Esercizi di Fisica Generale

---

1. Usando l'analisi dimensionale si deduca la legge che determina quanto tempo ci mette una pallina a toccare il pavimento se lasciata cadere da una altezza h.

2. Considerate un pendolo semplice, composto da una massa sospesa ad un filo inestensibile il cui estremo è vincolato. Si usi l'analisi dimensionale per stimarne il periodo T.

3. Si deducano le dimensioni della costante di gravitazione universale G dalla legge per la forza di gravità
$$F = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$
Dalla Relatività Generale si dimostra che per ogni oggetto massivo esiste un raggio limite R per cui, se l'oggetto stesso è contenuto all'interno di tale raggio, la luce non può sfuggire dalla sua superficie. Si stimi il valore di R.

4. Un liquido ideale (non viscoso) di densità ρ viene versato in una vasca cilindrica di sezione A fino ad una altezza h. Si stimi quanto tempo serve affinchè la vasca si svuoti completamente da un buco di area a aperto sul fondo.

5. Una goccia d'acqua di massa m cade sotto l'influenza della forza di gravità. Se assumiamo che la resistenza dell'aria sia proporzionale al quadrato della velocità, l'accelerazione risultante è pari a
$$a = g - k\,v^2,$$
dove $g = 9.8\,m/s^2$ e k è una costante.
   (a) Si determinino le dimensioni di k.
   (b) Quale sarà la velocità terminale della goccia? (Si stimi k basandosi sull'esperienza)

6. Dati $\vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -5 \end{pmatrix}$, si dica per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ $\vec{A}$ è ortogonale a $\vec{B}$.

7. Trovate 2 vettori unitari ortogonali ad $\vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$.

8. Quali tra questi vettori sono versori e quali sono paralleli tra loro?
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix},$$

9. I punti A, B, C e D sono i vertici di un parallelogrammo. Se conosco

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad C = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

   quali sono le coordinate di D? Inoltre, se $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix}$ è ortogonale al piano del parallelogramma, quali sono i valori ammessi per x e y?

10. Calcolate

$$\vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}), \qquad \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}), \quad (\vec{C} \times \vec{A}) \times \vec{B}.$$

11. Se $\hat{a}$ e $\hat{b}$ sono versori nello stesso piano che puntano in una direzione ad un angolo ϕ e θ rispetto all'asse x, si mostri che $\hat{a} = \cos\phi\,\hat{\imath} + \sin\phi\,\hat{\jmath}$, $\hat{b} = \cos\theta\,\hat{\imath} + \sin\theta\,\hat{\jmath}$ e che $\cos(\phi - \theta) = \cos\phi\cos\theta + \sin\phi\sin\theta$ usando l'algebra vettoriale.

12. Dato un vettore $\vec{A}$, si mostri che si può decomporre rispetto ad un versore fissato $\hat{n}$ tramite

$$\vec{A} = (\vec{A} \cdot \hat{n})\,\hat{n} + (\hat{n} \times \vec{A}) \times \hat{n}. \tag{1}$$