IN}}{R_F} = I_{IN} \frac{Z_{IN}(1-A)}{R_F} \qquad (8.2)$$

utilizzando ancora la (7.2) otteniamo

$$I_F = I_S \frac{Z_{IN}(1-A)}{R_F} - I_F \frac{Z_{IN}(1-A)}{R_F} \qquad (9.2)$$

da cui

$$I_F = I_S \frac{Z_{IN}(1-A)}{R_F + Z_{IN}(1-A)} \qquad (10.2)$$

che nella (6.2) dà

$$V_S = R_S I_S + I_S Z_{IN} - Z_{IN} I_S \frac{Z_{IN}(1-A)}{R_F + Z_{IN}(1-A)} \qquad (11.2)$$

da cui

$$\frac{V_S}{I_S} = R_S + Z_{IN} - Z_{IN} \frac{Z_{IN}(1-A)}{R_F + Z_{IN}(1-A)} \qquad (12.2)$$

e ricordando la definizione di Z_{INF}, (5.2), otteniamo

$$Z_{INF} = \frac{V_S}{I_S} - R_S = Z_{IN} - Z_{IN} \frac{Z_{IN}(1-A)}{R_F + Z_{IN}(1-A)} = \frac{Z_{IN} R_F}{R_F + Z_{IN}(1-A)} \approx \frac{R_F}{(1-A)} \qquad (13.2)$$

che ci dice che se A tende all'infinito, *sia per valori positivi che negativi*, Z_{INF} *tende a zero*.

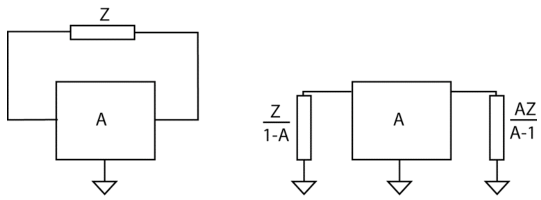

Fig. 4.2

Naturalmente nelle normali applicazioni la controreazione è negativa e Z_{INF} tende a zero per valori positivi ma si vede che sa A fosse positivo e non infinito, Z_{INF} assumerebbe valori negativi non nulli.
Che si può fare con una resistenza negativa? Vedremo in seguito alcune possibili applicazioni.
Si poteva giungere al risultato di (13.2) anche applicando il *teorema di Miller* che qui ricordiamo: con riferimento alla Fig. 4.2, si dimostra che i due circuiti sono equivalenti definito A il rapporto tra V_{OUT} e V_{IN}.
In tal caso si può calcolare l'impedenza d'ingresso con controreazione come il parallelo della impedenza d'ingresso senza controreazione e l'impedenza equivalente di Miller. Pertanto

$$Z_{INF} = \frac{Z_{IN} \dfrac{R_F}{1-A}}{Z_{IN} + \dfrac{R_F}{1-A}} = \frac{Z_{IN} R_F}{R_F + (1-A) Z_{IN}} \qquad (14.2)$$

Calcolata la Z_{INF} calcoliamo ora il guadagno con controreazione come definito dalla (4.2).

2.2 Guadagno con controreazione

Possiamo scrivere

$$V_S = R_S I_S + V_{IN} = R_S\left(I_F + I_{IN}\right) + V_{IN} = R_S\left(\frac{V_{IN} - AV_{IN}}{R_F} + \frac{V_{IN}}{Z_{IN}}\right) + V_{IN} \qquad (15.2)$$

dalla quale

$$\frac{V_S}{V_{IN}} = R_S\left(\frac{1-A}{R_F} + \frac{1}{Z_{IN}}\right) + 1 \qquad (16.2)$$

e in definitiva tenendo presente la definizione (4.2) scriviamo

$$A_F = \frac{AV_{IN}}{V_S} = \frac{AR_F Z_{IN}}{R_S Z_{IN}(1-A) + R_S R_F + R_F Z_{IN}} \qquad (17.2)$$

che al crescere di A si riduce a

$$A_F = \frac{AR_F}{R_S(1-A)} \approx -\frac{R_F}{R_S} \qquad (18.2)$$

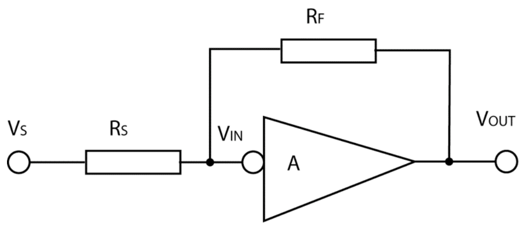

Fig. 5.2

Dalla (13.2) sappiamo che Z_{INF} tende a zero e dalla (18.2) conosciamo il guadagno. Se consideriamo ora il circuito di Fig. 5.2 possiamo pensare che il nodo d'ingresso dell'amplificatore, V_{IN}, sia praticamente a tensione nulla essendo nulla la sua impedenza verso massa. Quindi possiamo scrivere la relazione

$$\frac{\left(V_{IN} - V_{OUT}\right)}{\left(V_S - V_{IN}\right)} = \frac{I_F R_F}{I_S R_S} = \frac{\left(-V_{OUT}\right)}{\left(V_S\right)} = -A_F \qquad (19.2)$$

che tenendo presente la (18.2) ci porta a concludere che I_F=I_S, ovvero che I_{IN} è *nulla*.

Il terminale d'ingresso è a massa (impedenza nulla verso massa) ma non c'è corrente che si chiude verso massa (I_F=I_S). Questo fatto molto particolare, caratteristico dell'amplificatore operazionale con controreazione di tensione parallela, ci porta a definire il concetto di *massa virtuale*. Si dice infatti che il terminale d'ingresso è a *massa virtuale*.

2.3 Impedenza d'uscita

Il calcolo dell'impedenza d'uscita si fa imponendo all'uscita un generatore V_0, come in Fig. 6.2, e calcolando la Z_{OUTF} come

$$Z_{OUTF} = \frac{V_0}{I_0} \qquad (20.2)$$

Analogamente a quanto calcolato nei casi precedenti ora si parte dalle tre relazioni:

$$V_0 = Z_{0UT} I_1 + AV_{IN} = Z_{0UT} I_1 + AI_F \frac{R_S Z_{IN}}{R_S + Z_{IN}} \qquad (21.2)$$

$$V_0 = Z_F I_F + I_F \frac{R_S Z_{IN}}{R_S + Z_{IN}} \qquad (19.2)$$

$$I_0 = I_F + I_1 \qquad (20.2)$$

Con varie sostituzioni si arriva infine alla

$$Z_{OUTF} = Z_{OUT} \frac{R_F R_S + R_F Z_{IN} + R_S Z_{IN}}{R_S R_F + R_F Z_{IN} + R_S Z_{IN}(1 - A) + Z_{OUT}(R_S + Z_{IN})} \qquad (21.2)$$

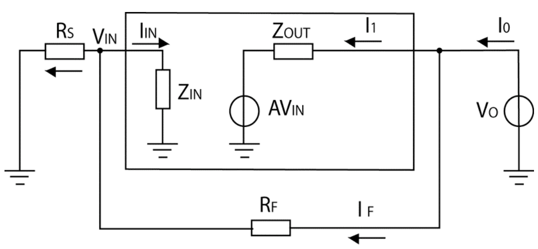

Fig. 6.2

È immediato vedere che per A che va all'infinito, per valori negativi, Z_{OUTF} tende a zero.

In conclusione possiamo dire che utilizzando un amplificatore di tensione con guadagno infinito (vedremo in seguito che cosa significhi in partica infinito), chiuso con controreazione negativa di tensione come nella Fig. 5.2, otteniamo un amplificatore il cui guadagno è perfettamente definito dal rapporto di due resistenze, (18.2), ha una bassissima impedenza d'uscita e un'impedenza d'ingresso nota. Infatti essendo il nodo d'ingresso dell'amplificatore a massa virtuale, il generatore che pilota il circuito di Fig. 5.2 vede come unico carico la R_S.