

1. Un punto materiale di massa  $m = 0.2 \text{ kg}$  si muove su una circonferenza orizzontale di raggio  $R = 15 \text{ cm}$  e viene sottoposto all'azione di una forza tangenziale di modulo  $F_T(t) = At^{1/2}$ , con  $A = 3 \text{ N/s}^{1/2}$ . Al tempo  $t = 0 \text{ s}$  il punto è fermo. Determinare:
- il modulo dell'accelerazione tangenziale  $a_T(t)$  ad un generico istante di tempo  $t$ ;
  - il modulo dell'accelerazione normale  $a_N(t)$  e dell'accelerazione totale  $a(t)$  ad un generico istante di tempo  $t$ ;
  - quanti giri compie in un tempo  $t_1 = 1.5 \text{ s}$ .

Supponendo che il punto sia tenuto sulla traiettoria da un filo ideale e sapendo che il filo si spezza dopo 12 giri, determinare la tensione massima  $T_{max}$  che il filo può sopportare.

*soluzione*

$$a_T = \frac{F_T}{m} = \frac{A}{m}t^{1/2} \quad (1)$$

$$v = \frac{A}{m} \int_0^t t^{1/2} dt = \frac{2A}{3m}t^{3/2} \quad (2)$$

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{4}{9} \frac{A^2}{m^2 R} t^3 \quad (3)$$

$$a = \sqrt{a_N^2 + a_T^2} = \frac{A}{m} \sqrt{t \left( 1 + \frac{16A^2 t^5}{81m^2 R^2} \right)} \quad (4)$$

$$x = \frac{2A}{3m} \int_0^t t^{3/2} dt = \frac{4A}{15m} t^{5/2} \quad (5)$$

$$N_1 = \frac{x}{2\pi R} = \frac{2A}{15m\pi R} t^{5/2} = 11.7 \quad (6)$$

Il numero di giri di rottura è  $N_r = 12$ .

$$x_r = N_r 2\pi R \quad (7)$$

Inverto la relazione (5) per ottenere

$$t_r = \left( 90 \frac{m\pi R}{A} \right)^{2/5} \quad (8)$$

$$T_{max} = \frac{mv^2}{R} = 464 \text{ N}. \quad (9)$$

2. Un recipiente è diviso in due parti da un pistone: in una parte ci sono 2 moli di un gas ideale biatomico alla pressione  $p_A = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e temperatura  $T_A = 300 \text{ K}$ , nell'altra il vuoto. Il recipiente è termicamente isolato, e, inizialmente, il pistone è bloccato. Si sblocca il pistone e il gas si porta in uno stato  $B$ . Successivamente, il gas viene portato allo stato  $C$  avente la stessa pressione iniziale tramite una compressione irreversibile compiendo il lavoro  $W_{BC} = 104 \text{ J}$ . Infine, dopo averne levato l'isolamento termico, il recipiente viene posto a contatto con una sorgente alla temperatura  $T_A$  e riportato allo stato iniziale con una trasformazione isobara irreversibile. Determinare:
- il volume dello stato  $C$ ;
  - i calori e lavori complessivamente scambiati nel ciclo;
  - la variazione di entropia dell'Universo;
  - se il ciclo viola o no il secondo principio della termodinamica (giustificando la risposta).

Si ricordi che  $R = 8.3136 \text{ J}/(\text{mole}^\circ\text{K})$ .

### Traccia di soluzione:

Gas biatomico, dunque  $c_p = 7/2R$ ,  $c_v = 5/2R$ , due moli, dunque  $n = 2$ .

a) Dato che il pistone deve espandersi contro il vuoto non fa lavoro. L'espansione tra  $A$  e  $B$  è libera, dunque:

$$Q_{AB} = W_{AB} = 0. \quad T_B = T_A = 300\text{K}. \quad (10)$$

La trasformazione  $BC$  invece è una adiabatica irreversibile e  $W_{BC}$  è il lavoro fatto *contro* il sistema, dunque

$$Q_{BC} = 0, \quad \Delta U = -W_{BC}^{gas} = W_{BC} = nc_v(T_C - T_B). \quad (11)$$

Da questo

$$T_C = T_A + \frac{W_{BC}}{nc_v} = 302.5^\circ\text{K}, \quad V_C = nRT_C/P_A = 0.025 \text{ m}^3 \quad (12)$$

b) Infine la trasformazione  $CA$  è una isobara irreversibile:

$$Q_{CA} = nc_p(T_A - T_C) = -145.6 \text{ J}. \quad (13)$$

$$W_{CA}^{gas} = nR(T_A - T_C) = -41.6 \text{ J}. \quad (14)$$

Complessivamente  $W^{gas} = W_{BC}^{gas} + W_{CA}^{gas} = nc_v(T_A - T_C) + nR(T_A - T_C) = nc_p(T_A - T_C) = Q = -145.6 \text{ J}$ .

c) La variazione di entropia dell'Universo è data esclusivamente dalla variazione di entropia dell'ambiente:

$$\Delta S = -Q_{CA}/T_A = 0.48 \text{ J}/^\circ\text{K}. \quad (15)$$

d) NO, si trasforma integralmente lavoro in calore. E' proibito l'opposto.