

Esercizio n. 1

- a) La luce del massimo di ordine 3 incide la superficie del liquido ad un angolo corrispondente all'angolo di Brewster, diventando così polarizzata.

$$\theta_3 = \arctan \frac{1}{n} = 26.6^\circ$$

Da cui si ricava il passo del reticolo:

$$p = \frac{3\lambda}{\sin \theta_3} = 4 \mu m$$

Il massimo ordine di massimi è: $n_{max} < \frac{p}{\lambda} = 6.67$ e il numero totale di massimi principali: $N_{max} = 2n_{max} + 1 = 13$.

- b) Il massimo di ordine più elevato è il 6: perchè risulti non visibile deve coincidere con il primo minimo di diffrazione della singola fenditura.

$$\sin \theta_m = \frac{\lambda}{a} = \sin \theta_6 = \frac{6\lambda}{p} \quad a = \frac{p}{6} = 0.67 \mu m$$

- c) Se cambia il mezzo in cui il sistema è immerso, la lunghezza d'onda della luce incidente diventa $\lambda' = \lambda/n$. Il massimo ordine di massimi diventa quindi: $n'_{max} < \frac{p}{\lambda'} = 13.3$, e quindi il numero totale di massimi principali $N'_{max} = 2n'_{max} + 1 = 27$.

Esercizio n. 2

- a) La luce che emerge dalla lamina deve essere polarizzata circolarmente: dato che quella dopo il primo polarizzatore è polarizzata linearmente, la lamina deve introdurre un ritardo di $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\lambda}{4}\right)$ per la λ incidente.

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} = d(n_s - n_o) \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \lambda = 4d(n_s - n_o) = 6.55 \cdot 10^{-7} m$$

- b) Perchè la luce diventi polarizzata circolarmente dopo la lamina, il suo asse ottico deve essere a 45° rispetto alla direzione della polarizzazione lineare entrante, quindi $\alpha = 45^\circ$.
- c) Il polaroid non fa passare la componente della luce perpendicolare all'asse ottico: $I_1 \propto (E_0^y)^2$, $I_0 \propto (E_0^y)^2 + (E_0^z)^2$. Visto che $E_0^y = E_0^z$, $I_1 = I_0/2 = 0.6 W/m^2$
- d) La lamina introduce un ritardo di fase tra il raggio ordinario e quello straordinario, ma non assorbe (idealmente): $I_2 = I_1 = I_0/2 = 0.6 W/m^2$
- e) $I_3 = I_2/2 = I_0/4 = 0.3 W/m^2$
-

Esercizio n. 3

- a) L'angolo del terzo massimo è: $\sin \theta_3 = \frac{3\lambda}{d}$. Quindi la posizione del massimo sullo schermo è $x_3 = l\theta_3 = 3.3 \text{ mm}$. Si noti che siamo in condizioni di Fraunhofer.
- b) L'intensità dei massimi principali dipende solo dal fattore di forma del reticolo, non da quello di struttura.

$$R_3 = \frac{\sin^2 \Phi_3}{\Phi_3^2} = 0.25 \quad , \quad \Phi_3 = \pi \frac{D}{\lambda} \sin \theta_3$$

- c) La figura di interferenza non cambia. Se la sorgente rimane la stessa, allora l'intensità delle fenditure si riduce a metà e in conseguenza l'intensità dei massimi principali si riduce a 1/4 rispetto al caso precedente.
- d) Non c'è più alcuna figura di interferenza. Il campo elettrico della luce della prima fenditura è sempre perpendicolare a quello della seconda. In questo modo l'intensità sullo schermo risulta essere:

$$I \propto \langle E_{tot}^2 \rangle = \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = \langle \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 \rangle = \langle E_1^2 + E_2^2 \rangle$$

Cioè non è più presente il termine del doppio prodotto $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$, responsabile dell'interferenza, poichè $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$.

- e) Il rapporto non cambia, poichè dipende solo dal fattore di forma, che rimane identico, e non da quello di struttura.

Esercizio n. 4

- a) Scomponiamo la luce entrante in due componenti: una polarizzata circolarmente destra e una sinistra. La cella farà ritardare una componente rispetto all'altra di una fase $\Delta\phi = d(n_s - n_d) \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\begin{cases} E_x &= E_{0x} \cos(\omega t - kz) &= \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - kz) + \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= 0 &= \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - kz) - \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - kz) \end{cases}$$

Dove si possono riconoscere le due componenti circolare destra ($E_x \propto +\cos \phi$ $E_y \propto +\sin \phi$) e sinistra ($E_x \propto +\cos \phi$ $E_y \propto -\sin \phi$).

Dopo la cella, il campo elettrico ha la forma $E' = E_{dx} + E_{sx}(\phi = \phi + \Delta\phi)$, dove la componente sinistra ha subito un ritardo di fase $\Delta\phi$

$$\begin{cases} E'_x &= \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - kz) + \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - kz + \Delta\phi) \\ E'_y &= \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - kz) - \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - kz + \Delta\phi) \end{cases}$$

E' possibile dimostrare che la polarizzazione all'uscita continua ad essere lineare, ma con un asse ruotato rispetto a quella entrante di un angolo $\tan \alpha = \frac{E_y}{E_x} = \tan \Delta\phi/2$. Il conto trigonometrico è piuttosto noioso ma si può semplificare scegliendo un istante t per cui $\omega t - kz = 0$ e si ottiene:

$$\tan \alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{-\sin \phi}{1 + \cos \phi} = -0.11 \text{ rad}$$

Esercizio n. 5

- a) Consideriamo il verso per cui il polaroid si trova prima della lamina. Il polaroid dimezza l'intensità luminosa e polarizza la luce lungo il suo asse ottico. Successivamente la lamina fa diventare circolare la polarizzazione.

Quindi la luce esce polarizzata circolarmente e con intensità dimezzata.

- b) Nel caso opposto, la lamina non ha alcun effetto sulla luce (non polarizzata) incidente, nè in termini di intensità né di polarizzazione. Successivamente il polaroid rende la luce polarizzata linearmente e riduce a metà l'intensità.

Quindi luce esce polarizzata linearmente e con intensità dimezzata.

- c) Se abbiamo a disposizione un secondo polaroid, è facile controllare se la luce uscente ha intensità uniforme al ruotare dell'asse ottico dell'analizzatore (caso a)) oppure no (caso b)).

Senza un analizzatore, si può far riflettere la luce uscente da uno specchio e farla passare di nuovo attraverso il nostro film.

Nel caso a), la luce riflessa dallo specchio risulta essere ancora polarizzata circolarmente, ma con verso opposto. La lamina a $\lambda/4$ la rende di nuovo polarizzata linearmente, ma con asse perpendicolare rispetto a prima e successivamente il polarizzatore, che è ortogonale, non fa passare nulla. Quindi non si vede luce riflessa.

Nel caso b), la luce polarizzata linearmente resta tale anche dopo la riflessione, passa senza variazioni attraverso il polarizzatore e quindi viene resa polarizzata circolarmente dalla lamina. Quindi si vede luce, polarizzata circolarmente, e con intensità pari a metà di quella entrante.

Esercizio n. 6

- a) $E^2 = E_{\perp}^2 + E_{\parallel}^2$ e $E_{\perp}^2 = E_{\parallel}^2$ dato che la luce incidente è non polarizzata (si intendono i valori mediati nel tempo)

$$I_1 = \frac{I_0}{2}$$

$\vec{E}_1 = E_{2\perp}\hat{\perp} + E_{2\parallel}\hat{\parallel} = E_1 \cos \alpha \hat{\perp} + E_1 \cos \alpha \hat{\parallel}$ dove $\alpha = 30^\circ$. La componente $\perp$ non passa attraverso il polarizzatore: $E_2^2 = E_1^2 \cos^2 \alpha$, quindi

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$$

.

Analogamente:

$$I_3 = \frac{I_0}{2} \cos^4 \alpha$$

$$I_4 = \frac{I_0}{2} \cos^6 \alpha = 0.21 I_0$$

- b) Se i polarizzatori centrali non ci sono, l'angolo tra i due rimanenti (primo e quarto) risulta essere di 90° , quindi non passa luce dopo l'ultimo polaroid.
-

Esercizio n. 7

- a) Dopo la lamina, la componente λ_I è polarizzata linearmente ad un angolo $\alpha = \pi/4$ rispetto a $\hat{y}$, mentre la λ_{II} è polarizzata linearmente ad un angolo $\pi/2$ rispetto a λ_I .
L'intensità della prima componente in funzione dell'angolo risulta quindi:

$$I'_I(\alpha) = I_I \cos^2(\alpha - \pi/4)$$

mentre quella della seconda componente risulta:

$$I'_{II}(\alpha) = I_{II} \cos^2(\alpha - \pi/4 + \pi/2)$$

L'intensità totale è quindi data da:

$$I'(\alpha) = I_I \cos^2(\alpha - \pi/4) + I_{II} \sin^2(\alpha - \pi/4)$$

- b) Perché luce dopo la lamina birifrangente possa essere polarizzata linearmente, è necessario che anche la luce entrante sia polarizzata. Calcolando lo sfasamento tra raggio ordinario e straordinario per le due componenti:

$$\Delta\phi_{I,II} = \frac{2\pi}{\lambda_{I,II}}(n_o - n_s) \cdot d$$

Risulta: $\Delta\phi_I = 10\pi = 5 \cdot (2\pi)$, non c'è alcun sfasamento, quindi la componente λ_I è polarizzata linearmente nel piano $\alpha = \pi/4$ anche inizialmente.

$\Delta\phi_{II} = 25/2\pi = (12 + 1/2)\pi$, equivalente a $\Delta\phi_{II} = \pi/2$. Si tratta di una lamina a quarto d'onda ($\lambda/4$), quindi la componente λ_{II} deve essere polarizzata circolarmente all'ingresso per dare luce polarizzata linearmente all'uscita.