Capitolo 1

Oscillazioni particella/antiparticella nel contesto del modello Standard

Le oscillazioni particella-antiparticella furono ipotizzate per la prima volta nel 1955 da Gell-Mann e Pais [1] studiando le particolari caratteristiche dei mesoni K. Un anno più tardi proprio per questi mesoni si ebbe la prima evidenza sperimentale [2].

Il mescolamento particella-antiparticella trova una chiara spiegazione nel Modello Standard, la teoria che attualmente ha il miglior accordo con le osservazioni sperimentali. Lo studio di questo fenomeno ha permesso la misura di alcuni parametri del modello, in particolare ha reso possibili verifiche della descrizione delle interazioni deboli. Infatti la non-conservazione del sapore in queste interazioni permette trasizioni $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$ (come pure $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ e $D^0 \leftrightarrow \bar{D}^0$). Dalla misura delle caratteristiche di alcuni di questi processi è possibile ricavare la forza di alcuni accopiamenti deboli legati ai parametri fondamentali del modello.

Per alcune particelle, in particolare i mesoni B_s^0, non è stato possibile fino ad ora valutare l'entità del mescolamento. Questa misura sarà decisiva per la verifica del Modello Standard e potrebbe essere il punto di partenza per l'introduzione di nuova fisica.

1.1 Modello Standard

Nel Modello Standard i costituenti base della materia sono sei quark e sei leptoni. Questi fermioni, i cui numeri quantici sono riportati in tabella 1.1, vengono raggruppati in tre famiglie: (ν_e, e, d, u), (ν_μ, μ, s, c) e (ν_τ, τ, b, t). Le forze attualmente incluse nel modello sono quelle elettromagnetiche, deboli e forti.

Le forze di colore (o forti) sono sentite dai quark e i gluoni ma non dai leptoni. La teoria che descrive questo tipo di interazioni è la cromodinamica quantistica (QCD). Ogni quark ha una sua carica forte che è chiamata colore e i colori possibili sono tre corrispondenti ai tre stati base della rappresentazione fondamentale di SU(3). Questa è una simmetria esatta per le forze forti che conservano tutti i numeri quantici legati al colore. Dal fatto che SU(3) è un gruppo non abeliano segue che i gluoni, mediatori delle forze forti, sono dotati di colore

	Sapore del quark					
Numero quantico	d	u	s	c	b	t
Q carica elettrica	-1/3	+2/3	-1/3	+2/3	-1/3	+2/3
I isospin totale	1/2	1/2	0	0	0	0
I_3 terza componente dell'isospin	-1/2	+1/2	0	0	0	0
S 'strange'	0	0	-1	0	0	0
C 'charm'	0	0	0	+1	0	0
B 'beauty'	0	0	0	0	-1	0
T 'top'	0	0	0	0	0	+1

Tabella 1.1: Principali numeri quantici dei quark. La convenzione è che i numeri quanti del sapore,*strange, charm, beauty* e *top* , abbiano lo stesso segno della carica.

e interagiscono tra di loro.

Le forze elettromagnetiche e deboli, unificate nelle elettrodeboli, sono descritte dalla teoria di Weinberg-Salam [3, 4] che si basa sul gruppo di Gauge $SU(2)_L \otimes U(1)$.

La teoria viene formulata come interazione di correnti (neutre e cariche) con i campi. La Lagrangiana dell'interazione ha tre termini: uno elettromagnetico scritto come prodotto della corrente elettromagnetica per il rispettivo campo e due legati all'interazione debole di cui uno è dato dal prodotto della corrente neutra per il campo del bosone intermedio Z^0 e l'altro dal prodotto delle correnti cariche per i campi dei bosoni intermedi $W^{\pm}$.
Sia la corrente elettromagnetica che quella neutra sono diagonali rispetto ai leptoni e ai quark mentre quella carica risulta diagonale solo rispetto ai leptoni, i quark vi entrano dopo essere stati trasformati mediante una matrice, nota come matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) che sarà brevemente discussa nel prossimo paragrafo.

Questa matrice è il risultato dell'evoluzione della teoria debole coinvolgente le correnti cariche proposta per la prima volta nel 1963 da Cabibbo. All'epoca le particelle note erano: e, ν_e, μ, ν_μ e i quark u, d, s. Sperimentalmente era stato verificato che il *rate* delle transizioni $e \leftrightarrow \nu_e$, $\mu \leftrightarrow \nu_\mu$ e $u \leftrightarrow d$ in cui non c'è variazione di stranezza, è approssimativamente lo stesso. D'altra parte si trovava che le transizioni adroniche con variazione di stranezza, note oggi come $u \leftrightarrow s$, hanno un *rate* che è circa 1/4 di quello $u \leftrightarrow d$. Per spiegare ciò Cabibbo propose un modello in cui i quark d e s partecipano alle interazioni deboli "ruotati " di un angolo Θ_C, noto come angolo di Cabibbo. In analogia ai doppietti dei leptoni anche i quark u, d, s vennero organizzati in doppietti:

$$\begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u \\ d\cos\Theta_c + s\sin\Theta_c \end{pmatrix}$$

L'accopiamento per i decadimenti con $\Delta S = 0$ è proporzionale a $\cos\Theta_c$ e a $\sin\Theta_c$ per quelli con $\Delta S = 1$. Poiché Θ_c è un angolo piccolo[5] così si spiegano le diversità nei *rate* di decadimento. Con l'introduzione di un quarto quark, il *charm*, da una matrice 1×2 si passò ad una 2×2 che divenne 3×3 con la scoperta del *beauty*.

Il Modello Standard non prevede la grandezza degli elementi della matrice CKM che quindi devono essere determinati sperimentalmente.

1.1.1 La matrice CKM

La matrice CKM è una matrice unitaria 3×3 scrivibile esplicitamente:

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix}$$

Imponendo l'unitarietà e ridefindendo opportunatamente le fasi relative dei quark si trova che i parametri indipendenti sono 4 : tre angoli (detti angoli di Eulero) e una fase che non può essere riassorbita nelle fasi dei campi dei quark. Quest'ultima è una potenziale sorgente della violazione di CP; attualmente è la principale contendente per la spiegazione degli effetti di violazione di CP nel sistema dei K e suggerisce le asimmetrie di CP nei decadimenti dei mesoni B.

Come detto in precedenza i vari elementi della matrice CKM devono essere misurati sperimentalmente; di seguito è riportata una breve descrizione della misura di questi elementi nel caso in cui sia stata fatta.

$\underline{V_{ud}}$

L'elemento di matrice $|V_{ud}|$ può essere ottenuto in diversi modi tra cui: confronto della intensità di alcuni decadimenti β (transizioni di Fermi super permesse) con quella del decadimento del μ; misura del *rate* di decadimento del neutrone e studio del decadimento $\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e$.
La misura più precisa si ottiene con il primo metodo [5] :

$$|V_{ud}| = 0.9744 \pm 0.0010$$

$\underline{V_{us}}$

Le principali sorgenti di informazione per transizioni con $\Delta S = 1$ sono due :
$K \to \pi l \nu$ e i decadimenti semileptonici degli iperoni. Mediando queste due misure si ha [7] :

$$|V_{us}| = 0.2205 \pm 0.0018$$

$\underline{V_{cs}}$

I decadimenti $D^0 \to K^- e^+ \nu_e$ e $D^+ \to \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ hanno come grandezze da determinarsi, V_{cs} e i rispettivi fattori di forma adronici. Combinando le misure fatte in entrambi i canali si ricava [5]

$$|V_{cs}| = 1.01 \pm 0.18$$

$\underline{V_{cd}}$

L'elemento V_{cd} può essere ottenuto con buona precisione dallo studio dei decadimenti di mesoni con *charm* privi di particelle strane nello stato finale del tipo $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$. La misura viene fatta comparando il suddetto decadimento con $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$, da cui si ottiene $\frac{|V_{cd}|}{|V_{cs}|}$. Usando il valore di V_{cs} citato in precedenza si ottiene [5]

$$|V_{cd}| = 0.204 \pm 0.017$$

$\underline{V_{cb}}$

L'elemento di matrice V_{cb} entra nell'ampiezza di tutti i decadimenti del tipo $b \rightarrow c\bar{\nu}_l l$. In questa misura sono però coinvolte altre grandezze da determinarsi sperimentalmente come la vita media del b e i fattori di forma adronici. Nella referenza [5] viene riportato

$$|V_{cb}| = 0.040 \pm 0.005$$

ottenuto da una combinazione dei risultati di ARGUS e CLEO con l'assunzione che la vita media del B, $\tau_B = 1.54\ ps$ e con una particolare scelta dei fattori di forma.

$\underline{V_{ub}}$

Lo spettro dei leptoni carichi provenienti dal decadimento $b \rightarrow c\nu l$ ha come limite cinematico 2.46 Gev/c. La presenza di eventi oltre tale limite viene interpretata come $b \rightarrow u\nu l$. Dal fit di questi spettri si possono ricavare informazioni sul contributo relativo di $b \rightarrow u\nu l$ e $b \rightarrow c\nu l$. La media attuale basata sui recenti risultati di ARGUS e CLEO riportata in [7] è :

$$\left|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}\right| = 0.08 \pm 0.02$$

Il fatto che V_{ub} non sia zero è importante ai fini della presenza della violazione di CP nell'ambito del Modello Standard.

$\underline{V_{tb}, V_{ts}, V_{td}}$

Questi elementi non sono attualmente misurabili direttamente. Ci si aspetta che $|V_{tb}| \simeq 1$, $|V_{ts}| \simeq 0.04$ e $|V_{td}| \simeq 0.003$ a 0.017. Poichè la massa del *top* $m_t > m_w + m_b$ (dove con m_w e m_b è stata indicata la massa del bosone intermedio W e del quark b rispettivamente) il *top* decade principalmente in $W + b$ e il rapporto di decadimento per $W + (s$ o $d)$ è minore di 2×10^{-3}[8]. Questo fa svanire ogni speranza di misurare direttamente $|V_{td}|, (|V_{ts}|)$. Un modo per ottenere informazioni su questi due elementi della matrice CKM è tramite lo studio delle oscillazioni $B^0_{d(s)} \rightarrow \bar{B}^0_{d(s)}$ dipendente dal tempo come sarà discusso nel prossimo paragrafo e che è lo scopo di questa tesi.

La recente misura della massa del quark top [9], $m_t = 174 \pm 16$ ha permesso di restringere i limiti [7] sul rapporto

$$0.12 \leq \left|\frac{V_{td}}{V_{ts}}\right| \leq 0.34$$

La conoscenza di tutti gli elementi della matrice CKM è importante per diverse ragioni. La sua unitarietà, assunzione fondamentale nel modello, è verificabile solo per le quantità

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9981 \pm 0.0027$$

e

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1.06 \pm .37$$

entrambe consistenti con 1. L'estensione di questo controllo agli altri elementi della matrice sarebbe un importante test di consistenza interna del modello.
La violazione di CP come mostrato in precedenza può essere inclusa nel Modello Standard proprio attraverso la matrice di CKM. La determinazione dei parametri legati a questo fenomeno permetterebbe di verificare se la violazione di CP è uno degli elementi del modello o se invece appartiene ad una "fisica nuova".

1.2 Oscillazioni B^0 - $\bar{B}^0$

1.2.1 Formalismo generale

Usiamo come base gli stati $|B^0>$ $|\bar{B}^0>$. Nel loro sistema di quiete l'evoluzione temporale è data ([10]):

$$i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B^0 \\ \bar{B}^0 \end{pmatrix} = \mathcal{M}\begin{pmatrix} B^0 \\ \bar{B}^0 \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

in cui $\mathcal{M}$ è la matrice di massa, che può essere scritta in termini di matrici hermitiane M e $\tilde{\Gamma}$

$$\mathcal{M} = \mathcal{M} - \frac{\rangle}{\in}\heartsuit = \begin{pmatrix} M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* & M_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22} \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

L'invarianza sotto CPT impone $\mathcal{M}_{\infty\infty} = \mathcal{M}_{\in\in}$ da cui si ricava $M_{11} = M_{22} = m$ $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma$, m e Γ corrispondono rispettivamente alla massa e alla larghezza del B^0. Gli elementi non diagonali possono essere diversi da zero nei casi, come B^0, D^0 e K^0, in cui gli stati che decadono sono una coppia particella-antiparticella degeneri rispetto all'Hamiltoniana libera. M_{12} corrisponde a transizioni virtuali mentre Γ_{12} descrive transizioni reali dovute a modi di decadimento comuni al B^0 e al $\bar{B}^0$.

La diagonalizzazione di $\mathcal{M}$ richiedendo che CPT sia conservata porta a due autostati B_1 e B_2 che sono combinazioni lineari degli autostati di sapore:

$$\begin{aligned} |B_1> &= p_1|B^0> + q_1|\bar{B}^0> \\ |B_2> &= p_2|B^0> + q_2|\bar{B}^0> \end{aligned} \tag{1.3}$$

in cui $|p_{1,2}|^2 + |q_{1,2}|^2 = 1$ per la normalizzazione degli stati e con autovalori μ_1 e μ_2 ripettivamente. Vi sono inoltre delle fasi arbitrarie che possono essere ridefinite: la fase del $|B_1>$, del $|B_2>$ e quella tra $|B^0>$ e $|\bar{B}^0>$. Per esempio nella referenza [11] viene usata la convenzione per cui p_1, q_1 e p_2 sono reali e positivi. Non facciamo alcuna scelta di fase per il momento e diagonalizziamo $\mathcal{M}$ sempre nell'ipotesi che CPT sia conservata, cioè $\mathcal{M}_{\infty\infty} = \mathcal{M}_{\in\in}$. A questo scopo basta risolvere

$$\begin{pmatrix} \mathcal{M}_{\infty\infty} & \mathcal{M}_{\in\infty} \\ \mathcal{M}_{\infty\in} & \mathcal{M}_{\infty\infty} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

Dalla risoluzione del sistema di equazioni in 1.4 si ottiene per gli autovalori

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mathcal{M}_{\infty\infty} + \sqrt{\mathcal{M}_{\infty\in}\mathcal{M}_{\in\infty}} &= m_1 - \frac{i}{2}\Gamma_1 \\ \mu_2 &= \mathcal{M}_{\infty\infty} - \sqrt{\mathcal{M}_{\infty\in}\mathcal{M}_{\in\infty}} &= m_2 - \frac{i}{2}\Gamma_2 \end{aligned} \tag{1.5}$$

con le definizioni

$$\begin{aligned} m_{1,2} &= m \pm \frac{\Delta m}{2} \\ \Gamma_{1,2} &= \Gamma \pm \frac{\Delta\Gamma}{2} \end{aligned} \tag{1.6}$$

e

$$\begin{aligned} \Delta m &= 2\Re\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \\ \Delta\Gamma &= -4\Im\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \end{aligned} \tag{1.7}$$

Sempre risolvendo la 1.4 si possono ricavare i coefficienti degli autovettori

$$\left(\frac{p_1}{q_1}\right)^2 = \frac{\mathcal{M}_{\in\infty}}{\mathcal{M}_{\infty\in}} = \left(\frac{p_2}{q_2}\right)^2 \tag{1.8}$$

che, scelta la fase tra p_1/q_1 e p_2/q_2, permette di riscrivere la 1.3 come

$$\begin{aligned} |B_1> &= p_1\left(|B^0> + \frac{q_1}{p_1}|\bar{B}^0>\right) \\ |B_2> &= p_2\left(|B^0> - \frac{q_1}{p_1}|\bar{B}^0>\right) \end{aligned} \tag{1.9}$$

Se per questo sistema CP è conservata allora $|B_1>$ e $|B_2>$ devono esserne autostati e quindi l'equazione 1.9 si riscrive [11]:

$$\begin{aligned} |B_1> &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|B^0> + |\bar{B}^0>\right) \\ |B_2> &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|B^0> - |\bar{B}^0>\right) \end{aligned} \tag{1.10}$$

in cui sono state sfruttate anche le normalizzazioni dei due stati. Assumiano che questa ipotesi sia corretta; infatti CP risulta violata (per poco) solo nei K^0 al momento attuale e le eventuali correzioni dovute a questa violazione risultano comunque trascurabili nella misura della frequenza delle oscillazioni B^0-$\bar{B}^0$.

Vediamo adesso come si determina la probabilità di avere transizioni B^0 - $\bar{B}^0$ e i parametri a cui questa è legata. Supponiamo di avere al tempo $t = 0$ un B^0, la densità di probabilità di osservare al tempo t un $\bar{B}^0$ (B^0) è $\mathcal{P}(\sqcup)_{\not{\mathcal{B}}'}$ ($\mathcal{P}(\sqcup)_{\mathcal{B}'}$) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\sqcup)_{\not{\mathcal{B}}'} &= \left| < \bar{B}^0\,(t)\,|B^0\,(0) > \right|^2 \\ \mathcal{P}(\sqcup)_{\mathcal{B}'} &= \left| < B^0\,(t)\,|B^0\,(0) > \right|^2 \end{aligned} \tag{1.11}$$

che calcolata esplicitamente risulta

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\sqcup)_{\not{\mathcal{B}}'} &= \frac{1}{4}\frac{2\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2}\left[e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} - 2e^{-\frac{(\Gamma_1+\Gamma_2)}{2}t}\cos\Delta m t\right] \\ \mathcal{P}(\sqcup)_{\mathcal{B}'} &= \frac{1}{4}\frac{2\Gamma_1\Gamma_2}{\Gamma_1+\Gamma_2}\left[e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} + 2e^{-\frac{(\Gamma_1+\Gamma_2)}{2}t}\cos\Delta m t\right] \end{aligned} \tag{1.12}$$

Nel caso del B^0 è possibile utilizzare una ulteriore approsimazione. Come dimostrato in [12] $\Gamma_{12} \ll M_{12}$. Intuitivamente ciò si può dedurre considerando che il B^0 decade prevalentemente in stati contenenti il quark $\bar{c}$ mentre il $\bar{B}^0$ in quelli contenenti il c e quindi l'ampiezza dei decadimenti con stati intermedi comuni a entrambi i mesoni, in cui compare Γ_{12}, è trascurabile rispetto a quella dovuta a interazioni virtuali descritte da M_{12}. Questa approssimazione ha come conseguenza [13]

$$\left|\frac{p_1}{q_1}\right| = \left|\frac{p_2}{q_2}\right| \approx 1$$

e gli stati $|B_1>$ e $|B_2>$ diventano automaticamente autostati di CP.

Inserendo questa approssimazione nella formula 1.7 si ottiene

$$\Delta\Gamma \approx 0 \tag{1.13}$$

da cui risulta

$$\Gamma_1 \approx \Gamma_2 \approx \Gamma \tag{1.14}$$

e che

$$\Delta m \approx 2\,|M_{12}| \tag{1.15}$$

Questa approssimazione non può essere fatta nel caso dei mesoni D^0 e K^0. Infatti questi due sistemi hanno interazioni $K^0\bar{K}^0$ e $D^0\bar{D}^0$ con stati intermedi comuni del tipo $\pi\pi$ per niente trascurabili. Introducendo le approssimazioni 1.13 e 1.14 le equazioni 1.12 si semplificano in

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(\sqcup)_{\not{\mathcal{B}}'} &= \frac{\Gamma}{2}e^{-\Gamma t}(1-\cos\Delta m t)\\ \mathcal{P}(\sqcup)_{\mathcal{B}'} &= \frac{\Gamma}{2}e^{-\Gamma t}(1+\cos\Delta m t)\end{aligned} \tag{1.16}$$

Quindi la probabilità che un B^0 decada come $\bar{B}^0$ (B^0) è :

$$\begin{aligned}Pr_{\bar{B}^0} &= \int_0^\infty \mathcal{P}(\sqcup)_{\not{\mathcal{B}}'}\lceil\sqcup = \frac{1}{2}\left[\frac{1-\frac{\Gamma^2}{(\Delta m)^2}(\Delta m)^2}{\Gamma^2+(\Delta m)^2}\right]\\ Pr_{B^0} &= \int_0^\infty \mathcal{P}(\sqcup)_{\mathcal{B}'}\lceil\sqcup = \frac{1}{2}\left[\frac{1+\frac{\Gamma^2}{(\Delta m)^2}(\Delta m)^2}{\Gamma^2+(\Delta m)^2}\right]\end{aligned} \tag{1.17}$$

Nella descrizione del mescolamento viene comunemente usato il parametro x definito

$$x = \frac{\Delta m}{\Gamma} \tag{1.18}$$

che inserito nella 1.17 dà:

$$\begin{aligned}Pr_{\bar{B}^0} &= \frac{x^2}{2(1+x^2)} = \chi\\ Pr_{B^0} &= \frac{1}{2}\left(\frac{x^2+2}{1+x^2}\right) = 1-\chi\end{aligned} \tag{1.19}$$

Un altro parametro spesso usato che descrive il grado di mescolamento è r espresso come la probabilità che un B^0 oscilli in un $\bar{B}^0$ relativamente alla probabilità che rimanga un B^0:

$$r = \frac{Pr_{\bar{B}^0}}{Pr_{B^0}} = \frac{x^2}{x^2+2} \tag{1.20}$$

Nel caso di mescolamento completo $r = 1$ mentre in sua assenza $r = 0$.

Per calcolare M_{12} si può far uso dei diagrammi a box di figura 1.1. Indichiamo con B_d^0 i mesoni formati da $\bar{b}d$ e con B_s^0 quelli $\bar{b}s$.

Dal calcolo si ricava, sia per il B_d^0 che per il B_s^0, che il diagramma che contribuisce maggiormente è quello col quark t in entrambe le linee interne. Con questa approssimazione si ha [13] :

$$\Delta m_{d(s)} = \frac{G_F^2}{6\pi}B_B f_B^2 m_b m_t^2 \left|V_{tb}^* V_{td(s)}\right|^2 F\left(\frac{m_t^2}{M_W^2}\right)\eta_{QCD}$$

dove G_F e la costante di Fermi, m_b la massa del quark b e m_t la massa del quark t. Queste grandezze sono misurate sperimentalmente. B_B è un parametro che descrive quanto è accurata l'assunzione di saturazione sul vuoto degli elementi di matrice che si ottengono dai

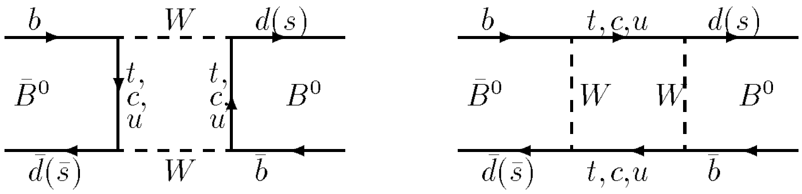

Figura 1.1: Diagrammi a *box* per l'oscillazione $B^0\bar{B}^0$

diagrammi a box, mentre f_B è la costante di decadimento del mesone B. Calcoli di QCD sul reticolo danno [14]

$$f_b = 180 \pm 50\ MeV$$

$$B_B = 1.0 \pm 0.2$$

$F\left(\frac{m_t^2}{M_W^2}\right)$ è una funzione monotona lentamente decrescente proveniente dal calcolo del diagramma tale che $F(0) = 1$ e $F(1) = 0.75$ [13] mentre η_{QCD} ($0.78 < \eta_{QCD} < 0.85$ [13]) è un fattore che tiene conto delle correzioni di QCD nel calcolo del diagramma a *box*.

1.2.2 Implicazioni dalla misura del mescolamento

Il mescolamento può essere studiato utilizzando due tecniche diverse. La prima (misura dipendente dal tempo) consiste nel determinare direttamente $\Delta m_{d(s)}$ misurando il numero di $B^0_{d(s)}$ e $\bar{B}^0_{d(s)}$ al variare del tempo. La seconda è una tecnica integrata sul tempo e si basa sulla misura di $\chi_{d(s)}$, da cui è possibile ricavare $\Delta m_{d(s)}$ come visto nel paragrafo precedente. Il modo in cui queste misure sono state fatte verrà descritto nel prossimo capitolo.

La conoscenza di $\Delta m_{d(s)}$ permette, in principio, di determinare $\left|V_{td(s)}\right|$. In pratica ciò non è possibile per diverse ragioni.

Per quanto riguarda il B^0_d si ha la misura di Δm_d ma per risalire a $|V_{td}|$ è necessario conoscere $\sqrt{B_B} f_B$ che al momento attuale si stima variare in un intervallo che va da 100 MeV a 300 MeV [13]. L'unica cosa che possiamo affermare è che l'intervallo sperimentale in cui varia $|V_{td}|$ è in accordo con il valore predetto dal Modello Standard imponendo l'unitarietà della matrice CKM.

Nel caso del B^0_s non si conosce né χ_s né Δm_s. In figura 1.2 sono mostrati i risultati combinati di χ_d e χ_s, legati dalla relazione:

$$\frac{x_d}{x_s} = \frac{\sqrt{\frac{2\chi_d}{1-2\chi_d}}}{\sqrt{\frac{2\chi_s}{1-\chi_s}}} \approx \frac{|V_{td}|^2}{|V_{ts}|^2} \tag{1.21}$$

Date le misure di χ_d (vedi secondo capitolo) e il limite su $|V_{td}|^2 / |V_{ts}|^2 < 0.12$ derivato dall'unitarietà della matrice CKM e dalla misura della massa del *top*, si può ricavare $\chi_s > 0.48$. La misura di $\bar{\chi} = f_{B_d}\chi_d + f_{B_s}\chi_s$ fatta a LEP e ai *collider* adronici non aggiunge ulteriori informazioni in quanto f_{B_d} e f_{B_s} sono noti con una grossa incertezza. Per x_s si ottiene invece $5.5 < x_s < 20$. Valori così alti del parametro che descrive il mescolamento non possono essere misurati utilizzando la tecnica integrata sul tempo. Come è stato mostrato nella referenza [15] persino con 10^7 eventi $B_s^0\bar{B}_s^0$ la misura integrata sul tempo di x_s è limitata a $x_s < 4$. In questo caso è indispensabile poter fare la misura dipendente dal tempo. Come si può intuire dalla formula 1.21 la misura simultanea del mescolamento dipendente dal tempo per il B_d^0 e il B_s^0 avrebbe un grosso potere predittivo per gli elementi della matrice di CKM. Quindi lo studio del mescolamento dipendente dal tempo per i mesoni B_d^0 è molto importante in quanto costituisce il primo passo verso la misura di x_s.

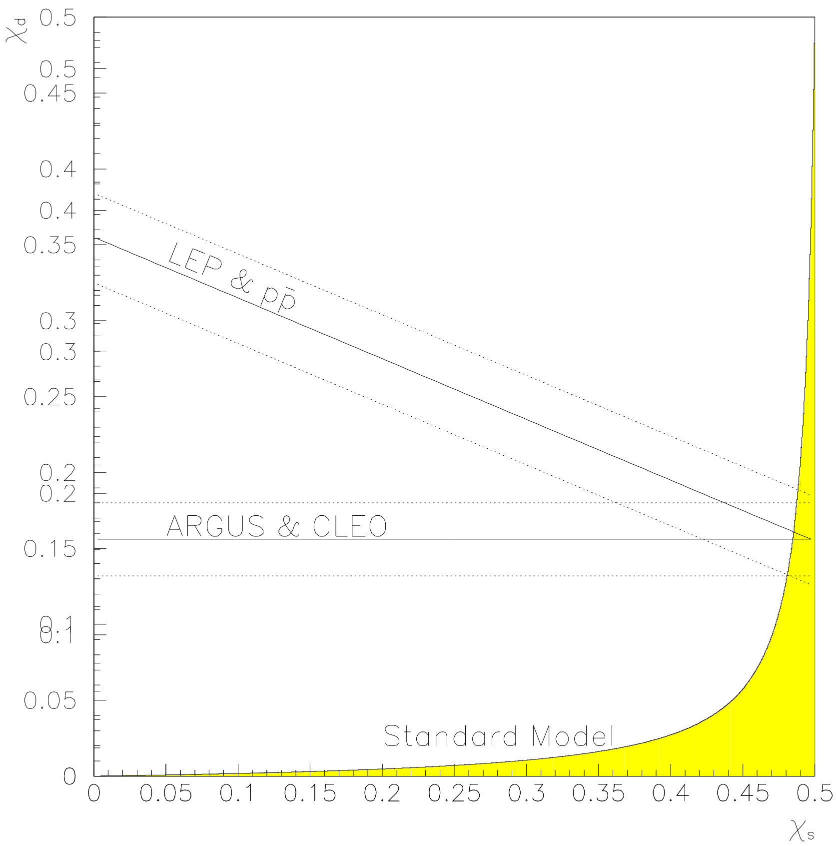

Figura 1.2: Risultati combinati per χ_s e χ_d. L'area scura è la regione permessa dal Modello Standard sfruttando l'unitarietà della matrice CKM e la misura della massa del *top*.