

1. Un corpo puntiforme di massa  $m$  è attaccato a una molla di costante elastica  $k$ . Il corpo si muove su un piano orizzontale dove è presente attrito, sia statico sia dinamico. Siano i rispettivi coefficienti  $\mu_s$  and  $\mu_d$ . Il moto è unidimensionale; si scelga l'asse  $x$  orientato lungo la direzione del moto e si ponga l'origine nel punto in cui la molla è in equilibrio. Inizialmente il corpo si trova nella posizione  $x_0 > 0$ .

- (a) Quale condizione è richiesta affinché il corpo a partire da tale configurazione inizi a muoversi?

*La condizione da imporre è che la forza elastica dovuta alla molla prevalga sulla forza di attrito statico*

$$kx_0 > \mu_s mg$$

- (b) Si assuma che la richiesta del punto precedente sia soddisfatta e che l'oggetto si metta in moto. Determinare il valore della coordinata  $x_1$  dove il corpo inverte il suo moto per la prima volta.

*Utilizziamo il fatto che il lavoro compiuto dall'attrito deve uguagliare la variazione dell'energia totale. Nei punti  $x_0$  e  $x_1$  l'energia cinetica è nulla (l'oggetto è fermo) quindi dobbiamo solo considerare l'energia elastica della molla. Abbiamo la relazione*

$$L_{\text{attrito}} = -\mu_d mg |x_1 - x_0| = \Delta U_{\text{elastica}} = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_0^2)$$

*Il problema ci garantisce che  $x_0 > 0$  mentre non sappiamo nulla su  $x_1$ . Possiamo però affermare con certezza che  $x_0 > x_1$  e quindi possiamo riscrivere l'equazione precedente come segue*

$$\mu_d mg (x_1 - x_0) = \frac{1}{2}k(x_1 - x_0)(x_1 + x_0)$$

*Possiamo concludere che l'oggetto si ferma per il valore della coordinate*

$$x_1 = -x_0 + \frac{2\mu_d mg}{k}$$

- (c) A causa dell'attrito dinamico, dopo varie oscillazioni il corpo si fermerà definitivamente. Sia  $d_F$  la distanza dall'origine del punto in cui il corpo si ferma in modo definitivo. Quali sono i possibili valori di  $d_F$ ?

*A distanza  $d_F$  dall'origine il modulo della forza elastica è pari a  $kd_F$ . Supponiamo che l'oggetto arrivi a un punto in cui inverte il moto e che quindi nel punto di inversione abbia velocità nulla; esso resterà fermo se l'attrito statico prevale sulla forza elastica*

$$d_F \leq \frac{\mu_s mg}{k}$$

2. Un cilindro chiuso da un pistone mobile contiene  $n$  moli di un gas monoatomico. Il sistema è posto a contatto con una sorgente termica a temperatura  $T_0$ . Sia  $S$  la superficie del cilindro e  $h$  l'altezza dalla base del pistone nella configurazione iniziale. La massa del pistone è  $m$ , mentre un peso addizionale pari a  $M$  è posto sulla superficie del pistone in modo da tenere il sistema all'equilibrio. Il tutto è posto nell'ambiente esterno dove è presente aria a pressione atmosferica  $p_{\text{atm}}$ .

- (a) Quale condizione devono soddisfare i parametri in modo da garantire che vi sia equilibrio statico?

*Si ha equilibrio quando le forze si bilanciano. La pressione atmosferica e la forza peso spingono il pistone verso il basso, la pressione del gas verso l'alto. La richiesta di equilibrio si traduce nella condizione*

$$p_{\text{atm}} + \frac{m + M}{S} g = p_{\text{gas}} = \frac{nRT_0}{Sh}$$

*dove abbiamo usato per il volume del gas l'espressione  $V = Sh$ .*

Il gas viene fatto espandere in modo reversibile mantenendolo sempre a contatto con la sorgente termica a temperatura  $T_0$  fino a che l'altezza del pistone dalla base non diventa  $2h$ .

- (b) Calcolare il calore scambiato dal gas ed il lavoro compiuto da esso durante questa espansione.

*La trasformazione in questione è una isoterma reversibile. Non vi è variazione dell'energia interna. Il primo principio della termodinamica ci dice che lavoro compiuto e calore scambiato sono uguali e pari a*

$$Q = L = nRT_0 \ln(2)$$

- (c) Quanto vale la variazione di entropia della sorgente?

*La variazione di entropia della sorgente si può calcolare conoscendo l'espressione per il calore scambiato*

$$\Delta S_{\text{sorgente}} = -\frac{Q}{T_0} = -nR \ln(2)$$

- (d) In questa trasformazione, tutto il calore assorbito dal gas viene convertito in lavoro. Ci troviamo di fronte a una violazione del secondo principio della termodinamica? Giustificare la risposta.

*Non vi è alcuna violazione del secondo principio della termodinamica. Questa legge afferma che non è possibile la completa conversione di calore in lavoro per un ciclo termodinamico. Nel caso del problema non si tratta di un ciclo, gli stati iniziale e finale sono differenti.*