Soluzioni Esercizi Fisica 4F

dott. Stefano Lacaprara lacaprara@pd.infn.it INFN LNL

Esercizio n. 1

a) Il conduttore assorbe le onde *e.m.*, quindi siamo in presenza di un reticolo formato da 5 fenditure. La posizione dei massimi principali di interferenza è data da:

$$\sin\theta_n = n\frac{\lambda}{p}$$

Il più grande ordine di massimi principali si ottiene forzando il $\sin\theta_n < 1$, il che porge: $n_{max} = int\frac{p}{\lambda}$. Nel nostro caso $\frac{p}{\lambda} = 6$, quindi il massimo ordine visibile sarebbe il nmero 6, per un totale di $(6{\cdot}2){+}1 = 13$ massimi, per tenere conto di quelli a destra e a sinistra $n = \pm1, \pm2, \ldots$ e del massimo centrale. Il massimo principale di ordine 6 si ha per $\sin\theta_6 = 1$, il che non è molto fisico, visto che corrisponderebbe a $\theta_6 = 90°$.

Occorre poi tenere conto dei minimi di diffrazione, ossia del cosiddetto fattore di forma. Essi sono presenti per:

$$\sin\theta_m = m\frac{\lambda}{a}$$

e, nel caso coincidano con i massimi di interferenza, rendono invisibili questi ultimi. Occorre perciò verificare se vi siano coppie di interi con segno n, m, con $n < 6$ tali da verificare $\sin\theta_m = \sin\theta_n$, ovvero tali che:

$$\frac{n}{m} = \frac{a}{p} = 3$$

Si trova così che i minimi di diffrazione di ordine ±1 e ±2 corrispondono ai massimi di interferenza di ordine ±3 e ±6, rispettivamente.

Quindi i massimi effettivamente visibili sono $((6-2)\cdot2)+1 = 9$. Per inciso, il massimi di ordine ±6 non risulta comunque visibile perchè sovrapposto ad un minimo di diffrazione, togliendoci quindi dall'imbarazzo se dichiararlo visibile o meno (non sarebbe visibile).

b) La posizione dei massimi è: $x_n = L\cdot\tan\theta_n = L\tan\arcsin(\frac{n\lambda}{p})$ dove l'approssimazione per angoli piccoli non vale nel nostro caso (tranne che per $n = \pm1$).

n	$x_{\pm n}$
1	$\pm16.9\ cm$
2	$\pm35.3\ cm$
4	$\pm89.4\ cm$
5	$\pm150.8\ cm$

c) La distanza tra un massimo principale e il minimo immediatamente adiacente è pari a $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Np}$, ed equivale alla semilarghezza del massimo principale. Per raccogliere tutta la luce ho quindi bisogno di un rivelatore largo:

$$\Delta z_{riv} = 2\cdot L\frac{\lambda}{Np} = 6.67\ cm$$

.

Esercizio n. 2

a) Massimi principali sono: $x_n = f\cdot\sin\theta_n = f\frac{n\lambda}{p}$, quindi $\Delta x_{0,1} = f\frac{\lambda}{p} = 3.3\ cm$

b) Tra due massimi principali vi sono $N-1$ minimi e $N-2$ massimi secondari.

c) Per osservare sullo schermo l'immagine delle fenditure

$$\frac{1}{p_L} + \frac{1}{q_L} = \frac{1}{f_L}$$

che porge: $q_L = 1\ m$.

La distanza tra le immagini delle due fenditure sullo schermo è quella originale moltiplicata per l'ingrandimento: $y' = \frac{q}{p}y = y$

Esercizio n. 3

a) Il passo è $p = 1/N = 1.67\ \mu m$, $n_{max} < \frac{p}{\lambda} = 3.23$, quindi il massimo ordine di massimi principali e' il terzo.

b) La posizione del massimo centrale è $x_0 = 0$. Quella del massimo di ordine n è $x_n = nf\lambda/p$ (nell'approx di angoli piccoli). Quindi $x_1 = 2.7\ cm$.

c) Il potere risolutivo del reticolo è $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} < nN$, dove N è il numero totale di fenditure $N = N_l \cdot D$, al primo ordine risulta quindi $D > \frac{\lambda}{N_l \Delta\lambda} = .286\ cm$.

Esercizio n. 4

a) $n_{max} < d/\lambda = 20$, quindi ci sono $20 \cdot 2 + 1 = 41$ massimi principali di interferenza. si deve tenere conto anche del fattore di forma, la diffrazione della singola fenditura, che ha dei minimi in corrispondenza a $\sin\theta_m = m\lambda/a$. Se questi corrispondono ai massimi di interferenza, allora questi ultimi non sono visibili. Ciò avviene se $n\lambda/p = m\lambda/a$ cioè se $\frac{n}{m} = \frac{8}{3}$, e quindi per $(m, n) = \pm(3, 8), \pm(6, 16)$. Quindi ci sono $41 - 4 = 37$ massimi visibili.

b) $I_4/I_0 = \frac{\sin^2 \Phi_4}{\Phi_4^2}$ dove $\Phi_4 = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta_4 = \frac{\pi a}{d}$. Quindi $I_4/I_0 = 0.045$

c) La larghezza angolare del massimo principale è $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd}$. La risoluzione della lente non deve essere superiore a tale larghezza angolare, quindi: $1.22\frac{\lambda}{D} < \frac{\lambda}{Nd}$, cioè $D > 1.22Nd = 7.8\ cm$

Esercizio n. 5

a) $\sin\theta_n^{max} = n\frac{\lambda}{p}$ quindi, considerando il primo massimo, $p = \lambda/0.2 = 2.78\ \mu m$.

b) $\frac{I_3}{I_0} = \frac{\sin^2(frac3\pi ap)}{(frac3\pi ap)^2} = 0.25$. Risolvendo numericamente l'equazione, si ottiene $a/p \approx .2$, quindi $a \approx 0.556\ \mu m$

c) La dispersione di ottiene derivando la relazione $\sin\theta = n\lambda/p$ e si ottiene $D = \left(\left(\frac{p}{n}\right)^2 - \lambda^2\right)^{-1/2}$, che, per i valori del problema, e all'ordine 3 (il quarto ha un'intensità di solo il 4% quindi poco visibile) $D_3 = 1.39\ rad/\mu m$

d) $\Delta\theta = D_3 \cdot \Delta\lambda = 8.3 \cdot 10^{-4}\ rad$.

Esercizio n. 6

a) $n_{max} < p/\lambda = 3$, quindi ho $3 \cdot 2 + 1 = 7$ massimi.

b) Minimi di diffrazione $\sin\theta_3 = 3\lambda/p = \lambda/a$, quindi $a = p/3 = 0.67\ \mu m$

c) $\Delta x = \frac{\lambda}{pP} = 9\ cm$

d) considero il max di ordine 2 (il più elevato visibile), $\Delta\lambda > \frac{\lambda}{2nL} = 1.1 \cdot 10^{-5}\ \mu m$