

Masse e Oscillazioni dei Neutrini Lezione I

Corso di Fisica Nucleare e Subnucleare III

Lucio Ludovici 25 novembre 2008

Referenze

Libri

Physics of Neutrinos and Application to Astrophysics

M.Fukugita, T.Yanagida - Ed. Springer Verlag (2003)

Neutrino Physics

K.Zuber - Ed. IOP publishing (2004)

Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics

R.N. Mohapatra, B.Pal Palash - 3rd edition, World Scientific Lecture Notes in Physics, vol. 71

Articoli

Neutrino mass, mixing, and flavor change (B.Kayser, 2005)

<http://pdg.lbl.gov/2008/reviews/numixrpp.pdf>

Understanding Two-Flavor Oscillation Parameters and Limits (D.E.Groom, 2002)

http://pdg.lbl.gov/2005/reviews/twonu_explain_s805.pdf

Reperibili online dal PDG “Review of Particle Physics” <http://pdg.lbl.gov>

lucio.ludovici@roma1.infn.it VEF piano I, Stanza 103-b

Orari

Martedì 25 novembre	14-16	Aula Majorana
Giovedì 27 novembre	14-16	Aula Tuschek
Venerdì 28 novembre	12-14	Aula Conversi
Martedì 2 dicembre	14-16	Aula Majorana

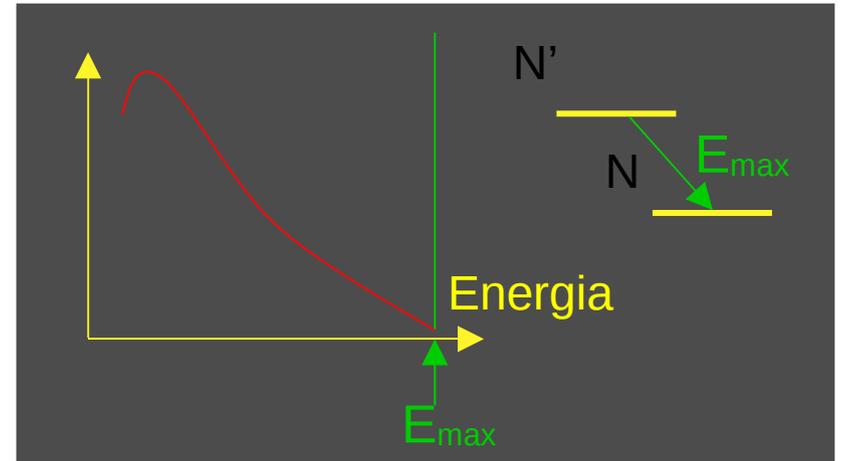
Programma

1. Richiami sull'equazione di Dirac, proiezioni chirali, equazione di Weyl.
2. Chiralità ed elicità. Neutrini di Majorana. Decadimento doppio β .
3. Massa di Dirac e di Majorana. Meccanismo dell'altalena (see-saw).
4. Matrice di mescolamento per tre famiglie. Fasi di Dirac e di Majorana. Oscillazioni nel vuoto per tre famiglie. Violazione di CP.
5. Caso limite di due famiglie. Formule approssimate: one mass dominance. Interpretazione del plot Δm^2 vs $\sin^2 2\theta$. Valore sperimentale dei parametri della matrice di mixing.
6. Oscillazioni nella materia, meccanismo MSW.
7. Le oscillazioni dei neutrini atmosferici: Super-Kamiokande. K2K. Le oscillazioni dei neutrini solari.

Dear Radioactive Ladies and Gentlemen,...



Problema: spettro continuo dell'elettrone nei decadimenti β



Nel 1930 Wolfgang Pauli ipotizza una nuova particella sconosciuta, di spin $\frac{1}{2}$, neutra, di massa nulla o molto più piccola dell'elettrone, che interagisce solo debolmente.

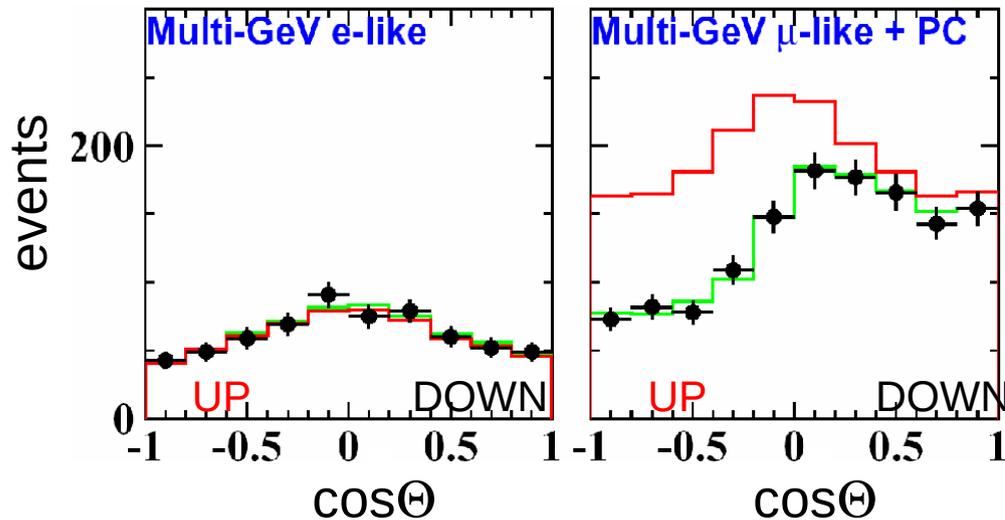
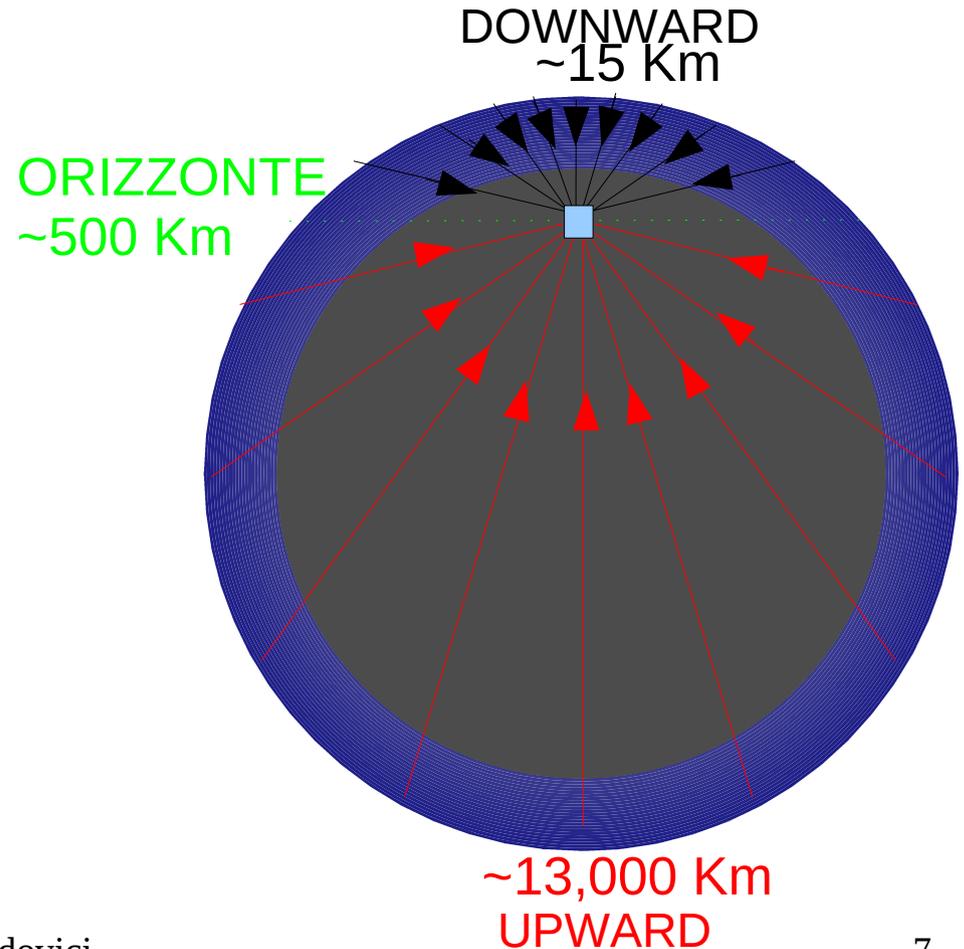
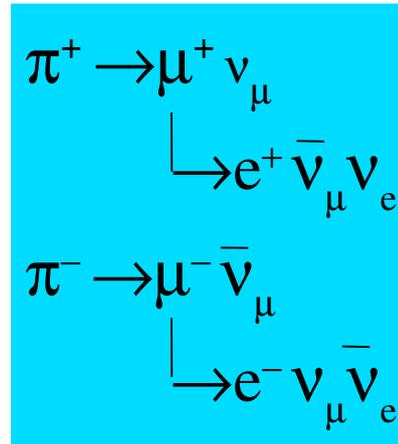
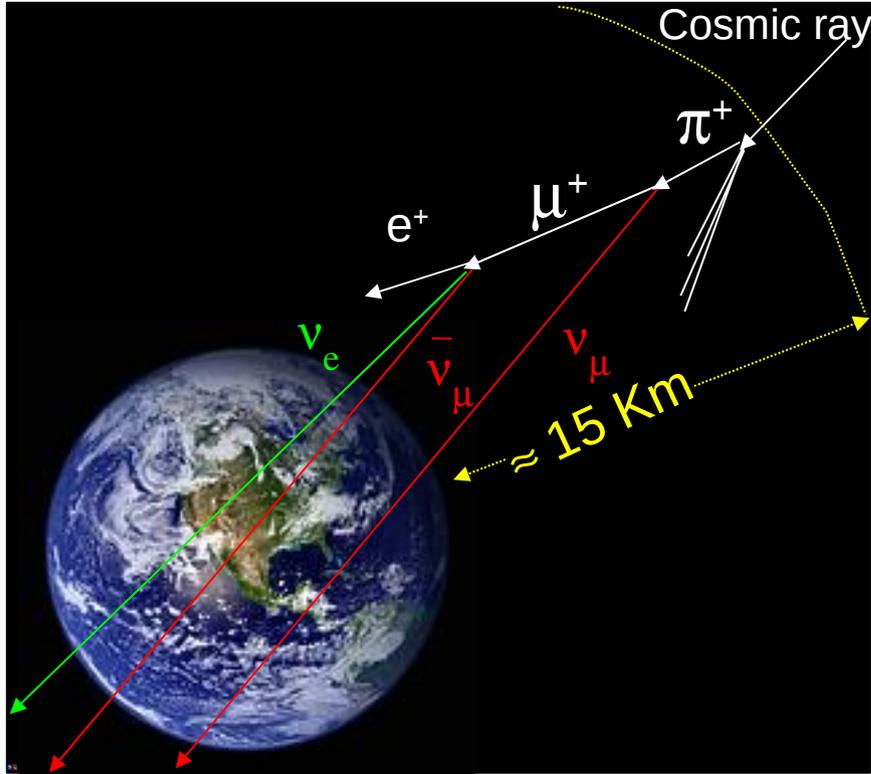
“I have to replace something we do not understand with something else we cannot observe.”

“[...] there is no practically possible way of observing the neutrino”
H.Bethe, R.Peierls, Nature (1934)

Il neutrino: quasi ottantanni (portati bene)

1930	ν existence postulated	Pauli
1934	ν name and interaction theory	Fermi
1938	Solar ν flux calculation	Bethe
1946	Idea of ν chlorine detector	Pontecorvo
1956	$\bar{\nu}$ interactions observed	Reines & Cowan
1957	Idea of ν oscillation	Pontecorvo
1958	Left-handed ν	Goldhaber
1962	2 ν 's, ν_{μ} , ν_e	Lederman, Schwartz & Steinberger
1968	Solar neutrino deficit	Davis
1973	ν NC interactions observed	Gargamelle
1975	τ and the third ν	Perl
1986	Solar deficit again, atmospheric(?)	Kamiokande
1987	$\bar{\nu}$ from SN1987A	Kamiokande, IMB
1989	3 light neutrino families	LEP Collaborations
1991	Still solar deficit	Gallex, SAGE
1998	Atmospheric ν oscillation	Super-Kamiokande
2002	Solar ν confirmed at reactor	SNO, KamLand
2004	Atmosph. ν confirmed at accelerator	K2K

Neutrini atmosferici



OSCILLAZIONI DEI NEUTRINI



$$M_\nu \neq 0$$

autostati di sapore \neq autostati di massa

$$\nu_{\alpha L} = \sum_{k=1,3} U_{\alpha k} \nu_{k L} \quad \alpha = e, \mu, \tau$$

matrice di mescolamento

Correnti EW:

$$J_\mu^{NC} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma_\mu \nu_{\alpha L} = 2 \sum_{k=1,3} \bar{\nu}_{k L} \gamma_\mu \nu_{k L}$$

$$J_\mu^{CC} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}_{\alpha L} \gamma_\mu \nu_{\alpha L} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{k=1,3} \bar{l}_{\alpha L} \gamma_\mu U_{\alpha k} \nu_{k L}$$

Le correnti neutre (NC) sono diagonali rispetto alla matrice di mescolamento che compare nelle correnti cariche (CC).

L'equazione di Dirac

Equazione relativistica per particelle di spin 1/2 (fermioni)

$$(i \not{\partial} - m)\psi = 0 \longleftrightarrow \mathcal{L} = \bar{\psi}(i \not{\partial} - m)\psi$$

$$\not{\partial} = \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad \bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$$

spinore a 4 componenti ψ

4 matrici di Dirac 4x4 $\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$

Proprietà di commutazione delle matrici di Dirac

$$\begin{aligned} \{\gamma^\alpha, \gamma^\beta\} = 2g^{\alpha\beta} &\longleftrightarrow \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\mu &\longleftrightarrow \gamma^0 \gamma^{\mu*} \gamma^0 = \gamma^{\mu T} &\longleftrightarrow \begin{cases} \gamma^{0\dagger} = +\gamma^0 \\ \gamma^{1\dagger} = -\gamma^1 \\ \gamma^{2\dagger} = -\gamma^2 \\ \gamma^{3\dagger} = -\gamma^3 \end{cases} \\ \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 &\quad \{\gamma^5, \gamma^\alpha\} = 0 &\quad \gamma^{5^2} = 1 &\quad \gamma^{5 T} = \gamma^5 \end{aligned}$$

Rappresentazioni delle matrici di Dirac

	γ^0	$\gamma^i, i = 1, 2, 3$	γ^5
Rappresentazione di Dirac-Pauli	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Rappresentazione di Weyl	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Matrici di Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_i \sigma_j = i\epsilon_{ijk} \sigma_k + \delta_{ij}$$

Chiralità

Operatori di proiezione chirale Left/Right

$$\mathbb{P}_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

$$\mathbb{P}_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$$

Definizione

$$\mathbb{P}_L + \mathbb{P}_R = 1$$

$$\mathbb{P}_L \mathbb{P}_R = \mathbb{P}_R \mathbb{P}_L = 0 \longleftarrow (1 \pm \gamma^5)(1 \mp \gamma^5) = 0$$

$$\mathbb{P}_{L,R}^2 = \mathbb{P}_{L,R} \longleftarrow (1 \pm \gamma^5)(1 \pm \gamma^5) = 2(1 \pm \gamma^5)$$

Proprietà

$$\gamma^{5^2} = 1$$

Proiezioni chirali dei campi

$$\begin{cases} \psi_L = \mathbb{P}_L \psi \\ \psi_R = \mathbb{P}_R \psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbb{P}_L \psi_L = \psi_L, & \mathbb{P}_R \psi_L = 0 \\ \mathbb{P}_R \psi_R = \psi_R, & \mathbb{P}_L \psi_R = 0 \end{cases}$$

$$\mathbb{P}_R + \mathbb{P}_L = 1$$

$$\begin{cases} \gamma^5 \psi_L = - \psi_L \\ \gamma^5 \psi_R = + \psi_R \end{cases}$$

$$\psi = \psi_R + \psi_L$$

CHIRALITA'

Chiralità e massa

Moltiplicando l'eq. di Dirac per γ^0 e $\gamma^0\gamma^5$

$$\begin{aligned} \gamma^0 \times (i\gamma^0\partial_0 - i\gamma^0\gamma^5\sigma_i\partial_i - m)\psi &= (i\partial_0 - i\gamma^5\sigma_i\partial_i - m\gamma^0)\psi = 0 \\ \gamma^5\gamma^0 \times (i\gamma^0\partial_0 - i\gamma^0\gamma^5\sigma_i\partial_i - m)\psi &= (i\gamma^5\partial_0 - i\sigma_i\partial_i - m\gamma^5\gamma^0)\psi = 0 \end{aligned}$$

$$\gamma^i = \gamma^0\gamma^5\sigma_i$$

sommando e sottraendo

$$\begin{cases} (i\partial_0(1 + \gamma^5) - i\sigma_i\partial_i(1 + \gamma^5) - m\gamma^0(1 - \gamma^5))\psi = 0 \\ (i\partial_0(1 - \gamma^5) + i\sigma_i\partial_i(1 - \gamma^5) - m\gamma^0(1 + \gamma^5))\psi = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (i\partial_0 - i\sigma_i\partial_i)\psi_R = m\gamma^0\psi_L \\ (i\partial_0 + i\sigma_i\partial_i)\psi_L = m\gamma^0\psi_R \end{cases}$$

equazioni disaccoppiate per $m=0$ (eq. di Weyl)

$$(i \not{\partial} - m)\psi = 0 \xrightarrow{m=0} \not{\partial}\psi = 0 \longrightarrow \frac{\partial}{\partial t}\psi_{L,R} = \mp\sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i}\psi_{L,R}$$

Spinori di Weyl: 2 soluzioni a 2 componenti

Le proiezioni chirali ψ_L, ψ_R sono soluzioni dell'eq. di Weyl

Elicità (da non confondere con la chiralità !)

Per fermioni di massa nulla, l'eq. di Weyl nello spazio dei momenti:

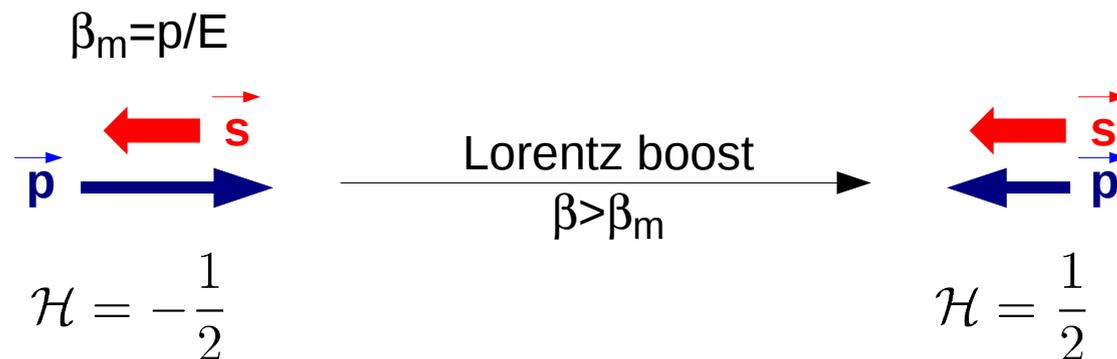
$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_{L,R} = \mp \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} \psi_{L,R} \xrightarrow{(E, \vec{p}) = (i\partial_t, -i\vec{\nabla})} E \psi_{L,R} = \pm (\vec{\sigma} \times \vec{p}) \psi_{L,R}$$

Elicità → proiezione dello spin nella direzione di volo: $\mathcal{H} = \frac{\vec{\sigma} \times \vec{p}}{|\vec{p}|}$

Elicità → numero quantico conservato: $[\mathcal{H}, \mathbb{H}]$

Nel limite $m=0$ le proiezioni chirali $\psi_{L,R}$ sono anche autostati dell'elicità

In generale, per $m \neq 0$, l'elicità non è un invariante di Lorentz



CHIRALITA'

≠

ELICITA'

Invariante di Lorentz
Non conservata

Numero quantico conservato
Non Lorentz invariante

Coincidono (le proiezioni chirali sono anche autostati dell'elicità)
per fermioni di massa nulla

$$\chi = \mathcal{H} + o\left(\frac{m}{E}\right)$$

Chiralità ed Elicità

Elicità \equiv Chiralità nel limite $m=0$ $\chi = \mathcal{H} + o(m/E)$

Nel MS solo campi di chiralità $h=-1$ (left-handed) si accoppiano a Z,W

$$SU(2)_L U(1) \longrightarrow J^\mu = \bar{l}_L \gamma^\mu l_L$$

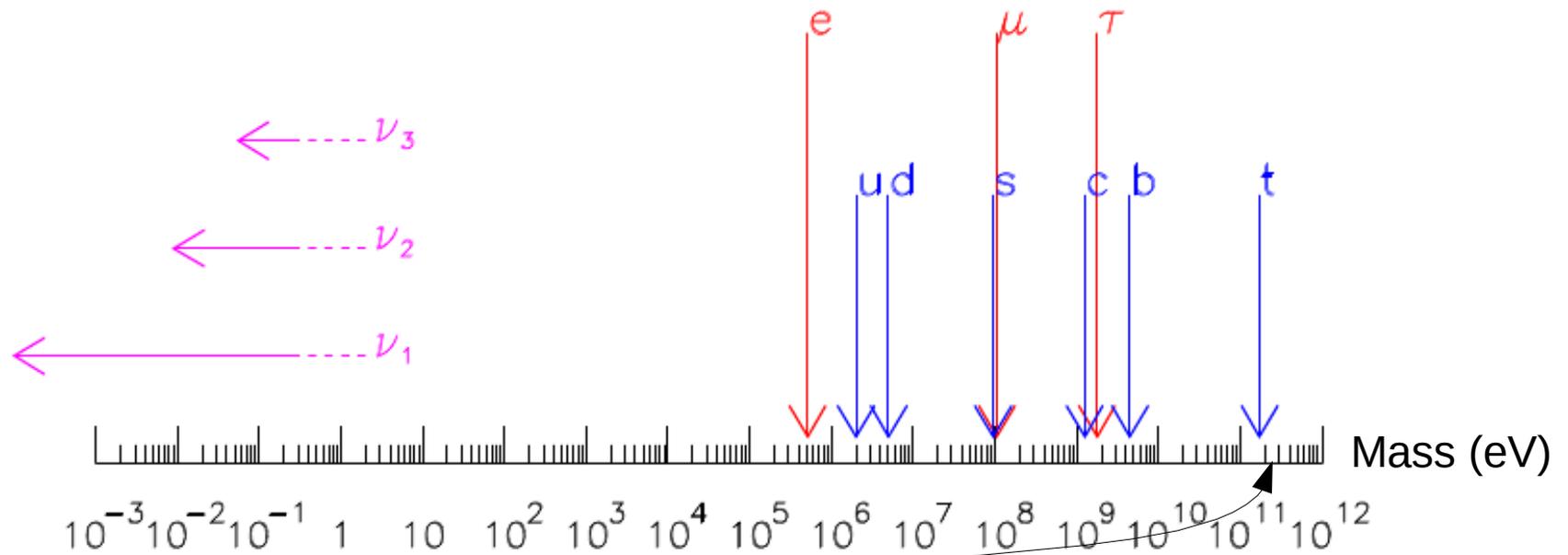
I campi right-handed (RH) sono singoletti di $SU(2)_L$

Componenti di elicità “sbagliata” dei neutrini sono sopresse $o(m/E)$

Nel MS (minimale):

i neutrini hanno massa nulla
non esistono neutrini right-handed
chiralità ed elicità dei neutrini coincidono

Masse dei fermioni



Scala della rottura di simmetria $SU(2) \times U(1)$

$$\langle \Phi^0 \rangle = v / \sqrt{2}$$

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV}$$

Massa di Dirac

Come per i fermioni carichi per un neutrino massivo si può scrivere

$$\bar{\nu}_R \nu_R = \bar{\nu}_L \nu_L = 0$$

$$\nu_R = \frac{(1+\gamma^5)}{2} \nu$$

$$\bar{\nu}_R = \left[\frac{(1+\gamma^5)}{2} \nu \right]^\dagger \gamma^0$$

$$= \nu^\dagger + \frac{(1+\gamma^5)}{2} \gamma^0$$

$$= \nu^\dagger + \gamma^0 \frac{(1-\gamma^5)}{2}$$

$$\mathcal{L}^D = -m_D (\bar{\nu} \nu)$$

$$= -m_D (\bar{\nu}_L + \bar{\nu}_R) (\nu_L + \nu_R)$$

$$\rightarrow = -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) = -m_D \bar{\nu}_L \nu_R + \text{h.c.}$$

Un termine di massa di Dirac per i neutrini richiede l'esistenza di un neutrino RH

$$\nu_R, \bar{\nu}_R$$

neutro, singoletto di isospin debole \rightarrow neutrino “sterile”, interagisce solo con la gravità

se non sono presenti neutrini RH (come nel MS minimale) i neutrini non possono avere massa di Dirac

Masse dei fermioni: tanti parametri liberi

Termini di massa non invariante sotto $SU(2)_L \rightarrow$ meccanismo di Higgs, rottura spontanea di simmetria (SSB)

SSB salva la struttura di gauge del MS ma non “spiega” le masse

$$\mathcal{L}^{\text{Yukawa}} = -f_e \overline{(\nu_e, e)}_L \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} e_R - f_{\nu_e} \overline{(\nu_e, e)}_L \begin{pmatrix} \Phi^{0*} \\ \Phi^- \end{pmatrix} \nu_R \\ -f_d \overline{(u, d)}_L \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} d_R - f_u \overline{(u, d)}_L \begin{pmatrix} \Phi^{0*} \\ \Phi^- \end{pmatrix} u_R + \text{h.c.}$$

$$\text{SSB} \longrightarrow m_i = f_i \langle \Phi^0 \rangle = f_i v / \sqrt{2} \longrightarrow \begin{matrix} f_{\text{top}} \simeq 1 \\ f_\nu \lesssim 6 \cdot 10^{-12} \end{matrix}$$

SSB non spiega perché m_ν siano così piccole rispetto alla scala EW
E' un problema? (In fondo SSB non “spiega” neanche le masse dei fermioni carichi)

Neutrino di Majorana

Un fermione massivo neutro può essere descritto da uno spinore con due sole componenti reali che soddisfano la condizione

$$\psi \equiv \psi^C$$

Coniugazione di carica C

particella \equiv propria anti-particella

E. Majorana

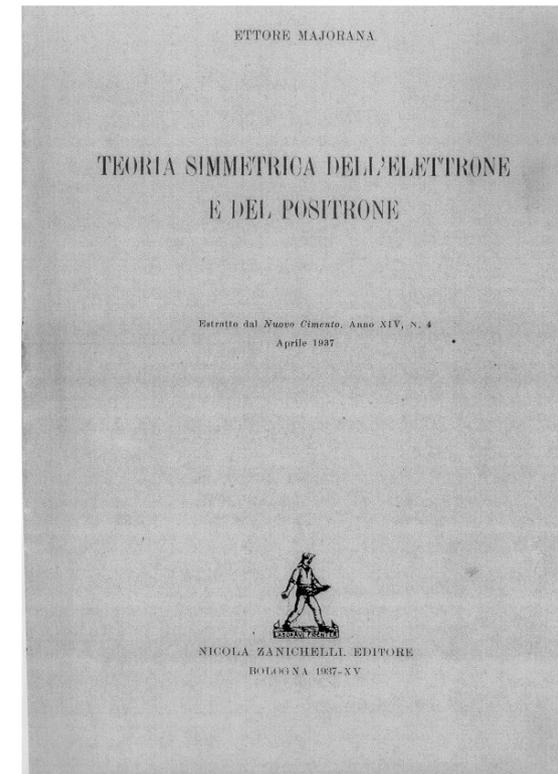
Nuovo Cimento 14 (1937) 171

$$\begin{aligned}\psi^C &= C\bar{\psi}^T \\ &= C(\psi^\dagger \gamma^0)^T = C\gamma^{0T} \psi^* = C\gamma^0 \psi^*\end{aligned}$$

$$C\gamma^\mu{}^T C^{-1} = -\gamma^\mu \quad C^\dagger = C^{-1} \quad C^T = -C$$

$$\rightarrow C = i\gamma^2\gamma^0 \quad [C, \gamma^5] = 0$$

Proprietà della coniugazione di carica



Dimostriamo qualche proprietà di C

Equazione di Dirac con campo e.m. per fermione e anti-fermione

$$(i \not{\partial} - e \not{A} - m)\psi = 0$$

fermione carica -e

$\psi \equiv \psi^C$ impossibile
per fermioni carichi

$$(i \not{\partial} + e \not{A} - m)\psi^C = 0$$

anti-fermione carica +e

$$[\dots]^* \rightarrow [(i\partial_\mu - eA_\mu)\gamma^\mu - m]^* \psi^* = 0$$

$$[(i\partial_\mu + eA_\mu)\gamma^{\mu*} + m]\psi^* = 0$$

$$\psi^C = C\gamma^0\psi^*$$

$$[(i\partial_\mu + eA_\mu)\gamma^{\mu*}(C\gamma^0)^{-1} + m(C\gamma^0)^{-1}]\psi^C = 0$$

verifica l'equazione per ψ^C se: $(C\gamma^0)\gamma^{\mu*}(C\gamma^0)^{-1} = -\gamma^\mu$

$$C\gamma^{\mu T}C^{-1} = -\gamma^\mu$$

$\gamma^0\gamma^{\mu*}\gamma^0 = \gamma^{\mu T}$

poiché $\gamma^{\mu T} = (-1)^\mu \gamma^\mu$ C (anti)commuta con $(\gamma^0, \gamma^2)\gamma^1, \gamma^3$

$$\rightarrow [C, \gamma^5] = 0$$

$$\rightarrow C = i\gamma^2\gamma^0$$

Chiralità e neutrino di Majorana

Il coniugato $(\psi_R)^C \equiv \psi_R^C$ di un campo RH è un campo LH:

$$\frac{(1 \pm \gamma^5)}{2} \psi_R^C = \frac{(1 \pm \gamma^5)}{2} \mathcal{C} \bar{\psi}_R^T = \mathcal{C} \left[\frac{(1 \pm \gamma^5)}{2} \bar{\psi}_R^T \right] = \mathcal{C} \left[\bar{\psi}_R \frac{(1 \pm \gamma^5)}{2} \right]^T = \begin{cases} 0 \\ \psi_R^C \end{cases}$$

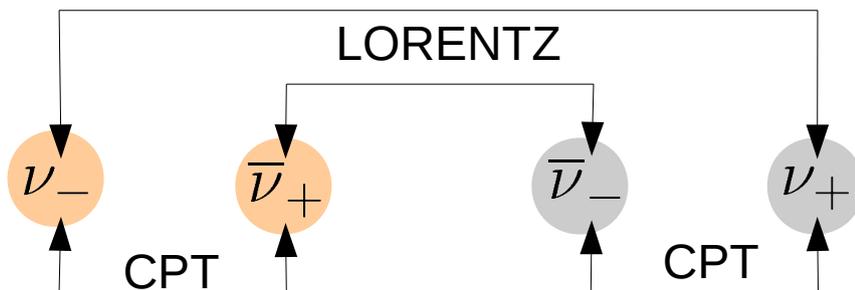
$$\bar{\psi}_R = \left[\frac{(1 + \gamma^5)}{2} \psi \right]^\dagger \gamma^0 = \psi^\dagger \frac{(1 + \gamma^5)}{2} \gamma^0 = \bar{\psi} \frac{(1 - \gamma^5)}{2}$$

Applicando i proiettori chirali alla condizione di Majorana:

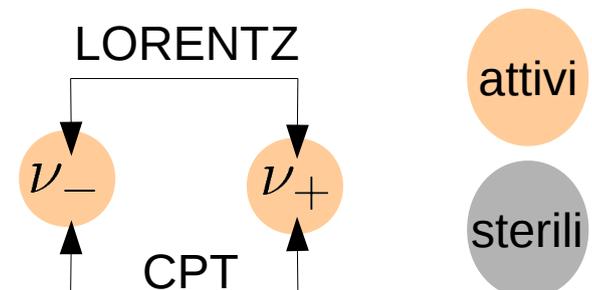
$$\psi \equiv \psi^C \longrightarrow \psi_L + \psi_R \equiv \psi_L^C + \psi_R^C \xrightarrow{\mathbb{P}_{R,L}} \begin{cases} \psi_R = \psi_L^C \\ \psi_L = \psi_R^C \end{cases}$$

La condizione di Majorana riduce a 2 le 4 componenti indipendenti dello spinore di un fermione massivo

$$\psi^M = \psi_L + \psi_L^C$$

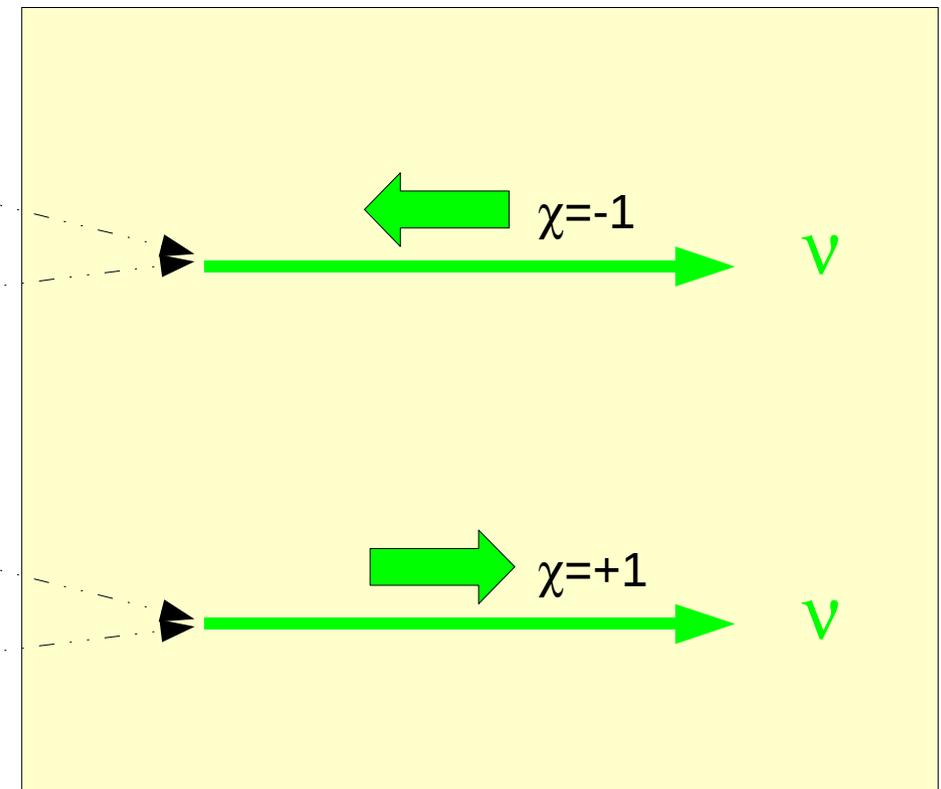
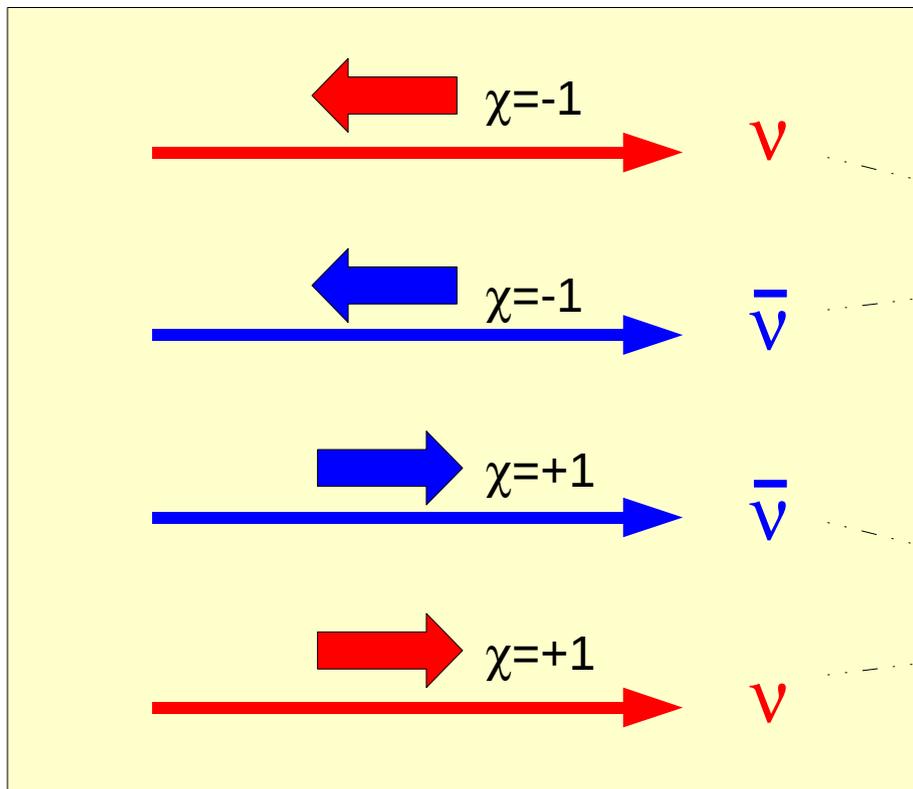


Stati di un neutrino di Dirac



Stati di un neutrino di Majorana

Neutrini di Dirac e Majorana



4 stati indipendenti

=

un **neutrino** di Dirac

+

il corrispondente **antineutrino**

2 stati indipendenti

=

un **neutrino** di Majorana

\equiv

il proprio **antineutrino**

Dirac e Majorana sotto C,P,T

➤ Parità P

$$t \rightarrow t \quad \vec{x} \rightarrow -\vec{x}$$

$$\vec{p} \rightarrow -\vec{p} \quad \nu(\vec{p}, h) \rightarrow \nu(-\vec{p}, -h)$$

$$\vec{s} \rightarrow \vec{s}$$

$$h \rightarrow -h$$

$$\vec{x} \wedge \vec{p} \rightarrow \vec{x} \wedge \vec{p}$$

$$\frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \rightarrow -\frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$$

➤ Time reversal T

$$t \rightarrow -t \quad \vec{x} \rightarrow \vec{x}$$

$$\vec{p} \rightarrow -\vec{p} \quad \nu(\vec{p}, h) \rightarrow \nu(-\vec{p}, h)$$

$$\vec{s} \rightarrow -\vec{s}$$

$$h \rightarrow h$$

➤ PT

$$t \rightarrow -t \quad \vec{x} \rightarrow -\vec{x}$$

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p} \quad \nu(\vec{p}, h) \rightarrow \nu(\vec{p}, -h)$$

$$\vec{s} \rightarrow -\vec{s}$$

$$h \rightarrow -h$$

➤ CPT

$$t \rightarrow -t \quad \vec{x} \rightarrow -\vec{x}$$

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p} \quad \nu(\vec{p}, h) \rightarrow \bar{\nu}(\vec{p}, -h) \quad \text{Dirac}$$

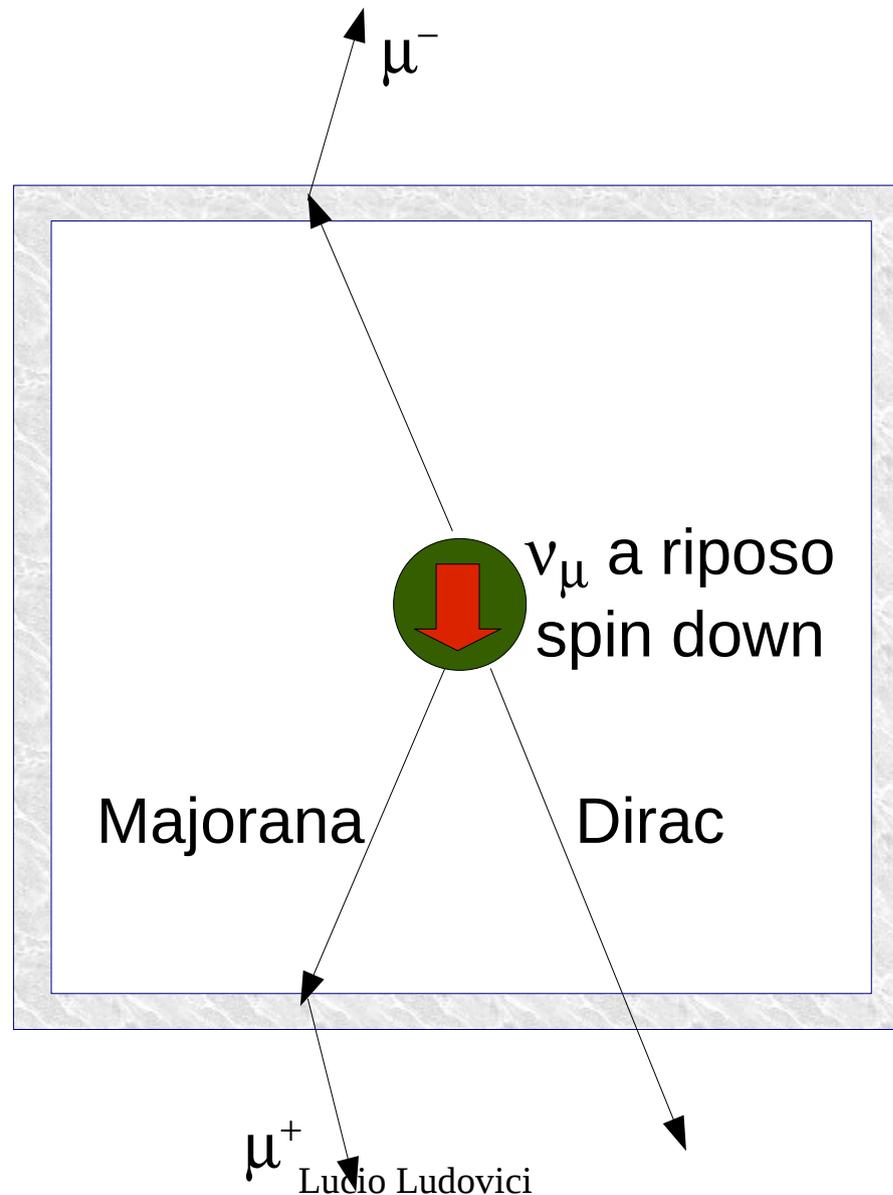
$$\vec{s} \rightarrow -\vec{s}$$

$$\nu(\vec{p}, h) \rightarrow \nu(\vec{p}, -h) \quad \text{Majorana}$$

$$h \rightarrow -h$$

Dirac vs Majorana (GedankenExperiment)

Si prenda un neutrino massivo a riposo, con spin giù, fermo al centro di una scatola. Si metta la scatola in movimento prima verso il basso... e poi verso l'alto



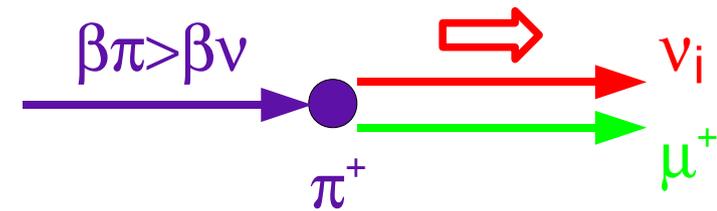
Un esperimento Majorana vs Dirac (che non funziona)

Dobbiamo verificare se $\bar{\nu}(h) \equiv \nu(h)$

Cioè verificare se un neutrino (quello prodotto insieme a un μ^+), di elicità positiva produce un μ^+ in una interazione di corrente carica (esattamente come il neutrino prodotto insieme a un μ^-) oppure se non interagisce.



Per ribaltare l'elicità "basta" accelerare $\beta_\pi > \beta_\nu$



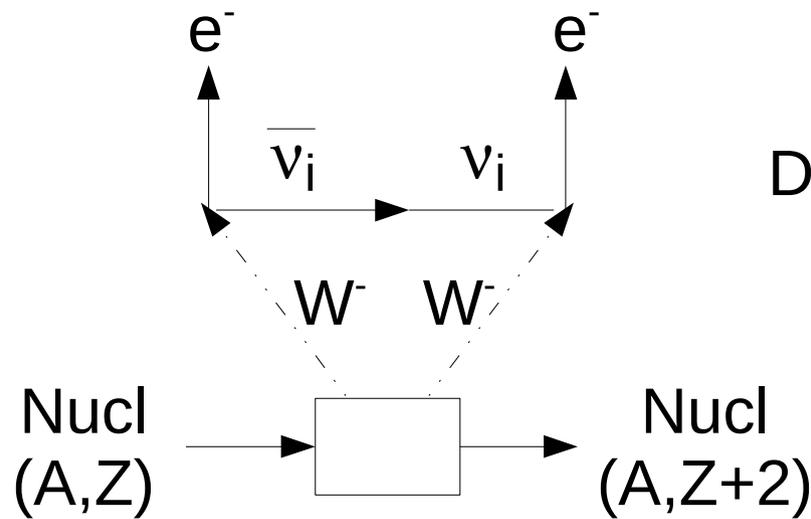
$$\gamma_\pi = \frac{E_\pi(LAB)}{m_\pi} > \frac{E_\nu(\pi \text{ rest frame})}{m_\nu} \approx \frac{30 \cdot 10^6}{0.05} = 6 \cdot 10^8 \longrightarrow E_\pi(LAB) > 10^5 \text{ TeV}$$

Inoltre la frazione di decadimenti con neutrini utili (di elicità ribaltata) è

$$\Omega \approx \left[\frac{m_\nu}{E_\nu(\pi \text{ rest frame})} \right]^2 \approx 10^{-18}$$

La natura V-A delle correnti complica gli esperimenti Dirac vs Majorana

Il decadimento $0\nu\beta\beta$ (un esperimento che può funzionare)



Doppio decadimento β senza neutrini

ν creato insieme a un e^- da una corrente LH $\rightarrow \chi=1$ (“anti-neutrino”)
 ν assorbito con creazione di un e^- da una corrente LH $\rightarrow \chi=-1$ (“neutrino”)

Contribuiscono solo le componenti di elicità sopresse $o(m/E)$:

$$\text{Amp}(0\nu\beta\beta) \propto \left| \sum_i m_i U_{ei}^2 \right|$$

Violazione della conservazione del numero leptonico L