

-
1. Un orologio in moto lungo l'asse x con $\beta = 0.6$ rispetto al sistema di riferimento S , segna $t = 0$ quando passa per l'origine.
 - (a) Dopo quanto tempo l'osservatore in S vede l'orologio passare per un punto situato a 180 m dall'origine?
 - (b) Che tempo segna l'orologio stesso quando passa per quel punto?
 2. Una barra di lunghezza pari a 1 m a riposo si muove nella direzione della sua lunghezza con velocità $\beta = 0.6$ rispetto ad un sistema di riferimento inerziale S . Quanto lunga risulta per una misura in S' ?
 3. In una camera a bolle, una particella instabile lascia una traccia lunga 1.05 mm e poi decade. Se la sua velocità è pari a $\beta = 0.992$, quale sarà il suo tempo τ di decadimento?
 4. Data una trasformazione di Lorentz lungo l'asse x in forma matriciale, trovare la trasformazione inversa.
 5. Una sbarra sottile di lunghezza L' nel suo sistema di riferimento S' forma un angolo θ' con l'asse x' .
 - (a) Si calcoli la lunghezza L per un osservatore S per il quale l'asta si muove lungo l'asse x con velocità β .
 - (b) Si valuti il risultato nel caso di $L' = 1\text{ m}$, $\theta' = 30^\circ$ e $\beta = 0.4$.
 6. Una limousine si muove verso destra, lungo l'asse x , nel sistema di riferimento S , con $\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Nel sistema di riferimento inerziale S' , in cui risulta a riposo, è lunga $L_{S'} = 10\text{ m}$.

Nel sistema di riferimento S si trova un garage lungo 8 m . All'istante $t = 0$ in S la porta d'ingresso al garage si chiude e la macchina risulta completamente all'interno dello stesso, con il paraurti posteriore coincidente con la porta d'ingresso a $x = 0$ (Si chiami l'evento corrispondente A) ed il paraurti anteriore dell'auto ad un $x_B < 8\text{ m}$ (Si chiami l'evento B). Poco dopo si apre la porta d'uscita del garage in modo tale che l'auto esca indenne.

 - (a) Quanto è lunga la macchina misurata in S ?
 - (b) Se in S' l'evento A si svolge al tempo $t'_A = 0$, a che istante corrisponde l'evento B?
 - (c) Per $t' = t'_B$ dove si trovano gli estremi dell'auto in S' ? (Si chiami C l'evento contemporaneo a B in S' e che coincide con il paraurti posteriore della macchina)
 - (d) Quali sono le coordinate dell'evento C in S ?
 - (e) E per $t' = t'_A$ dove si trovano gli estremi dell'auto in S' e quali sono le coordinate in S dell'evento D associato con la testa della macchina a $t' = t'_A$?
 - (f) Come vede la sequenza degli eventi il guidatore?

7. (a) Usando la regola della catena mostrare come $\partial_t f$ e $\partial_x f$ trasformano sotto trasformazioni di Lorentz per un SI in moto con velocità v lungo l'asse x .

(b) Mostrare che

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

risulta invariante per trasformazioni di Lorentz lungo x .

8. Un osservatore in S vede due lampi di luce a distanza di 2400 m uno dall'altro sull'asse x : prima una luce blu, poi, dopo $5\mu\text{s}$ una luce rossa (che dunque parte da più lontano rispetto all'origine del suo SI). Un secondo osservatore S' , in moto, vede gli stessi valori di distanza spaziale, ma vede prima la luce rossa e poi quella blu.

(a) Si calcoli β di S' rispetto a S ;

(b) quale delle due luci risulta più distante dall'origine in S' ?

9. Due eventi hanno coordinate $A = (t_A = 5\mu\text{s}, x_A = 200\text{ m})$, $B = (2\mu\text{s}, 1200\text{ m})$.

(a) Quanto vale Δs^2 ?

(b) Quanto vale la distanza propria tra gli eventi?

(c) Se l'intervallo tra gli eventi è di tipo spazio esiste un sistema di riferimento in cui sono simultanei. Lo si trovi.

10. A che velocità devo viaggiare rispetto alla terra per raggiungere il centro della galassia (distante 28000 anni-luce) in 30 anni?

11. S e S' sono due SI in moto uno rispetto all'altro con $\beta = 0.6$. L'origine spaziotemporale dei due SI coincide.

(a) Che tempo legge S' dopo che per S passano $5\mu\text{s}$?

(b) In quello stesso istante in S , che tempo legge un osservatore fisso all'origine sull'orologio portato da S' ?

12. Un'astronave ferma in S accelera rapidamente e raggiunge $\beta = 0.5$ rispetto ad S . Poi aumenta ancora la sua velocità di $\beta = 0.5$ rispetto al nuovo SI e così via fino a che $\beta > 0.999$ rispetto a S . Quanti passi ha compiuto?

13. Si dimostri che se l'evento A causa B con un effetto che viaggia più veloce della luce esiste un sistema di riferimento in cui l'ordine degli eventi è rovesciato.

14. Il professor S. Bagliato dichiara di aver scoperto una nuova forza di intensità $F = A|\vec{r}_1 + \vec{r}_2|$ tra protoni, dove $\vec{r}_i$ sono le posizioni dei protoni ed A è la costante a cui vorrebbe dare il proprio nome.

- (a) Questa forza è invariante per traslazioni?
- (b) E per rotazioni attorno a $\vec{r} = \vec{0}$?

Il suo collega C. Rackpot dichiara che una carica situata in $(t_1, \vec{r}_1)$ contribuisce alla pressione dell'aria in $(t_2, \vec{r}_2)$ con un fattore pari a $B \sin[C(|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2 - c^2|t_2 - t_1|^2)]$, con B e C costanti.

- (a) Questo effetto è invariante per trasformazioni di Galilei?
- (b) E per trasformazioni di Lorentz?

15. **Rotazione di Penrose-Terrel** In un mondo bidimensionale, un quadrato di lato $L = 1m$ a riposo, si muove con $\beta = 0.99$ in direzione parallela ad uno dei suoi lati rispetto ad un osservatore che si trova (nel proprio sistema di riferimento) ad una distanza pressoché infinita. (Questo permette di considerare solo raggi di luce che arrivano perpendicolarmente alla lastra fotografica usata dall'osservatore a riposo)

- (a) Che oggetto geometrico viene misurato dall'osservatore?
- (b) Se l'osservatore scattasse una fotografia che cosa comparirebbe sulla lastra fotografica?