3.4 Sistemi a infiniti gradi di libertà

Esercizio 65

Una corda è vincolata a due estremi distanti $L = 0.5\ m$ e la frequanza fondamentale di oscilalzione è di $\nu = 440\ Hz$.
Determinare:

a. La distanza tra gli estremi L' perchè la frequanza fondamantale di vibrazione diventi $\nu' = 550\ Hz$.
b. La variazione della tensione della corda ΔT perchè la frequenza diventi $\nu = 435\ Hz$.

Esercizio 66

La frequenza fondamentale di una corda di violino è di $\nu = 440\ Hz$, e la sua lunghezza è $L = 0.4\ m$. La densità della materiale con cui è fatta la corda è $\rho = 7.86 \cdot 10^3\ kg/m^3$, e la sezione ha diametro di $d = 10^{-3}\ m$.
Calcolare:

a. La tensione della corda
b. L'impedenza caratteristica della corda
c. La tensione cui deve essere tesa per avere frequenza $\nu' = 460\ Hz$
d. Cosa succede se la corda viene sostituita con un'altra con densità 25% più alta, mantenendo costanti gli altri parametri?

Esercizio 67

Una corda è vincolata ad un muro e ha una massa di $M = 2\ kg$ appesa tramite una carrucola (di massa e dimensioni trascurabili) posta ad una distanza di $L = 1\ m$ dal muro. La massa della parte orizzontale della corda è pari $m = 0.6\ kg$. Sulla corda si propaga un'onda armonica trasversala di ampiezza $\psi_0 = 10^{-3}\ m$ e $\lambda = 0.25\ m$.
Calcolare:

a. La velocità v dell'onda trasversale;
b. La velocità massima di ciascun punto della corda prima della riflessione;
c. L'equazione del moto dell'onda;
d. Il flusso medio di energia nell'unità di tempo e di superficie che fluisce attraverso una sezione arbitraria della corda;

Esercizio 68

Un'onda sonora armonica con $\nu = 300\ Hz$ si propaga in aria in condizione STP ($T = 293\ K$, $P = 1\ atm$, $V_m = 22.4\ l$, $M_m = 29\ g$, $\gamma = 1.4$). L'ampiezza dell'onda di spostamento è pari a $\psi_0 = 3 \cdot 10^{-8}\ m$.
Determinare:

a. L'ampiezza dell'onda di pressione Δp;
b. L'ampiezza dell'onda di densità $\Delta \rho$;
c. L'intensità dell'onda I (W/m^2) e B (dB);

Esercizio 69

Una sbarra di alluminio lunga $L = 1\ m$, vincolata al centro, è colpita in modo longitudinale ad una estremità e risuona ad una frequenza di $\nu = 2500\ Hz$. Sapendo che la densità dell'alluminio è $\rho_{Al} = 2710\ kg/m^3$, il modulo di Young $Y = 70\ GN/m^2$, la densità dell'aria è $\rho_a = 1.3\ kg/m^3$ e la costante adiabatica dell'aria è $\gamma = 1.4$, (si ricordi inoltre che la velocità del suono in un solido è pari a $v = \sqrt{Y/\rho}$) determinare:

Commento: questo esercizio é nato come fusione di due altri esercizi, ma é venuto male ...

a. La velocità del suono nell'alluminio v_{Al};
b. La velocità del suono nell'aria v_{air};
c. Dove si dovrebbe vincolare la sbarra per ottenere una frequenza di $\nu = 3750$;
d. Spiegare qualitativamente come cambia la frequenza della sbarra se il colpo è trasversale invece che longitudinale e spiegare il perchè;

Esercizio 70

Un tubo sonoro aperto contiene aria (considerata gas perfetto) a $0\ C$, è lungo $L = 0.75\ m$ e vibra alla frequanza del modo fondamentale. A seguito di una variazione della temperatura dell'aria Δt, la frequanza varia di $\Delta \nu = 10\ s^{-1}$. Sapendo che la velocità del suono nell'aria a $0\ C$ è pari a $v = 331\ m/s$, calcolate

a. Δt.

Soluzione esercizio 65

a. $L' = L\frac{\nu}{\nu'} = 0.4\ m$

b. $\frac{\Delta T}{T} = \frac{T''-T}{T} = \left(\frac{\nu''}{\nu}\right)^2 - 1 = -2.3\%$

Soluzione esercizio 66

a. $T = \pi(d/2)^2\rho_l \cdot (2L\nu)^2 = 764\ N$

Soluzione esercizio 67

a. $v = \sqrt{(\frac{mg}{M/L})}$

b. $v_{max} = \dot{\psi}(x,t)_{max} = \psi_0 2\pi\frac{v}{\lambda} = 0.143\ m/s$

c. Onda progressiva $\psi(x,t) = \psi_0\cos(kx - \omega t)$ $k = 2\pi/\lambda = 25.1\ m^{-1}$, $\omega = 2\pi\nu = 2\pi v/\lambda = 144\ rad/s$ cui va aggiunta quella regressiva (riflessa) che insieme danno luogo ad un'onda stazionaria $\psi(x,t) = 2\psi_0\sin(kx)\sin(\omega t)$

d. $\Psi_E = 1/2\rho_l\psi_0^2\omega^2 v = 34.9 \cdot 10^{-3}\ W/m^2$

Soluzione esercizio 68

a. $\Delta p = \frac{p\gamma}{v}\frac{\partial\phi}{\partial t} = v\rho_0\frac{\partial\phi}{\partial t}$ $\Delta p_{max} = v\rho_0\psi_0 2\pi\nu$ $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} = 342.6\ m/s$
$\rho_0 = M_{mole}/V_{mole} = 1.3\ kg/m^3$ $\Delta p_{max} = 0.025\ atm$
$\Delta p' = \Delta p\sqrt{T/T'} = 0.024\ atm$

b. $\Delta\rho = \frac{\Delta p}{v^2} = 2.17 \cdot 10^{-7}\ kg/m^3$ $\Delta\rho' = \Delta\rho(T/T')^{3/2} = ...$

Soluzione esercizio 69

a. $v_{Al} = \nu\lambda = \nu 2L = 5000\ m/s$

b. $\frac{v_{air}}{v_{Al}} = \sqrt{(\frac{\gamma p\rho_{Al}}{Y\rho_{air}})}$

c. $x = \lambda/4 = v/(4\nu) = 1/3\ m$

d. $v_{tran} = \sqrt{N/\rho}$, $N < Y \Rightarrow v_\perp < v_\parallel$

Soluzione esercizio 70

a. $\lambda = 2L$ $v_s = \lambda\nu$ $\nu = \sqrt{\gamma RT/m}/(2L)$ $\Delta\nu = \sqrt{\gamma R/m}\frac{\sqrt{T+t}-\sqrt{T}}{2L}$
$\sqrt{\gamma R/m} = \frac{v_s}{\sqrt{T}} = 20$ $t = 25.3°$