

4.3 Diffrazione

Esercizio 88

I fari di un'automobile $D = 1.3 \text{ m}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$, sono osservati da un osservatore la cui pupilla ha un diametro di 5 mm .

- Calcolare la distanza massima per cui si distinguono i due fari L .
- In queste condizioni, la separazione sulla retina (che dista $p \approx 24 \text{ mm}$ dalla pupilla) dell'immagine dei due fari x .

Esercizio 89

Un telescopio ha una lente principale con apertura pari a $D = 25 \text{ cm}$ e focale $f = 60 \text{ cm}$. Esso viene usato per osservare una coppia di stelle, angolarmente molto vicine tra loro.

- Nell'ipotesi che la luce delle stelle sia rossa, si calcoli la minima distanza angolare α per poterle distinguere.

Esercizio 90

Un'Onda piana monocromatica $\lambda = .55 \mu\text{m}$ incide perpendicolarmente uno schermo opaco su cui sono presenti due fenditure parallele. La figura di interferenza si forma su uno schermo, posto sul piano focale di una lente con potere diottrico $P = 3 \text{ diottrie}$. Si osserva che due frange chiare successive distano $d = 5 \text{ mm}$.

Calcolare:

- la distanza l tra le fenditure;
- la larghezza della singola fenditura, osservando che il massimo di ordine 8 non risulta visibile;
- Davanti ad una delle fenditure si pone una lamina con spessore $h = 50 \mu\text{m}$, e si osserva che le frange si spostano di 20 massimi. Calcolare l'indice di rifrazione n del materiale.

Esercizio 91

Un fascio di luce monocromatica cospice normalmente una fenditura larga $w = 5\lambda$. Si vuole far sì che la luce che attraversa la metà superiore della fenditura sia abbia un ritardo di fase pari a π rispetto alla metà inferiore.

- Come si può fare?
- Come risulta la figura di interferenza risultante?

Soluzione esercizio 88

- La pupilla viene investita da due fronti d'onda piani e si comporta come un foro circolare diffusore. L'immagine di ogni fascio luminoso è una figura di diffrazione $\lambda \ll d$. Il primo minimo di diffrazione si ha ad un angolo $\theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}$. Le due figure di diffrazione si possono dire risolte se il massimo del secondo disco coincide (o è più lontano) con il primo minimo del primo disco: criterio del (lord) Rayleigh. Quindi i due fari risultano risolti, considerando solo la diffrazione della pupilla, se $\frac{D}{L} > 1.22 \frac{\lambda}{d}$, quindi se $L < 10.7 \text{ km}$. Questo risultato è in contrasto con l'esperienza: una prima osservazione è che, data la curvatura terrestre, la distanza dell'orizzonte per una persona i cui occhi siano a circa 1.70 cm da terra risulta essere circa 5 km , inferiore alla distanza di risoluzione dei fari secondo il calcolo di prima. Quindi, in una pianura, non appena i fari sono visibili, sono anche risolti: il che è accaduto. Il fattore che abbiamo trascurato è la dimensione dei sensori (coni e bastoncelli) sulla retina.
- La distanza sulla retina delle immagini dei due fari, o meglio, del centro delle rispettive figure di diffrazione, risulta $x = \theta p = \frac{D}{L} p$. Questa va confrontata con la dimensione dei sensori, che è circa di $5 \mu\text{m}$. Perchè le due immagini risultino distinte, devono colpire due sensori non adiacenti, quindi devono distare circa $x > 10 \mu\text{m}$. Il che porta ad un angolo minimo di risoluzione $\theta_m = \frac{x}{p} \sim 4 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$. Con questa risoluzione angolare, la distanza minima dovrà essere circa $L \sim 3.2 \text{ km}$ che è un valore più ragionevole. Si poteva risalire all'angolo minimo di risoluzione, osservando che alla distanza di visione distinta ($L_d \sim 20 \text{ cm}$), l'occhio normale è in gradi di risolvere circa un decimo di mm . $\theta = \frac{0.1}{200} \sim 5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$, in buon accordo con i numeri precedenti.

Soluzione esercizio 89

- La lente è un foro circolare investito da una onda piana, che quindi produce una immagine di diffrazione circolare di raggio $r = f\Delta\theta = f \cdot 1.22\lambda/D \approx 2 \mu\text{m}$, stimando $\lambda \approx 650 \text{ nm}$. Il minimo α risolvibile è quindi $\alpha > \Delta\theta = 3 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ posto che i sensori sullo schermo siano più piccoli di $\sim 1 \mu\text{m}$.

Soluzione esercizio 90

- a. $D = \frac{\lambda}{p_l}$ quindi $l = \frac{\lambda}{p_D} = 3.7 \text{ mm}$
- b. Minimo di diffrazione corrisponde all'ottavo massimo di interferenza:
 $\lambda/L = 8\lambda/d$, $L = d/8 = 34 \text{ }\mu\text{m}$
- c. $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}h(n-1) = 20 \cdot 2\pi$, quindi $n = 1 + 20\lambda/h = 1.22$.

Soluzione esercizio 91

- a. Per esempio mettendo una lamina di spessore $d = \frac{\lambda}{2(n-1)}$ davanti a metà fenditura.
- b. Posso considerarlo come due fori di Young, distanti $w/2$ e larghi $w/2$, con uno sfasamento ulteriore di π tra il primo e il secondo.
 $I(\theta) = I_0 \cdot (\sin^2 \phi) \cdot \frac{\sin^2 \phi}{\phi^2}$ con $\phi = \frac{w\pi}{2\lambda} \sin \theta$