4.5 Polarizzazione

Esercizio 98

Un reticolo con N fenditure orizzontali, larghe a e con passo p, è posto perpendicolarmente a superficie di un liquido con $n = 2.0$. Il reticolo è colpito normalmente alla sua superficie da onda piana $\lambda = 0.6\ \mu m$. Si osserva che la luce del massimo principale di ordine 3, riflessa dal liquido, è polarizzata linearmente.
Determinare:

a. Il numero dei massimi principali;
b. Il minimo valore di a per cui il massimo principale di ordine più grande non è visibile;
c. Il numero di massimi principali se il reticolo è immerso in un liquido con $n = 2$ e illuminato con la stessa ν.

Esercizio 99

Un sottile fascio di luce non polarizzata monocromatica, con intensità $I_0 = 1.2\ W/m^2$ si propaga lungo l'asse x e attraversa nell'ordine:

- un polarizzatore lineare con asse ottico α lungo y;
- una lamina di quarzo di spessore $d = 0.018\ mm$, $n_0 = 1.5442$ $n_s = 1.5533$ e asse ottico parallelo a asse z;
- un secondo polarizzatore lineare con asse ottico che può ruotare liberamente.

Si osserva che l'intensità del fasci emergente dal sistema non dipende dall'orientamento dell'asse ottico del secondo polarizzatore. Determinare:

a. la lunghezza d'onda λ della luce incidente;
b. l'angolo α;
c. l'intensità della luce I_1 dopo il primo polaroid;
d. l'intensità della luce I_2 dopo il quarzo;
e. l'intensità della luce I_3 dopo il secondo polaroid;

Esercizio 100

Una sorgente non polarizzata emette luce ad una lunghezza d'onda $\lambda = 550\ nm$ e illumina due fori di Young di larghezza $D = 1\ mm$ e distanti tra loro $d = 5\ mm$. Calcolare:

a. la posizione del massimo di terzo ordine su uno schermo a distanza $l = 10\ m$;
b. il rapporto tra l'intensità del massimo di terzo ordine rispetto a quello principale
Successivamente si pongono due polaroid P_1 e P_2 dietro alle due fenditure. Discutere come cambia la figura nei seguenti casi:
c. l'asse ottico di P_1 è parallelo a quello di P_2;
d. gli assi ottici di P_1 e P_2 sono perpendicolari;
e. si calcoli inoltre quanto vale il rapporto di cui al punto 2 nei due casi.

Esercizio 101

Una cella di lunghezza $l = 1\ cm$ contiene una soluzione acquosa di molecole organiche ed ha indice di rifrazione n_{sx} e n_{dx} per luce polarizzata circolarmente a sinistra e a destra, rispettivamente: $(n_{sx} - n_{dx}) = 2 \cdot 10^{-5}$. Un fascio di luce polarizzata linearmente con $\lambda = 550\ nm$ entra nella cella.

a. Discutere lo stato di polarizzazione della luce uscente.

Esercizio 102

E' disponibile in commercio un film costituito da un polarizzatore lineare e una lamina a $\lambda/4$ in successione, con assi ottici a $\pi/4$ tra loro. Si discuta:

a. l'effetto di tale film su un raggio di luce non polarizzata se viene attraversato prima il polarizzatore e poi la lamina in termini sia di intensità che di stato di polarizzazione;
b. lo stesso se il film è rovesciato, e quindi viene attraversata prima la lamina e poi il polaroid;
c. come si può fare a capire il verso del film?

Esercizio 103

Quattro polaroid perfetti, ciascuno con asse ottico ruotato di 30° rispetto al precedente, sono posti in successione e illuminati con un raggio di luce non polarizzato.

a. Calcolare l'intensità della luce rispetto a quella incidente dopo ciascun polaroid.
b. Cosa succede se tolgo i polarizzatori intermedi (numero 2 e 3)?

Soluzione esercizio 98

a. La luce del massimo di ordine 3 incide la superficie del liquido ad un angolo corrispondente all'angolo di Brewster, diventando così' polarizzata.

$$\theta_3 = \arctan \frac{1}{n} = 26.6°$$

Da cui si ricava il passo del reticolo: $p = \frac{3\lambda}{\sin \theta_3} = 4\ \mu m$
Il massimo ordine di massimi è: $n_{max} < \frac{p}{\lambda} = 6.67$ e il numero totale di massimi principali: $N_{max} = 2n_{max} + 1 = 13$.

b. Il massimo di ordine più elevato è il 6: perchè risulti non visibile deve coincidere con il primo minimo di diffrazione della singola fenditura. $\sin \theta_m = \frac{\lambda}{a} = \sin \theta_6 = \frac{6\lambda}{p} \quad a = \frac{p}{6} = 0.67\ \mu m$

c. Se cambia il mezzo in cui il sistema è immerso, la lunghezza d'onda della luce incidente diventa $\lambda' = \lambda/n$. Il massimo ordine di massimi diventa quindi: $n'_{max} < \frac{p}{\lambda'} = 13.3$, e quindi il numero totale di massimi principali $N'_{max} = 2n'_{max} + 1 = 27$.

Soluzione esercizio 99

a. La luce che emerge dalla lamina deve essere polarizzata circolarmente: dato che quella dopo il primo polarizzatore è polarizzata linearmente, la lamina deve introdurre un ritardo di $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ $(\frac{\lambda}{4})$ per la λ incidente. $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} = d(n_s - n_o)\frac{2\pi}{\lambda}, \quad \lambda = 4d(n_s - n_o) = 6.55 \cdot 10^{-7}\ m$

b. Perchè la luce diventi polarizzata circolarmente dopo la lamina, il suo asse ottico deve essere a 45° rispetto alla direzione della polarizzazione lineare entrante, quindi $\alpha = 45°$.

c. Il polaroid non fa passare la componente della luce perpendicolare all'asse ottico: $I_1 \propto (E_0^y)^2$, $I_0 \propto (E_0^y)^2 + (E_0^z)^2$. Visto che $E_0^y = E_0^z$, $I_1 = I_0/2 = 0.6\ W/m^2$

d. La lamina introduce un ritardo di fase tra il raggio ordinario e quello straordinario, ma non assorbe (idealmente): $I_2 = I_1 = I_0/2 = 0.6\ W/m^2$

e. $I_3 = I_2/2 = I_0/4 = 0.3\ W/m^2$

Soluzione esercizio 100

a. L'angolo del terzo massimo è: $\sin\theta_3 = \frac{3\lambda}{d}$. Quindi la posizione del massimo sullo schermo è $x_3 = l\theta_3 = 3.3\ mm$. Si noti che siamo in condizioni di Fraunhofer.

b. L'intensità dei massimi principali dipende solo dal fattore di forma del reticolo, non da quello di struttura.
$R_3 = \frac{\sin^2\Phi_3}{\Phi_3^2} = 0.25 \quad , \quad \Phi_3 = \pi\frac{D}{\lambda}\sin\theta_3$

c. La figura di interferenza non cambia. Se la sorgente rimane la stessa, allora l'intensità delle fenditure si riduce a metà e in conseguenza l'intensità dei massimi principali si riduce a 1/4 rispetto al caso precedente.

d. Non c'e' più alcuna figura di interferenza. Il campo elettrico della luce della prima fenditura è sempre perpendicolare a quello della seconda. In questo modo l'intensità sullo schermo risulta essere:
$I \propto < E_{tot}^2 > = < (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 > = < \vec{E}_1^{\,2} + \vec{E}_2^{\,2} > = < E_1^2 + E_2^2 >$
Cioè non é più presente il termine del doppio prodotto $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$, responsabile dell'interferenza, poichè $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$.

e. Il rapporto non cambia, poichè dipende solo dal fattore di forma, che rimane identico, e non da quello di struttura.

Soluzione esercizio 101

a. Scomponiamo la luce entrante in due componenti: una polarizzata circolarmente destra e una sinistra. La cella farà ritardare una componente rispetto all'altra di una fase $\Delta phi = d(n_s - n_d)\frac{2\pi}{\lambda}$

$$\begin{cases} E_x &= E_{0x}\cos(\omega t - kz) &= \frac{E_0}{2}\cos(\omega t - kz) + \frac{E_0}{2}\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= 0 &= \frac{E_0}{2}\sin(\omega t - kz) - \frac{E_0}{2}\sin(\omega t - kz) \end{cases}$$

Dove si possono riconoscere le due componenti circolare destra ($E_x \propto +\cos\phi \quad E_y \propto +\sin\phi$) e sinistra ($E_x \propto +\cos\phi \quad E_y \propto -\sin\phi$).
Dopo la cella, il campo elettrico ha la forma $E' = E_{dx} + E_{sx}(\phi = \phi + \Delta\phi)$, dove la componente sinistra ha subito un ritardo di fase $\Delta\phi$

$$\begin{cases} E'_x &= \frac{E_0}{2}\cos(\omega t - kz) + \frac{E_0}{2}\cos(\omega t - kz + \Delta\phi) \\ E'_y &= \frac{E_0}{2}\sin(\omega t - kz) - \frac{E_0}{2}\sin(\omega t - kz + \Delta\phi) \end{cases}$$

E' possibile dimostrare che la polarizzazione all'uscita continua ad essere lineare, ma con un asse ruotato rispetto a quella entrante di un angolo $\tan\alpha = \frac{E_y}{E_x} = \tan\frac{\Delta\phi}{2}$. Il conto trigonometrico è piuttosto noioso ma si può semplificare scegliendo un istante t per cui $\omega t - kz = 0$ e si ottiene:

$\tan\alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{-\sin\phi}{1+\cos\phi} = -0.11\ rad$

Soluzione esercizio 102

a. Consideriamo il verso per cui il polaroid si trova prima della lamina. Il polaroid dimezza l'intensità luminosa e polarizza la luce lungo il suo asse ottico. Successivamente la lamina fa diventare circolare la polarizzazione.
Quindi la luce esce polarizzata circolarmente e con intensità dimezzata.

b. Nel caso opposto, la lamina non ha alcun effetto sulla luce (non polarizzata) incidente, nè in termini di intensità ne di polarizzazione. Successivamente il polaroid rende la luce polarizzata linearmente e riduce a metà l'intensità.
Quindi luce esce polarizzata linearmente e con intensità dimezzata.

c. Se abbiamo a disposizione un secondo polaroid, è facile controllare se la luce uscente ha intensità uniforme al ruotare dell'asse ottico dell'analizzatore (caso a)) oppure no (caso b)).
Senza un analizzatore, si può far riflettere la luce uscente da uno specchio e farla passare di nuovo attraverso il nostro film.
Nel caso a), la luce riflessa dallo specchio risulta essere ancora polarizzata circolarmente, ma con verso opposto. La lamina a $\lambda/4$ la rende di nuovo polarizzata linearmente, ma con asse perpendicolare rispetto a prima e successivamente il polarizzatore, che é ortogonale, non fa passare nulla. Quindi non si vede luce riflessa.
Nel caso b), la luce polarizzata linearmente resta tale anche dopo la riflessione, passa senza variazioni attraverso il polarizzatore e quindi viene resa polarizzata circolarmente dalla lamina. Quindi si vede luce, polarizzata circolarmente, e con intensità pari a metà di quella entrante.

Soluzione esercizio 103

a. $E^2 = E_\perp^2 + E_\parallel^2$ e $E_\perp^2 = E_\parallel^2$ dato che la luce incidente è non polarizzata (si intendono i valori mediati nel tempo)

$$I_1 = \frac{I_0}{2}$$

$\vec{E}_1 = E_{2\perp}\hat{\perp} + E_{2\parallel}\hat{\parallel} = E_1\cos\alpha\hat{\perp} + E_1\cos\alpha\hat{\parallel}$ dove $\alpha = 30°$. La componente $\perp$ non passa attraverso il polarizzatore: $E_2^2 = E_1^2\cos^2\alpha$, quindi

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$$

.

Analogamente:

$$I_3 = \frac{I_0}{2} \cos^4 \alpha$$

$$I_4 = \frac{I_0}{2} \cos^6 \alpha = 0.21\ I_0$$

b. Se i polarizzatori centrali non ci sono, l'angolo tra i due rimanenti (primo e quarto) risulta essere di 90°, quindi non passa luce dopo l'ultimo polaroid.