

Soluzioni Esercizi Fisica 4F

dott. Stefano Lacaprara lacaprara@pd.infn.it INFN Padova

Esercizio n. 1

a)

$$LC = L'C' \Rightarrow L' = 4 mH$$

b)

$$\tau = 1/\gamma \quad ; \quad \gamma = R/L \Rightarrow R' = RL'/L = 300 \Omega$$

c) Potenza dissipata solo da R

$$W = RI^2 = V^2/R$$

$$W'/W = \frac{V^2/2R}{V'^2/2R} = \frac{R}{R'} = 0.5$$

Esercizio n. 2

a)

$$Y = 1/Z = \left(\frac{\omega^2 RC^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} \right) + i\omega \left(\frac{C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} - \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$
$$\omega = \omega_0 = 1/LC$$

b)

$$\langle P(t) \rangle = V_0/2Z \cdot \cos \phi = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \phi$$

Esercizio n. 3

a)

$$\omega_r = \Delta\omega \cdot Q = 5 \cdot 10^{-5} s^{-1}$$

b)

$$\langle P(t)_{ris} \rangle = V_{eff} I_{eff} = V_0^2/2R$$

$$R = 200 \Omega$$

$$L = R/\Delta\omega = 4 mH$$

$$C = 1/(\omega_0^2 L) = 1 nF$$

c)

$$\phi = \arctan \frac{1/\omega C - \omega L}{R} = \pi/4$$

$$\omega_1 = 5 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 < 0$$

d)

$$\langle P \rangle = \frac{V_0^2}{4R} = 0.125 W$$

Esercizio n. 4

a)

$$Z = R + i\left(\frac{1}{1/(\omega L) - \omega C}\right)$$

$$I(t) = V/|Z|\cos(\omega t - \phi)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(1/(\omega L) - \omega C)^2}}$$

$$\tan \phi = \frac{\frac{1}{1/(\omega L) - \omega C}}{R}$$

Antirisonanza per $\omega = 1/LC$

b)

$$\langle P(t) \rangle = V_0^2/2|Z| \cdot \cos \phi$$

Esercizio n. 5

a)

$$I_C(t) = i\omega C\epsilon(t) = -4.15 \cdot 10^{-2} \sin(\omega t) \text{ A}$$

$$I_L(t) = 1/(i\omega L)\epsilon(t) = 1.46 \cdot 10^{-1} \sin(\omega t) \text{ A}$$

$$I_R(t) = \epsilon(t)/R = 2.2 \cos(\omega t) \text{ A}$$

b)

$$Y = 1/Z = 1/R + i(\omega C - 1/\omega L) = Y_0 e^{i\delta}$$

$$Y_0 = 2 \cdot 10^{-2} \Omega^{-1}$$

$$\tan \delta = \frac{\omega C - 1/\omega L}{1/R} = 4.75 \cdot 10^{-2}$$

$$I_{tot} = 2.2 \text{ A}$$

c)

$$\langle P(t) \rangle = V_{eff} I_{eff} \cos \delta = 1.21 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Esercizio n. 6

a)

$$\omega_1^2 = 3/LC$$

$$\omega_2^2 = 1/LC$$

Esercizio n. 7

a)

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = Y_0 e^{i\phi} = 1.69 \cdot 10^{-2} [\Omega^{-1}] e^{-i0.82[\text{rad}]}$$

$$Z = \frac{1}{Y_0} e^{-i\phi} = 59.2 [\Omega] e^{i0.82[\text{rad}]}$$

b)

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 465 \text{ s}^{-1}$$

c) $Q(t) = V_C(t)C$ massima quando è massima $V_C = V_{gen}$.

$$Q_{max} = VC = 3.96 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

- d) $I_{gen} = I_R + I_C + I_L$: su L e C la corrente è sfasata di $\pi/2$ rispetto alla tensione del generatore, mentre è in fase su R . La carica è massima quando la tensione è massima, quindi quando la corrente su L e C è nulla. Resta solo la corrente su R .

$$I_{tot} = I_R = V/R = 0.14 \text{ A}$$

e)

$$W_{gen} = \frac{VI_{tot}}{2} \cos \phi = \frac{V^2}{2Z_0} \cos \phi = 0.83 \text{ W}$$

f)

$$W_{gen} = \frac{VI_R}{2} = \frac{V^2}{2R} = 0.83 \text{ W}$$

g)

$$I_{tot} = I_R + I_L + I_C = V \left(\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \sin(\omega t) + \frac{1}{R} \cos(\omega t) \right) = \frac{V}{Z_0} \cos(\omega t + \phi)$$

- h) Con le ipotesi fatte, ad alta frequenza, il modulo dell'ammittenza totale si approssima a

$$Y_0^{HF} \approx \sqrt{\left(\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2 \right)}$$

e quindi la corrente totale risulta pari a: $VY_0^{HF} < I_{max}$, da cui si ricava

$$\omega_{max} < \frac{1}{C} \sqrt{\left(\frac{I_{max}}{V} \right)^2 - \frac{1}{R^2}} = 2.5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

Analogamente, per basse frequenze

$$Y_0^{LF} \approx \sqrt{\left(\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} \right)^2 \right)}$$

e quindi

$$\omega_{min} > \frac{1}{L \sqrt{\left(\frac{I_{max}}{V} \right)^2 - \frac{1}{R^2}}} = 86 \text{ s}^{-1}$$