



Esercizi di Elettromagnetismo

CORSO DI FISICA GENERALE II

Ultima revisione: 21 ottobre 2010

A cura di: Stefano LACAPRARA

*INFN Sezione di Padova
via Marzolo, 8
35131 Padova, Italia*

Stefano.Lacaprara@pd.infn.it

Rilasciato con Licenza Creative Commons 
Some Rights Reserved   

Sommario

Questa è una raccolta di esercizi indirizzati al corso di Fisica Generale II, elettromagnetismo, corso di laurea in Fisica. Si tratta di esercizi che propongo e svolgo a lezione durante il corso alla facoltà di Fisica dell'Università di Padova. Vuole essere di aiuto agli studenti che desiderano provare a fare gli esercizi per conto loro, ma non sostituisce la lezione in aula. In particolare, le soluzioni, che si trovano alla fine dei capitoli, sono il più delle volte solo accennate o è messo solo il risultato numerico. Questo sia per non andare in competizione con il corso stesso, sia per la noia mortale che è scrivere una soluzione completa di un esercizio per quanto semplice.

Gli esercizi stessi vengono da una varietà di fonti, principalmente vecchi compiti sia proposti da me sia tramandati, come “memoria del dipartimento”, dagli esercitatori del passato, spesso con modifiche e aggiornamenti.

L'ordine degli esercizi segue più o meno lo svolgimento del corso, e richiede, ovviamente, lo studio della teoria, che qui non viene minimamente trattata. Le formule utilizzate per gli esercizi svolti in modo completo sono considerate “date”, e non vengono dimostrate o giustificate, a meno che si tratti di casi particolari non coperti da un normale libro di testo.

La correzione delle bozze è, o meglio dovrebbe essere, una parte importante della stesura di questi esercizi: per quanto abbia fatto attenzione, errori e imprecisioni sono sempre possibili, e anzi vi sarò grato se vorrete segnalarmele.

Ultima nota riguardo alla licenza: questo scritto è rilasciato con la licenza Creative Commons     *Attribuzione - Non commerciale - Condividi allo stesso modo 3.0*. In parole povere, tu sei libero: di riprodurre, distribuire, comunicare al pubblico, esporre in pubblico, rappresentare (?), eseguire e recitare ¹ quest'opera; di modificare quest'opera. Alle seguenti condizioni: Devi attribuire la paternità dell'opera all'autore ; Non puoi usare quest'opera per fini commerciali ; Se alteri o trasformi quest'opera, o se la usi per crearne un'altra, puoi distribuire l'opera risultante solo con una licenza identica o equivalente a questa. Trovi tutte le legalese su Creative Commons  all'indirizzo <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/deed.it>.

¹se lo fate, vi voglio venire a vedere! O forse no ...

Capitolo 1

Elettrostatica

1.1 Legge di Coulomb

Esercizio 1

Quattro cariche puntiformi uguali, $q = 1.0 \mu C$, sono poste ai vertici di un quadrato di lato $l = 0.1 m$.

Determinare:

- la forza $\vec{F}$ su ogni carica;
- l'energia elettrostatica U_{tot} del sistema;
- il potenziale V_0 al centro del quadrato;
- quale carica Q_0 si deve mettere al centro del quadrato per avere equilibrio;
- se tale equilibrio è stabile o meno.

Esercizio 2

Si ha una distribuzione di carica uniforme su una sfera di raggio $R = 1 m$, la densità di carica per unità di volume è pari a $\rho = 1.9 \cdot 10^{-7} C/m^3$. Vi è all'interno della sfera una cavità anch'essa sferica, di raggio $R' = R/2$ e con centro sull'asse $\hat{x}$ ad una distanza pari a $R/2$ dal centro della sfera.

- Calcolare il campo elettrico $\vec{E}$
- e il potenziale V nel punto di P coordinate (R, R)

Esercizio 3

Calcolare il campo elettrico e il potenziale dovuto ad un filo di lunghezza l uniformemente carico con densità lineare di carica λ sull'asse del filo stesso. Estendere al caso di lunghezza indefinita.

Esercizio 4

Calcolare il campo elettrico e il potenziale dovuto ad una sfera di raggio R uniformemente carica con densità di carica ρ . Lo stesso se la carica è solo sulla superficie. Oppure se è distribuita su un guscio sferico con raggio interno r .

Esercizio 5

Una piccola sfera con massa $m = 11.2 \text{ mg}$ è carica con $q = 0.76 \text{ nC}$. Essa è appesa ad un filo lungo $l = 5 \text{ cm}$ e forma un angolo $\theta = 9.2 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$ con la verticale, e si trova di fronte ad un foglio isolante e carico uniformemente con densità superficiale di carica σ .

- Determinare σ .
- Che angolo forma il filo se il foglio è un conduttore scarico?

Esercizio 6

Due fili indefiniti, paralleli, carichi uniformemente con densità di carica $\lambda = 10^{-8} \text{ C/m}$, con segno opposto, distano $d = 5 \text{ cm}$ tra loro.

Calcolare:

- il campo elettrico $\vec{E}$ in un punto che dista 3 cm e 4 cm dal filo positivo e negativo, rispettivamente;
- la forza per unità di lunghezza di attrazione tra i fili.

Esercizio 7

Un piano uniformemente carico con densità superficiale di carica pari a $\sigma = 1.0 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$ ha un foro circolare di raggio $R = 10 \text{ cm}$. Sull'asse del foro, ad una distanza $d = R$ si trova una carica puntiforme $q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

Calcolare:

- la forza $\vec{F}$ sulla carica;
- il lavoro W per portare la carica q al centro del foro;
- studiare la discontinuità del campo elettrico attraverso il foro, nell'ipotesi che il suo raggio tenda a zero.

Esercizio 8

Tre cariche puntiformi $q_1 = 8q$, $q_2 = 2q$ e $q_3 = q$ con $q = 1 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ sono vincolate ad una circonferenza di raggio $R = 9 \text{ cm}$ e inizialmente si trovano ai vertici di un triangolo equilatero.

Determinare:

- l'energia potenziale di q_2 ;
- la forza agente su q_2 .

Successivamente q_3 viene spostata all'estremità del diametro che parte da q_1 , mentre q_2 viene lasciata libera di muoversi lungo la circonferenza.

Calcolare:

- la posizione di equilibrio di q_2 ;
- l'energia elettrostatica del sistema all'equilibrio;

Esercizio 9

Da un anello sottile di materiale isolante, di raggio $R = 10 \text{ cm}$, uniformemente carico con densità lineare $\lambda = 1 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$, viene rimossa una piccola sezione di lunghezza $d = 1 \text{ cm}$.

Calcolare:

- il campo elettrico su un punto generico dell'asse dell'anello;
- la forza esercitata su carica $q = 1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ che si trova al centro dell'anello;
- il lavoro necessario per portare la carica q all'infinito.

Esercizio 10

Un cilindro metallico di raggio $R = 10 \text{ cm}$ e altezza h , isolato e neutro, ruota attorno al suo asse con velocità angolare $\omega = 3 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$. Gli elettroni di conduzione sono liberi di muoversi solo radialmente e quindi sono trascinati nel moto di rotazione del cilindro,

Calcolare:

- il campo elettrico dentro il cilindro;
- la differenza di potenziale tra l'asse e la superficie esterna;
- la densità di carica sulla superficie e nel volume.

Soluzione Esercizio 1

- La forza totale sulla carica in basso a destra, rispetto ad un sistema cartesiano (x, y) è:

$$\vec{F}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{l^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) (\hat{x} - \hat{y}) \quad F_{tot} = 1.72 \text{ N}$$

- b. $U_{tot} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} U_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{l} \left(4 + \frac{2}{\sqrt{2}} \right) = 0.48 \text{ J}$
- c. $V_0 = \sum i = 1^4 V_{i0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8}{\sqrt{2}} \frac{q}{l} = 0.509 \text{ MV}$
- d. $Q_0 = -\frac{q}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) = -0.957 \text{ } \mu\text{C}$
- e. Equilibrio instabile.

Soluzione Esercizio 2

- a. Uso il principio di sovrapposizione e riduco il problema ad una sfera uniformemente carica $R, +\rho$ e una $R/2, -\rho$. Visto che il punto P si trova fuori dalle sfere, per il teorema di Gauss e la simmetria delle sfere, il campo e il potenziale sono equivalenti al sistema con tutte le cariche concentrate al centro delle rispettive sfere.
 $\vec{E}_{tot} = (2200\hat{x} + 1890\hat{y}) \text{ V/m}$
- b. $V_{tot} = 4264 \text{ V}$.

Soluzione Esercizio 5

- a. Equilibrio delle forze: $\sigma = 2.36 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$
- b. Uso tecnica della carica immagine: il foglio conduttore è equivalente ad una carica uguale e opposta a q posta simmetricamente rispetto al piano stesso. Ancora dall'equilibrio delle forze; $\theta = 0.17 \text{ rad}$

Soluzione Esercizio 6

- a. $E_x = 7.20 \cdot 10^3 \text{ V/v}$ $E_y = 2.1 \cdot 10^3 \text{ V/m}$
- b. $F/l = 3.6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$

Soluzione Esercizio 7

- a. Uso principio di sovrapposizione e considerare un piano indefinito e un disco carico $-\sigma$. $F = 8 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.
- b. $L = -\Delta U = \frac{\sigma QR}{2\epsilon_0} (\sqrt{2} - 1) = 9.4 \cdot 10^{-4} \text{ J}$
- c. Non c'è discontinuità a meno che il raggio del foro non tenda a zero, nel qual caso $\Delta E^\perp = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Soluzione Esercizio 8

- a. $U_2 = Q_2 V_2 = 2q \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8q}{l} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l} \right) = 1 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

b.

$$\begin{aligned} F_2^x &= 3.7 \cdot 10^{-12} \text{ N} \\ F_2^y &= -5.1 \cdot 10^{-12} \text{ N} \end{aligned}$$

c. Studio il potenziale e cerco un minimo.

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8q}{2R\cos\theta} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2R\sin\theta}$$

Minimo per $\frac{\partial V_2}{\partial \theta} = 0$ cioè $\theta = 26.5^\circ$.d. $U_{tot} = 1.5 \cdot 10^{-12} \text{ J}$.**Soluzione Esercizio 9**a. Considero il principio di sovrapposizione tra anello completo e carica $-d\lambda$ sul buco.

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda x}{(x^2 + R^2)^{3/2}} (2\pi R - d) \\ E_y &= 0 \\ E_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dR\lambda}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

b. $\vec{F}(\vec{0}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda q d}{R^2} \hat{z} = 9 \cdot 10^{-4} \hat{z} \text{ N}$ c. $L_{ext} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\lambda(2\pi R - d)}{R} = -5.6 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ **Soluzione Esercizio 10**a. All'equilibrio gli elettroni di conduzione risentono di una forza centrifuga dovuta ad un campo elettrico che si crea per l'accumulo di cariche sulla superficie esterna del cilindro. $E(r) = \frac{m\omega^2 r}{e}$.

b. Integrando il campo elettrico, ottengo la differenza di potenziale.

c. Usando Gauss su un cilindro coassiale di raggio $r < R$.

$$2\pi l E(r) = 1/\epsilon_0 \int_0^r \rho r' 2\pi r' l dr'$$

Da cui risulta che $\rho(r) = \frac{2m\omega^2}{e} = 9.06 \cdot 10^{-16} \text{ C}$ costante.

Dato che la carica iniziale del cilindro era nulla, la densità di carica superficiale si ottiene

$$\sigma = \frac{Q_{sup}}{S_{sup}} = \frac{-Q_{int}}{S_{sup}} = \frac{-2m/e\epsilon_0\omega^2\pi R^2l}{2\pi Rl} = -0.45 \cdot 10^{-16} \text{ C/m}^2$$