

Galilei a Padova, 1592-1610 - "Li diciotto anni migliori di tutta la mia età".



Fisica Teorica per Filosofia AA 2018-19

Under the calm mask of matter
The divine fire burns.

Vladimir Solovyev



Pieralberto Marchetti
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Università di Padova

Meccanica Quantistica
La concezione attuale
della realtà fisica



Premessa

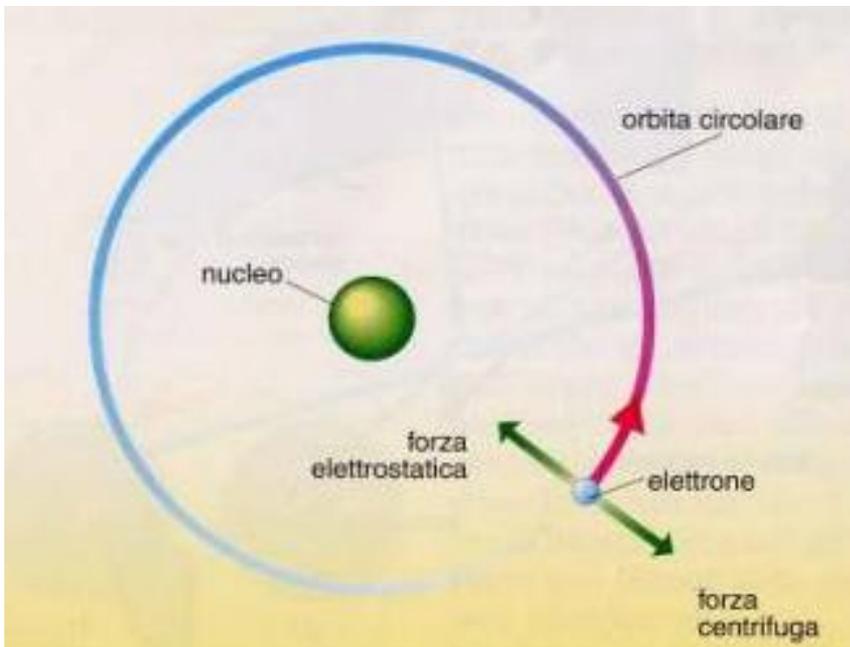
- Cerchero' di illustrare la visione della realta' fortemente controintuitiva (e controversa) che emerge dalla teoria fisica che ha incontrato un enorme successo nella descrizione dei fenomeni fisici, anzi che a tutt'oggi non e' contraddetta da alcun esperimento: la fisica quantistica.
- L'esposizione si concentrerà su tre aspetti "filosofici": l'indeterminismo, l'identità delle particelle e la controfattualità della realtà fisica

Fisica Quantistica

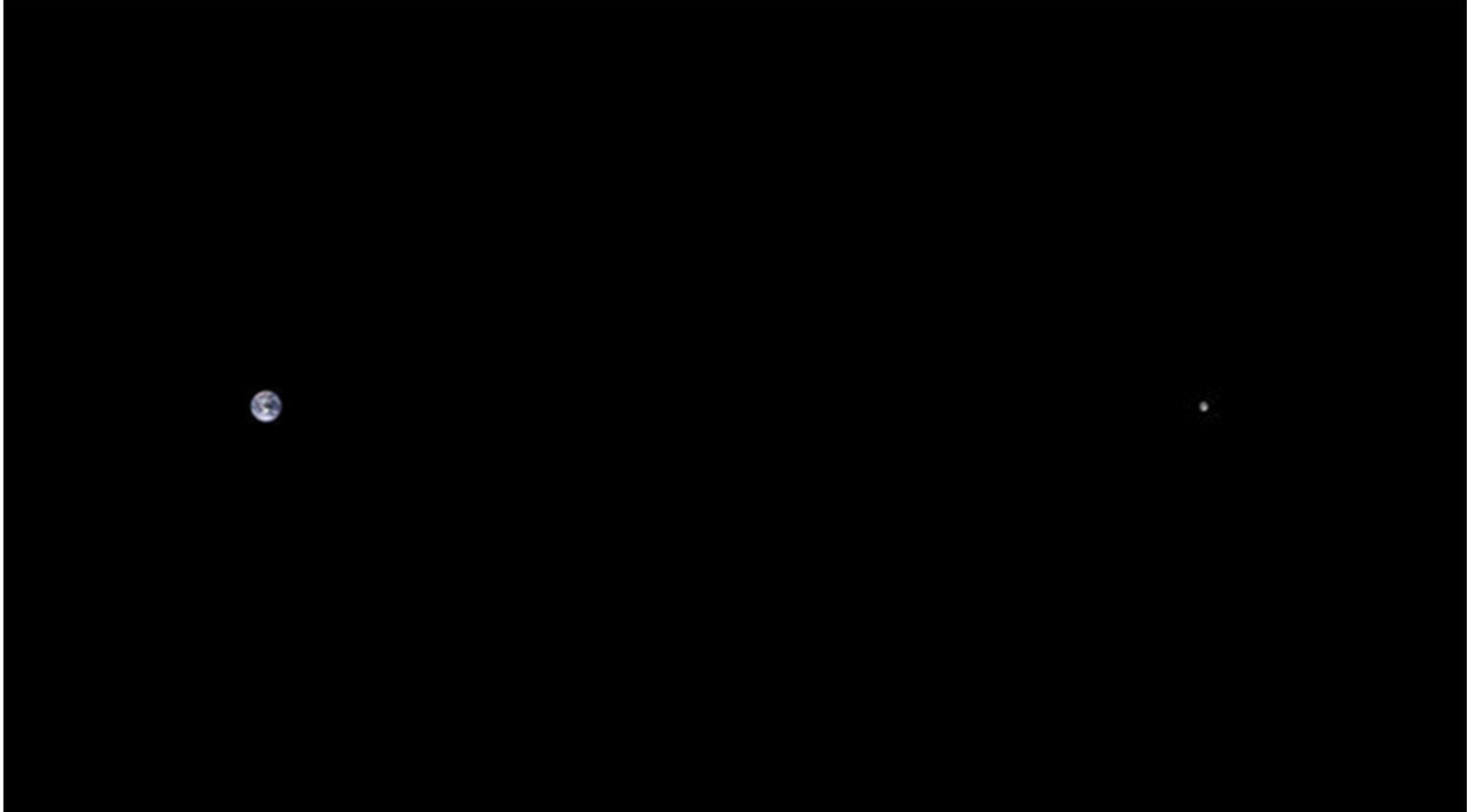
La fisica quantistica descrive le leggi che governano i fenomeni fisici a livello microscopico (atomico o sub-atomico), ma ha anche conseguenze a livello macroscopico, quali l'incompenetrabilità dei corpi, la stabilità della materia e dei colori, l'esistenza del laser, della superconduttività...

Incompenetrabilità dei corpi

Rutherford (1911) mostrò che l'atomo è fatto di un nucleo carico positivamente e di elettroni che gli ruotano attorno, ad una distanza di circa 100.000 volte la dimensione del nucleo



La distanza Terra-Luna è solo 50 volte il raggio della Terra e sembra che ci sia solo vuoto!



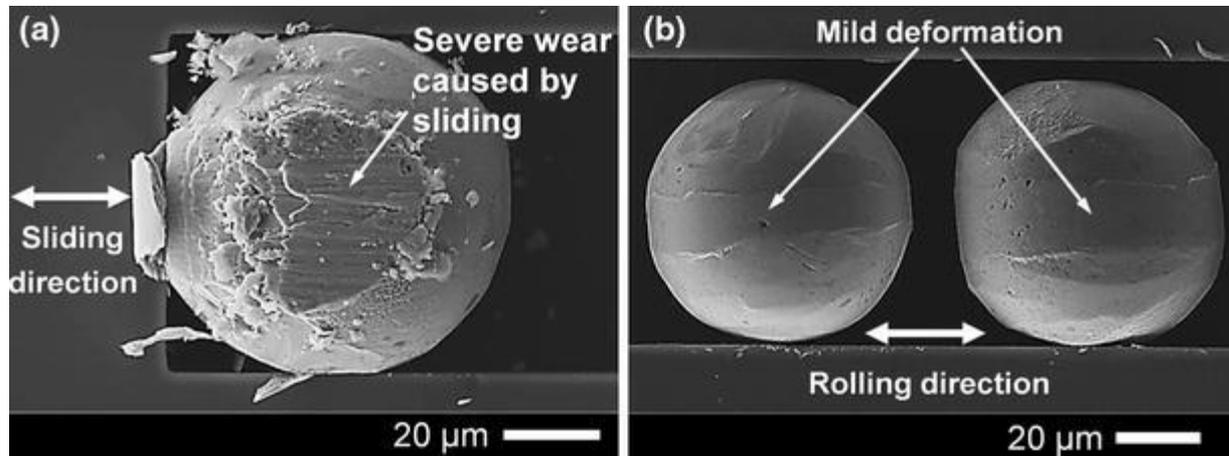
Ancor più questo accade nell'atomo e poiché tutta la materia è fatta di atomi, essa è ...essenzialmente vuota... Come mai non passiamo attraverso i muri?

Stabilità della materia

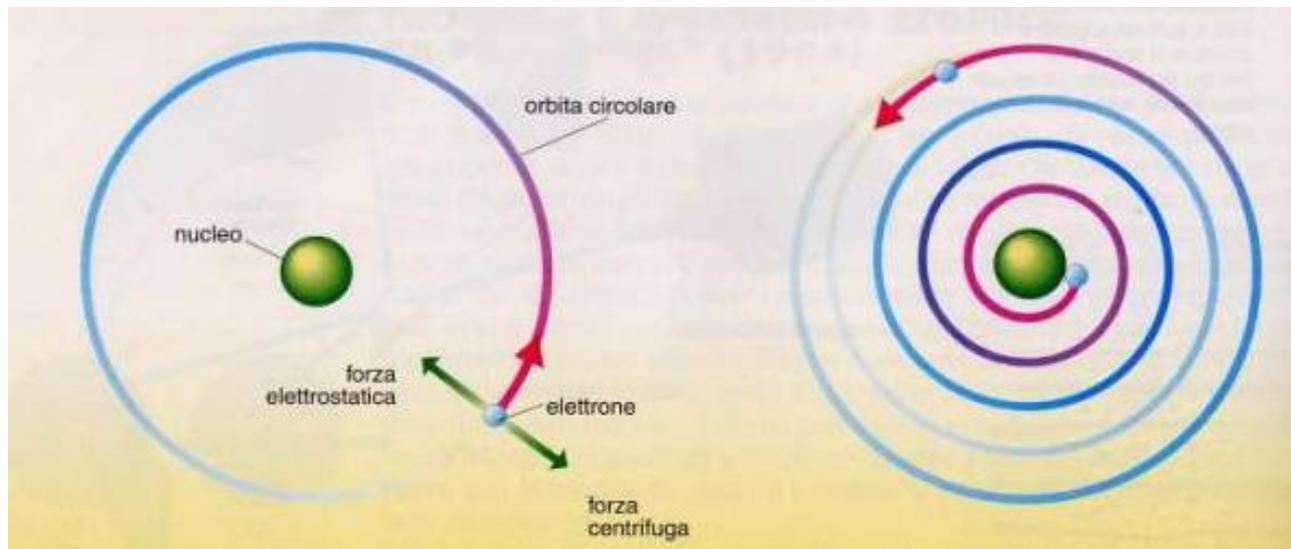
Le molecole d'aria attorno a noi si scontrano e urtano noi 7 miliardi di volte al secondo con una velocità media di 1700 Km/h eppure sono tutte perfettamente identiche tra loro, non si «ammaccano» mai...

Com'è possibile? Con un tale numero di urti delle palle «classiche» si ammaccherebbero di sicuro!

**Magia
Quantistica!**



- Inoltre l'elettrone che nel modello dell'atomo di Rutherford ruota attorno al nucleo, essendo il suo moto accelerato emette radiazione, perdendo quindi energia...

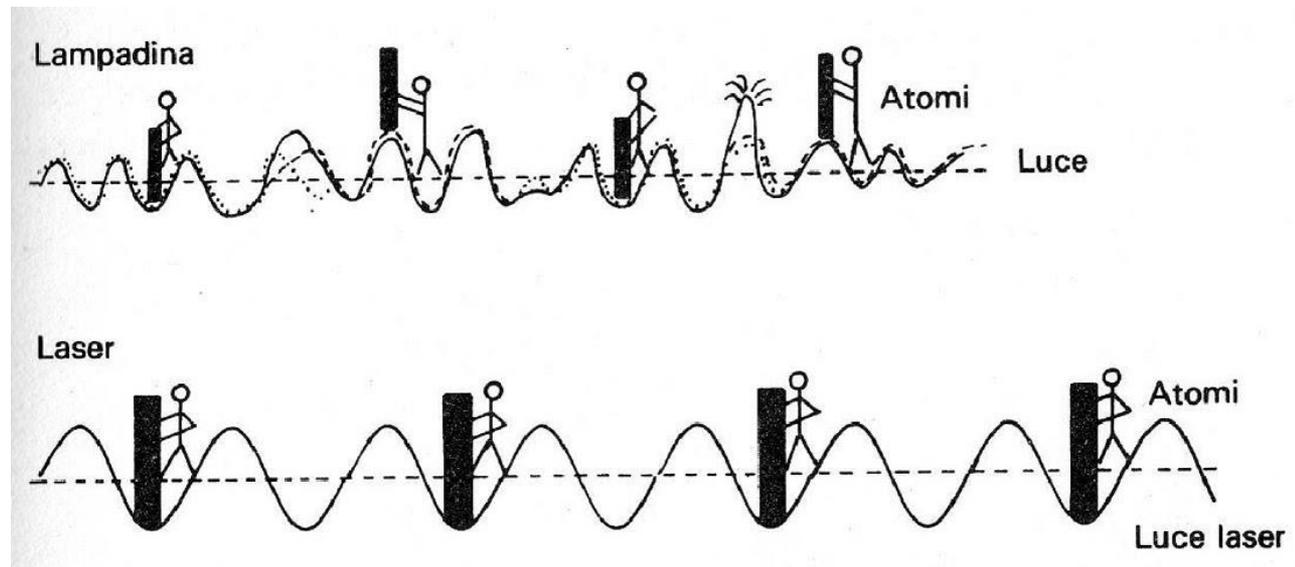


- In quanto tempo dimezzerebbe il suo raggio? Un miliardesimo di secondo! Come fanno allora gli atomi ad essere stabili? **Magia Quantistica!**

Il laser

La luce emessa dalle lampadine non è mai nella forma di una onda perfetta, è incoerente. Quella emessa dal laser invece è un'onda regolarissima cioè coerente. Ma come fanno i miliardi di miliardi di miliardi di atomi a sincronizzarsi così perfettamente da emettere esattamente la stessa onda?

**Magia
Quantistica!**



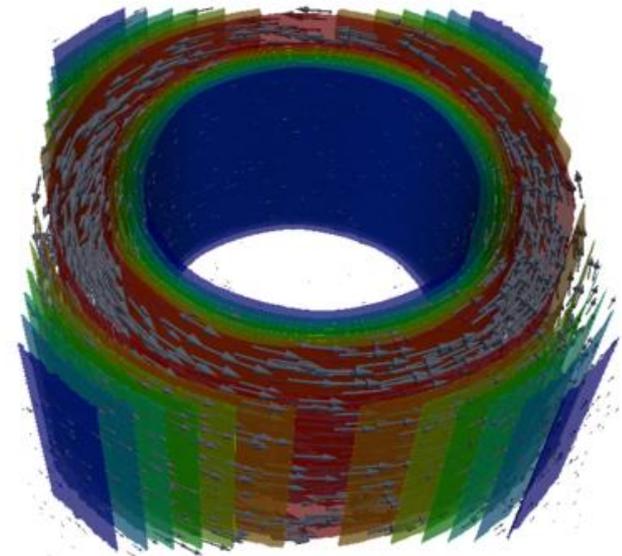
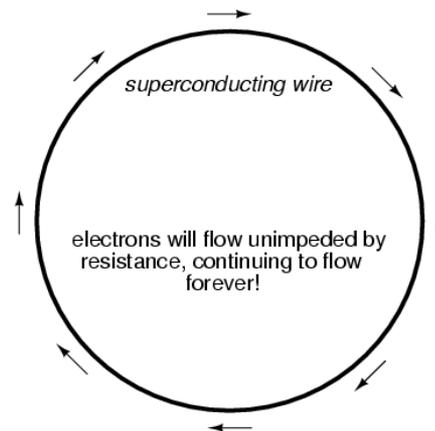
Superconduttività

Quando spegniamo la luce la corrente elettrica che fluisce nei fili di rame si arresta istantaneamente e questo succederebbe con i fili di altri metalli. Ma all'inizio del '900 fu scoperto che in alcuni metalli, come lo stagno o l'alluminio, se raffreddassimo i fili di circa 270 gradi la corrente continuerebbe a fluire dopo aver "spento l'interruttore" per migliaia di anni...è la superconduttività.

Com'è possibile?

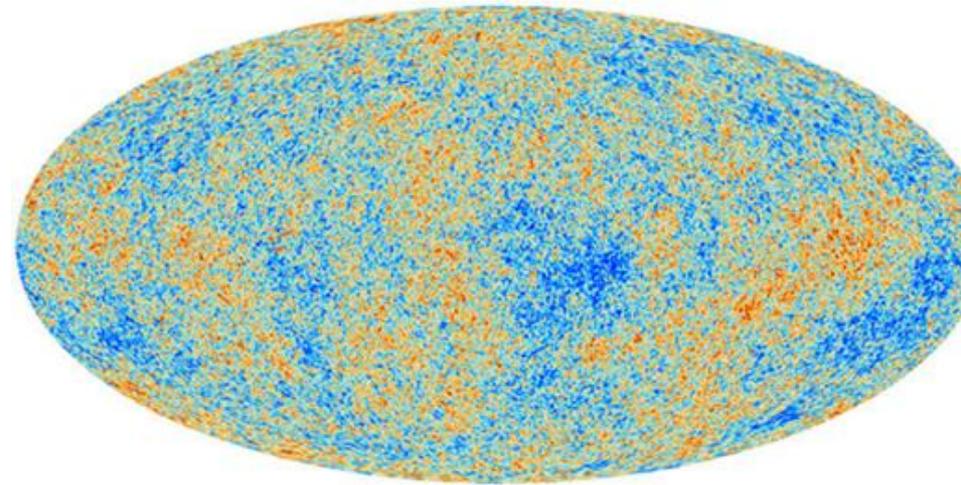
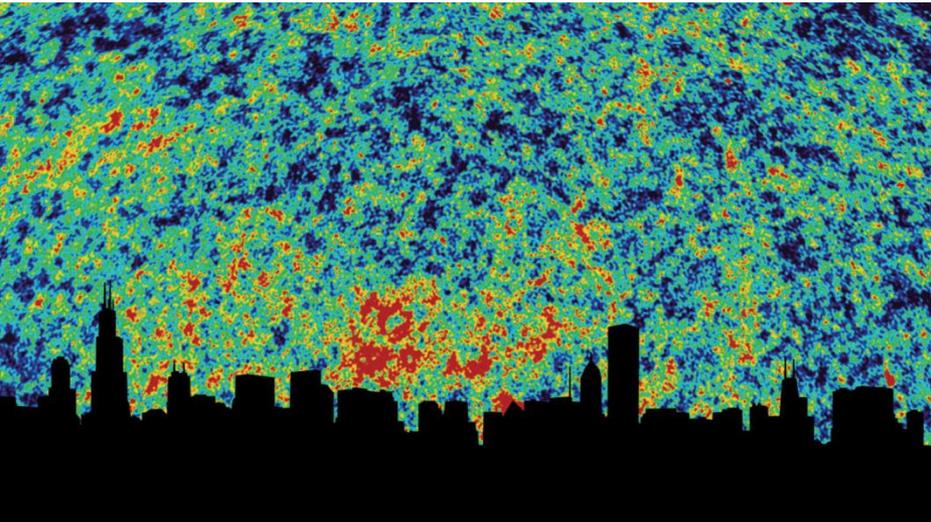
Magia

Quantistica!



Scale e ...

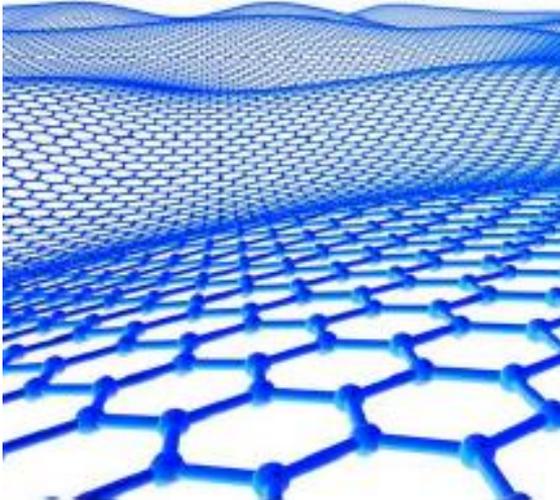
La fisica quantistica funziona dalle più piccole scale microscopiche a cui arriviamo, dallo studio delle quali ha avuto origine, fino alle più grandi scale conosciute, infatti sta alla base delle teorie attuali sull'origine delle strutture cosmiche... che si pensano nate da fluttuazioni del vuoto quantistico!!!



*La prima immagine del cielo: microonde
380.000 anni dopo il Big Bang
colori diversi segnalano temperature diverse
(differenze di un decimiliardesimo di grado)*

...tecnologia

La fisica quantistica sta alla base della tecnologia presente, senza di essa non esisterebbero computers e cellulari...basati sui semiconduttori, e la probabile tecnologia del futuro basata sul grafene...

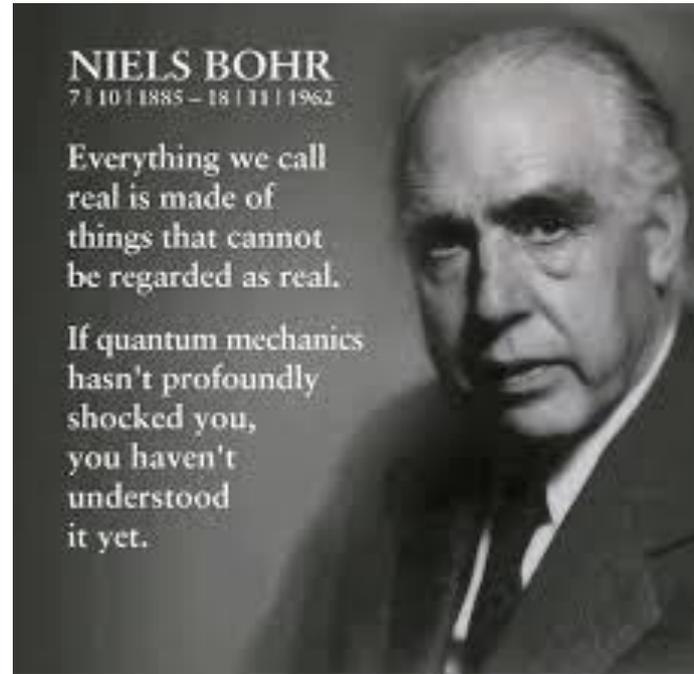


Ma come la Relatività ha messo in crisi il nostro concetto di spazio e tempo, così la fisica Quantistica mette in crisi il nostro concetto di “particella” riferito alle particelle del mondo atomico, come gli elettroni, o di “onda” sulla stessa scala, come le onde elettromagnetiche, ma anche, più in profondità, i nostri concetti di posizione, velocità, misura, identità ... e perfino di “realtà fisica” ...

NIELS BOHR
7 | 10 | 1885 – 18 | 11 | 1962

Everything we call
real is made of
things that cannot
be regarded as real.

If quantum mechanics
hasn't profoundly
shocked you,
you haven't
understood
it yet.



Particelle quantistiche

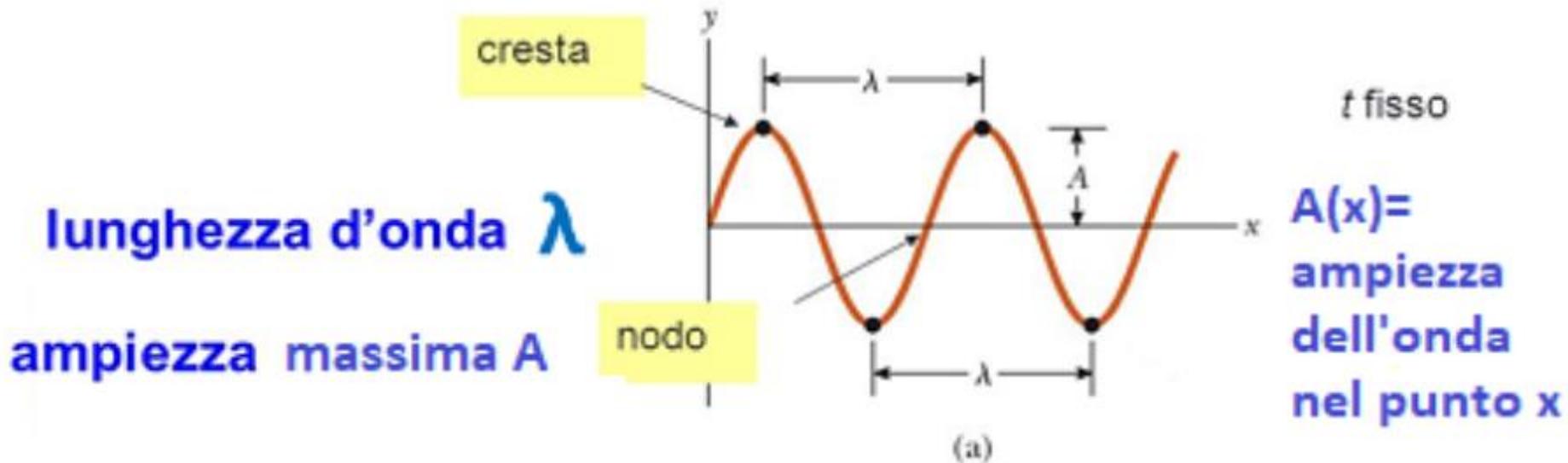
Gli elettroni sono “particelle” => ad esempio si possono osservare le loro traiettorie in una “camera a nebbia”

(un recipiente con vapore soprassaturo, se passa una particella carica essa provoca la condensazione di goccioline d’acqua che ne indicano la traiettoria)



Abbiamo detto che gli elettroni sono particelle...ma fasci di elettroni mostrano fenomeni di interferenza tipici delle onde...

GRANDEZZE CARATTERISTICHE DI UN'ONDA



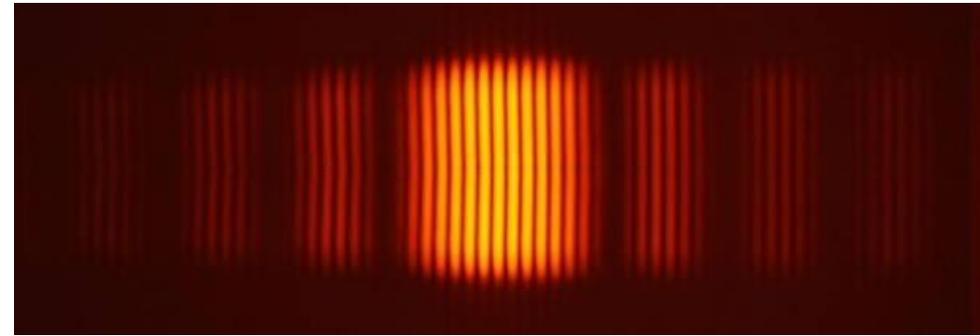
Intensità $I = A^2 \approx$ intensità
di energia

Le “onde” producono fenomeni di diffrazione e interferenza passando da una o più fenditure, che osserviamo anche con la luce, che classicamente (cioè non quantisticamente...) è fatta di onde

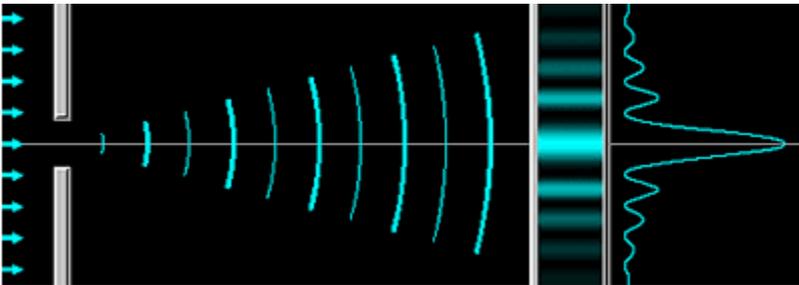


Onde del mare

Onde di luce

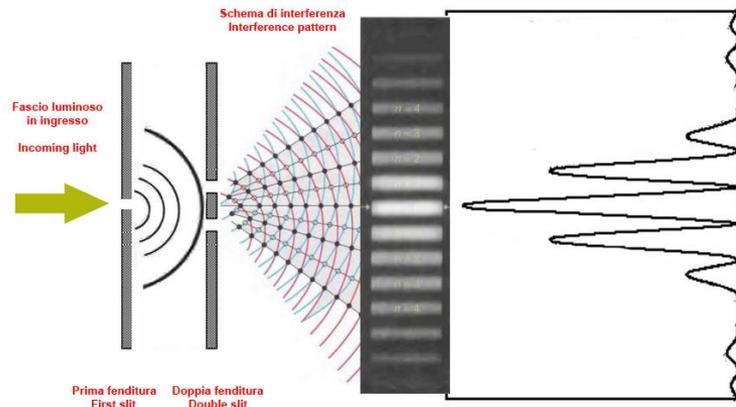


Diffrazione di Young da doppia fenditura
Young diffraction by double slit



Diffrazione

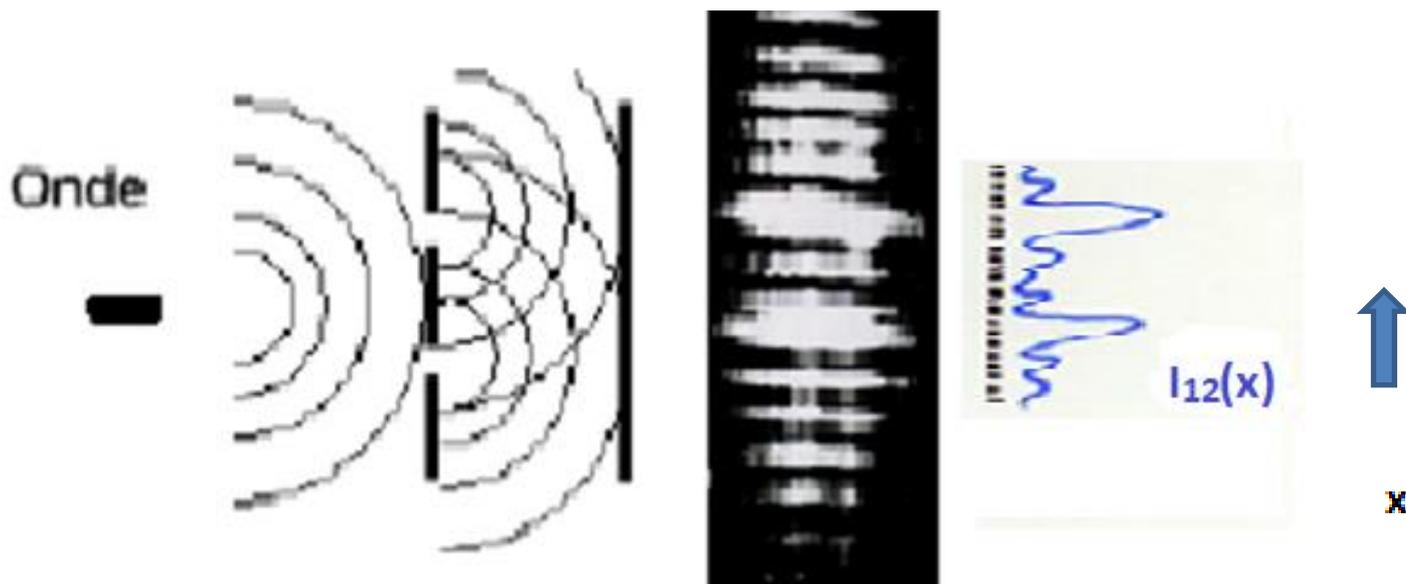
Grafico dell'intensità



Interferenza

Grafico dell'intensità

Vediamo l'origine dell'interferenza nel caso classico delle onde di luce che passano tra due fenditure producendo su uno schermo frange chiare e scure



Spiegazione: Intensita' (luminosita') $I(x) = (\text{ampiezza } A(x))^2$ e si sommano le ampiezze delle onde prodotte dalle fenditure,

quindi l'ampiezza totale $A_{12}(x) = A_1(x) + A_2(x)$,

ma $(A_{12}(x))^2 = (A_1(x))^2 + (A_2(x))^2 + 2 A_1(x) A_2(x)$

$I_{12}(x) = I_1(x) + I_2(x) + 2 A_1(x) A_2(x) \leftarrow$ termine di

interferenza (non ha segno definito)

Particelle classiche

Nessuna interferenza invece compare nel caso di particelle classiche (se interpretiamo come analogo di $I(x)$ il numero di particelle $N(x)$ che arrivano nella posizione x e con il pedice 1,2, 12 i casi con aperta solo le fenditure 1,2,1+2)

$$N_{12}(x) = N_1(x) + N_2(x)$$

Dividendo per il numero totale N di particelle

otteniamo le probabilità $p(x) = N(x)/N$ e

$p_{12}(x) = p_1(x) + p_2(x)$: la probabilità di trovare una particella in x con 1+2 aperte = probabilità con 1+probabilità con 2 aperta,

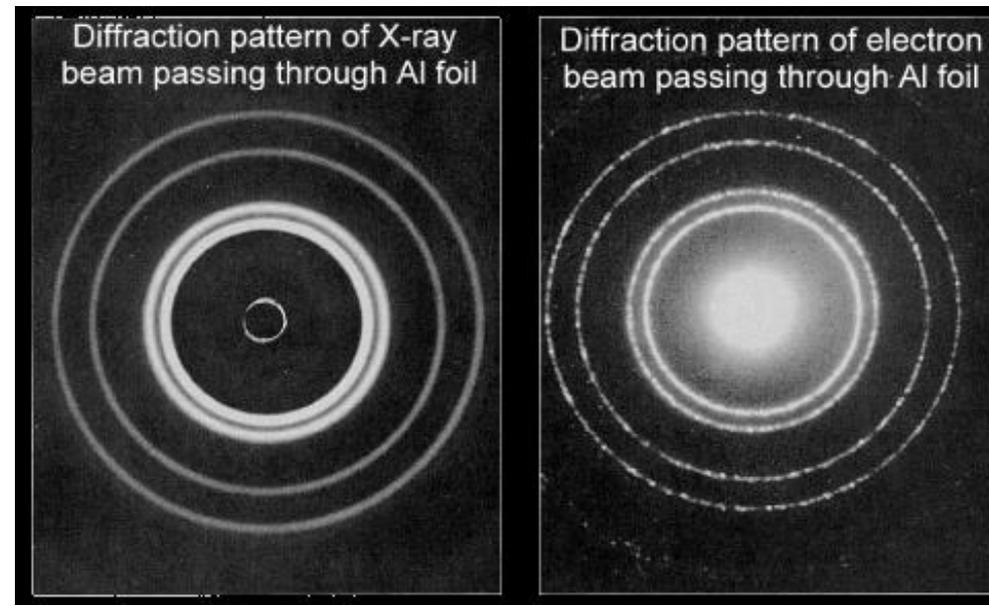
quindi la particella è passata o da 1 o da 2



Poiché le particelle passano dalla fenditura 1 o dalla fenditura 2 se chiudiamo una delle due è totalmente impossibile che in un punto x arrivino più particelle con una fenditura chiusa!

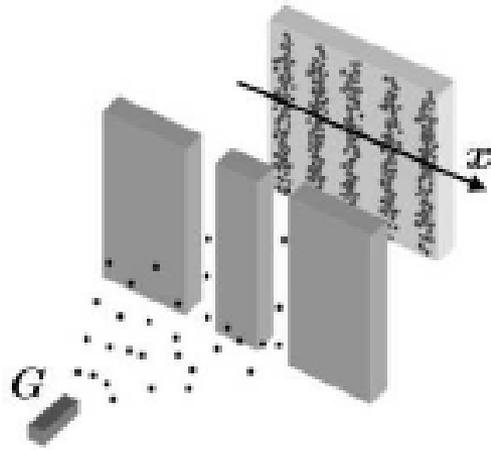
Ma per le onde nei minimi di interferenza non arriva luce, quindi arriva meno luce con due fenditure aperte che con una!

Eppure guardate queste figure di interferenza e diffrazione (circolare) una è fatta con la luce l'altra con gli elettroni!



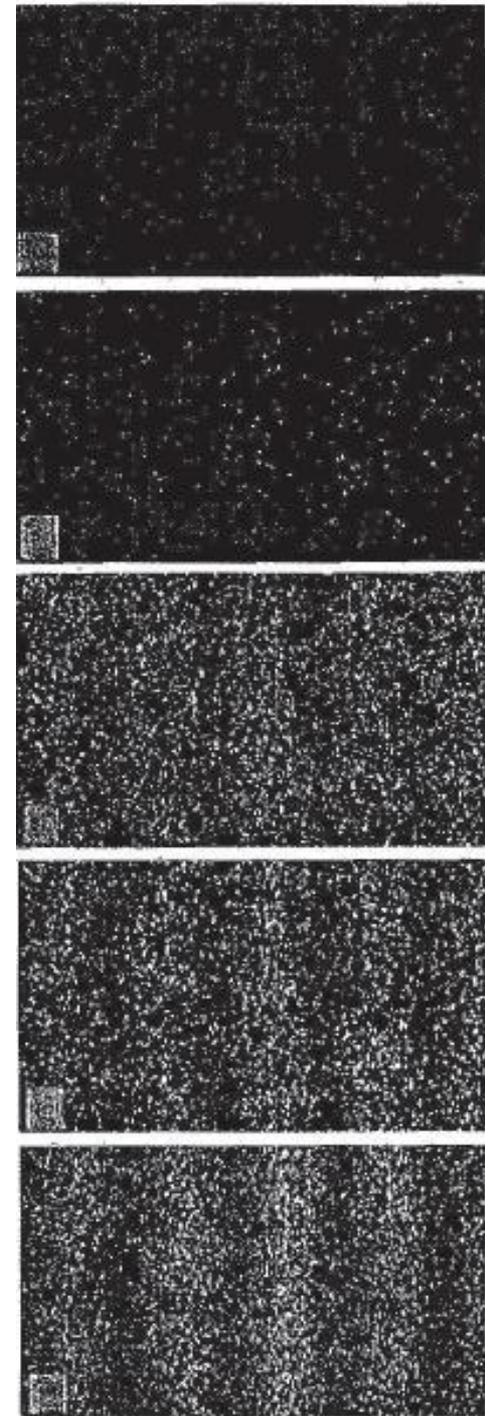
Onde o particelle?

- Ma allora le particelle quantistiche sono particelle, visto che (sembra) possiamo osservare le loro traiettorie o onde, visto che mostrano il fenomeno di interferenza?
- Per capire la situazione rifacciamo l'esperimento delle due fenditure con un fascio di particelle quantistiche (es. elettroni...) che vengono emessi uno alla volta
- Per fortuna tutte le “particelle quantistiche” elettroni, fotoni (le particelle quantistiche che compongono la luce),... si comportano nello stesso modo anche se magicamente controintuitivo.

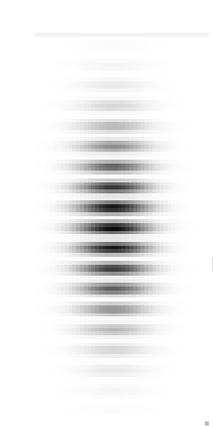
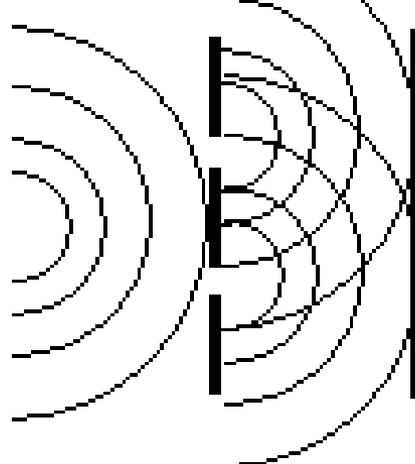


1. Gli elettroni compaiono nei rivelatori in **numeri interi come con particelle**
2. Contandoli ($N_{12}(x)$) otteniamo la figura di **interferenza come con onde.**

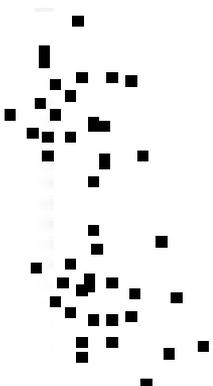
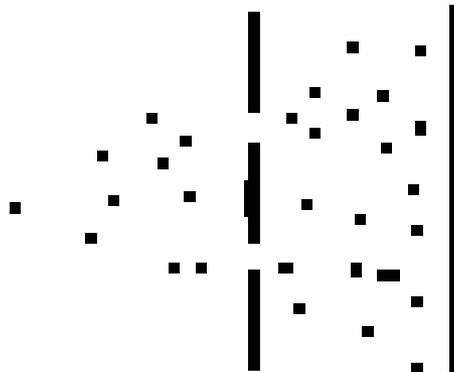
Dividendo per il numero totale (N) di elettroni del fascio otteniamo la probabilità $p_{12}(x) = N_{12}(x)/N$ che presenta quindi il fenomeno dell'interferenza



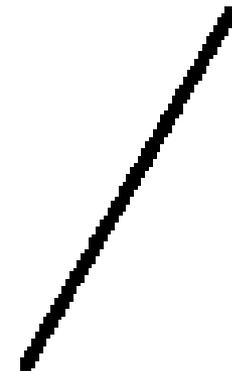
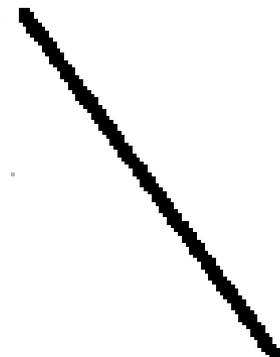
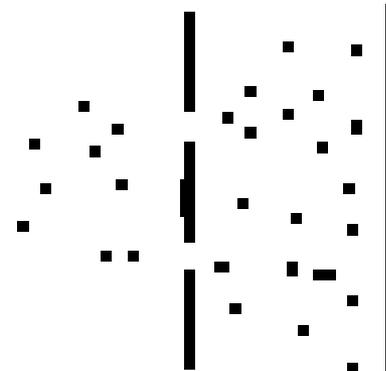
Onde



Sassi



Elettroni



Lastre

Onde di probabilita'

Il comportamento degli elettroni sembra folle! In alcuni punti (minimi d'interferenza) arrivano meno elettroni con due fenditure aperte che con una! Come possiamo razionalizzarlo?

Nel caso delle onde classiche la interferenza era dovuta al fatto che l'intensita' era il quadrato dell'ampiezza, ma erano le ampiezze delle onde delle fenditure che si sommano. Per le particelle quantistiche allora poniamo la probabilita' $p(x) = |\psi(x)|^2$

$\psi(x)$ = ampiezza dell'onda di probabilita' detta **funzione d'onda** (introdotta da Schroedinger interpretata probabilisticamente da Born)

Onde di probabilità

Allora se poniamo $\psi_1(x)$ =ampiezza dell'onda di probabilità con solo la fenditura 1 aperta e analogamente $\psi_2(x)$ per la fenditura 2 e con le fenditure 1+2 aperte poniamo

$\psi_{12}(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x)$ per le corrispondenti probabilità abbiamo

$p_{12}(x) = |\psi_{12}(x)|^2 = |\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2$
+interferenza = $p_1(x) + p_2(x)$ +interferenza

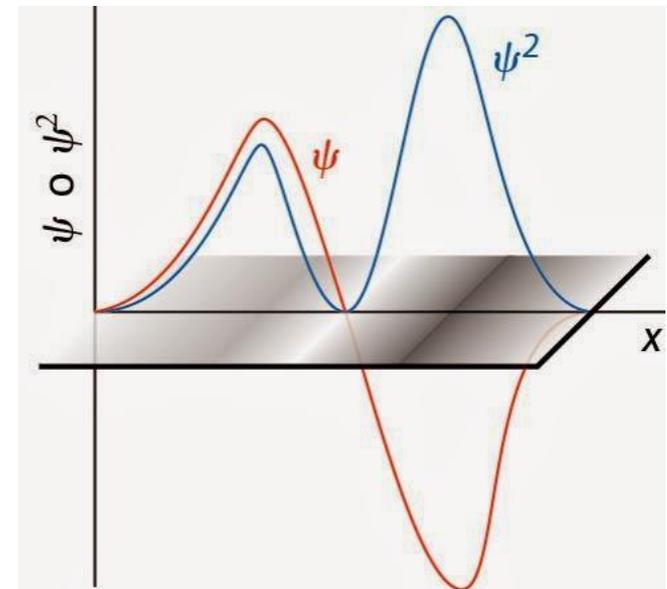
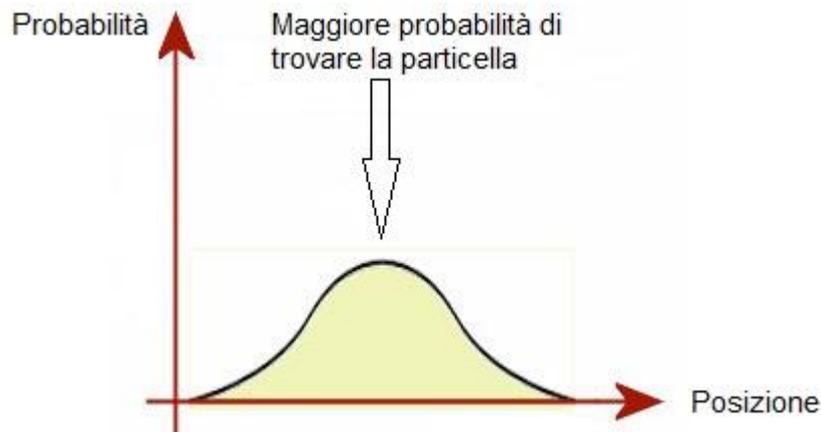
• **Quindi cosa sono le particelle quantistiche?**

Sono onde o particelle?

Particelle quantistiche

Sono “particelle” la cui probabilità di essere trovate in una certa posizione x è determinata dall'intensità $|\psi(x)|^2$ di un'onda $\psi(x)$.

Quando misuriamo la posizione di una particella con funzione d'onda $\psi(x)$ non siamo mai sicuri di dove la troviamo, possiamo solo dire che abbiamo una probabilità $p(x) = |\psi(x)|^2$ di trovarla nel punto x , di più non possiamo sapere!



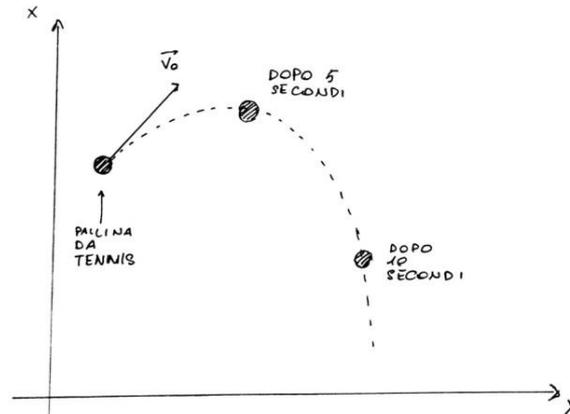
Particelle quantistiche

La fisica Quantistica non assegna alle particelle una definita posizione e velocità che esse posseggono, ma solo una probabilità (indeterminismo) di essere trovate in una posizione con una misura... (neanche di “avere” una posizione...come vedremo la prossima volta...) determinate dall'intensità di una funzione d'onda di x , $\psi(x)$, se misuriamo la posizione.

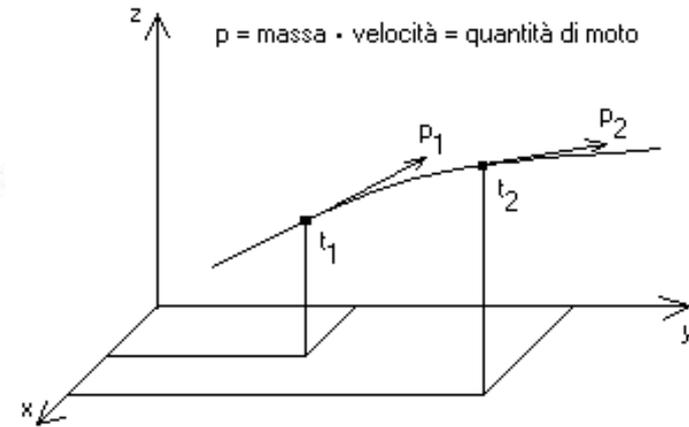
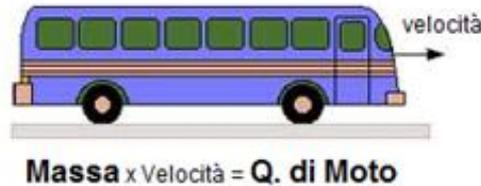
Questo indeterminismo è essenziale per spiegare la magia dell'esperimento con le due fenditure! Magia che non ci ha però rivelato ancora il suo lato più sconvolgente...

Il determinismo newtoniano

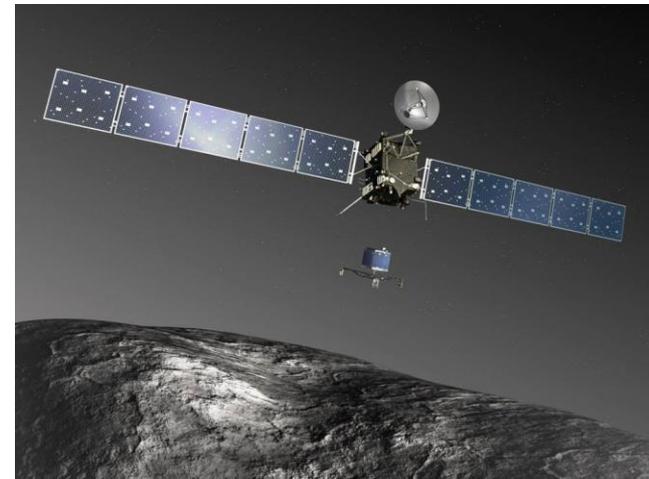
- In fisica classica se a un istante di tempo conosco le posizioni e le velocità dei punti di un sistema fisico, oltre alle masse e le forze agenti, allora conosco il moto del sistema (cioè le posizioni e le velocità, ma anche tutte le altre grandezze fisiche) sia nel futuro che nel passato e il moto è indipendente da una eventuale osservazione [determinismo]. Matematicamente questo è conseguenza dell'unicità della soluzione delle equazioni del moto a fissate condizioni iniziali.



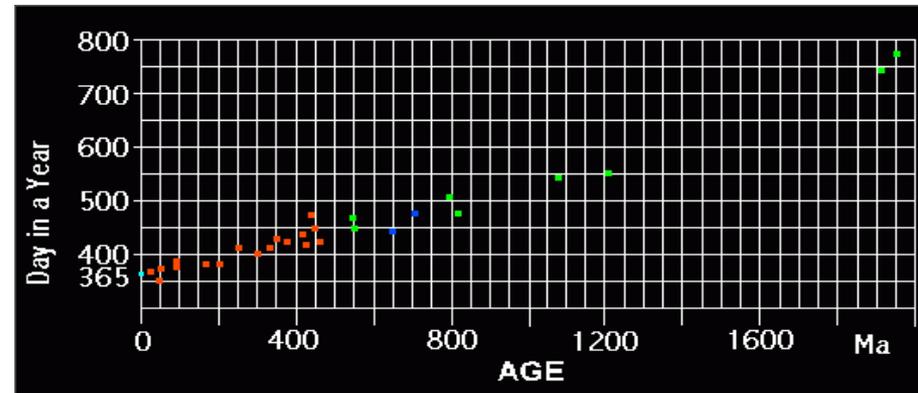
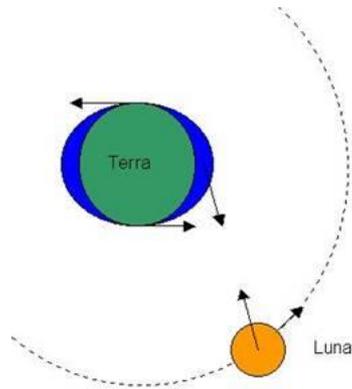
Invece di dare la velocità iniziale possiamo dare la quantità di moto (o momento) iniziale, che è il prodotto della massa per la velocità, che per certi aspetti cattura meglio la situazione della velocità: un urto con un autobus lento è altrettanto letale di quello con un proiettile veloce...



Anche se il determinismo del futuro non ci è forse naturale psicologicamente, su di esso poggiano molti dei successi della fisica classica, basti pensare alla capacità di previsione del moto delle sonde spaziali...



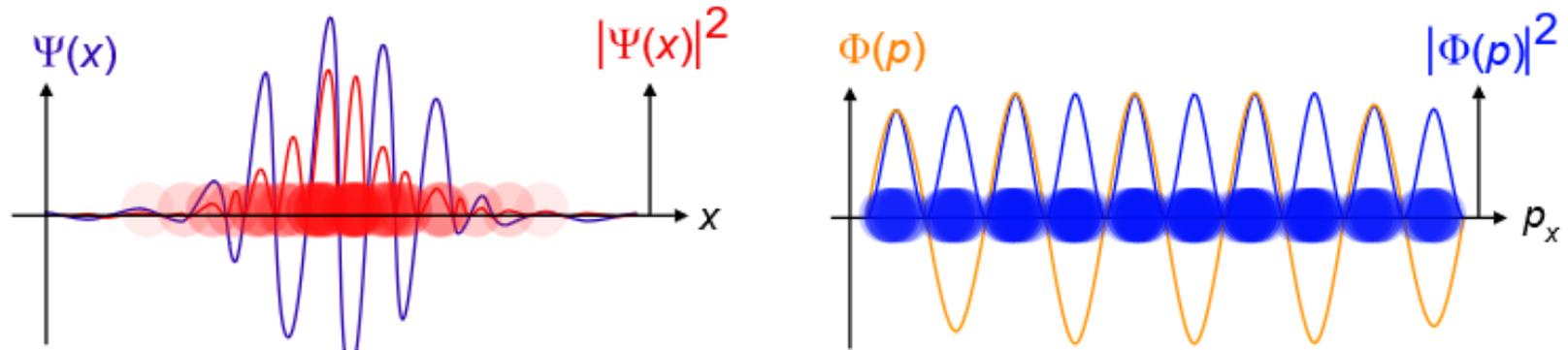
Una verifica spettacolare della possibilità di prolungare all'indietro nel tempo le informazioni ad esempio e' la "previsione" del rallentamento del moto di rotazione terrestre come conseguenza dell'attrazione lunare: la minore durata del giorno milioni di anni fa e' riscontrabile nei cicli annuali presenti in alghe e coralli fossili.



[stromatolites](#) (green), fossil tidal [rhythmites](#) (blue), and fossil [bivalves](#) and [coral](#) (red)

La fisica quantistica ha fatto invece emergere un carattere di onda di probabilità, quindi non deterministica, per il risultato di una misura di posizione per le particelle quantistiche.

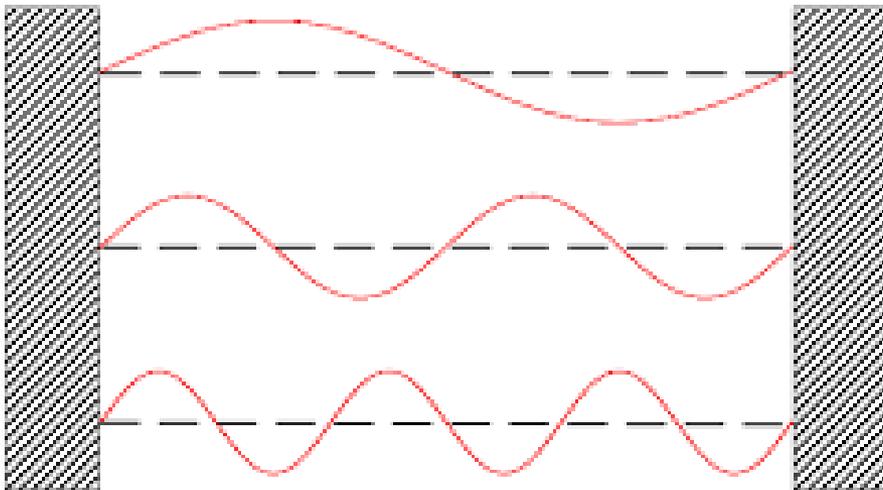
In effetti si trova lo stesso carattere probabilistico anche per le misure di qualsiasi grandezza fisica, ad esempio del momento; cioè la probabilità di trovare la particella con un valore p del momento è anche essa determinata dall'intensità $|\phi(p)|^2$ di un'onda di probabilità del momento $\phi(p)$.



- Come mai non vediamo mai questa natura probabilistica negli oggetti che ci circondano?
- La risposta sta nella relazione tra le proprietà di particella e di onda delle particelle quantistiche. .

Energie discrete & stabilità di atomi e colori

- La **natura ondulatoria degli elettroni** permette la comparsa di un insieme di **valori discreti per alcune quantità osservabili** come l'energia di un atomo.
- Infatti la lunghezza di una corda che oscilla in modo stazionario deve essere un multiplo (semi)intero della lunghezza d'onda λ .

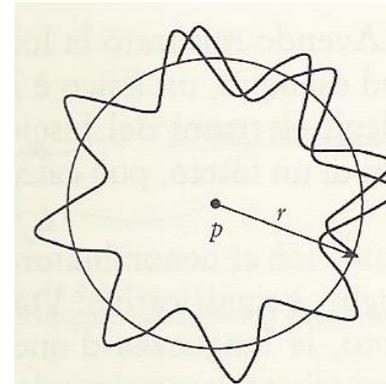


$$n = 1, \quad k = \frac{2\pi}{L}, \quad \lambda = L$$

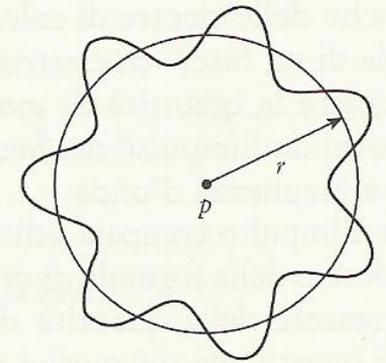
$$n = 2, \quad k = \frac{4\pi}{L}, \quad \lambda = \frac{L}{2}$$

$$n = 3, \quad k = \frac{6\pi}{L}, \quad \lambda = \frac{L}{3}$$

- Per una ψ oscillante in un atomo (es. di H) attorno a una circonferenza di raggio r varrà allora $2\pi r = n\lambda = nh/mv$ (ricordiamo $p = mv = h/\lambda$) e quindi il prodotto del momento per il raggio può avere solo i valori discreti $mvr = nh/2\pi$
- Se chiediamo (Bohr) che valga anche l'equazione di Newton come legame tra v e r ($mv^2/r = e^2/r^2$) ricaviamo che le velocità possibili sono date dall'insieme discreto $v_n = 2\pi e^2/nh$ e quindi **discrete sono pure le energie possibili** $E_n = -mv_n^2/2 = -2me^4\pi^2/n^2h^2$

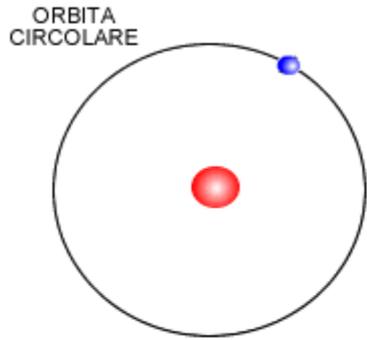


Interferenza distruttiva di un'onda con se stessa

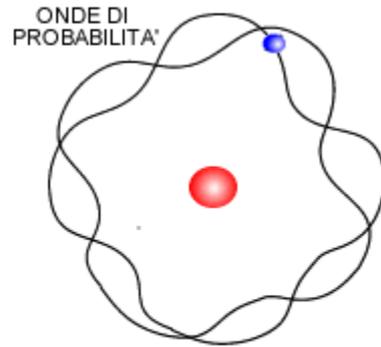


Interferenza costruttiva di un'onda con se stessa

Discreti sono pure i raggi r_n delle orbite attorno a cui oscillano le onde di probabilità ψ , creando nuvole di probabilità dette orbitali



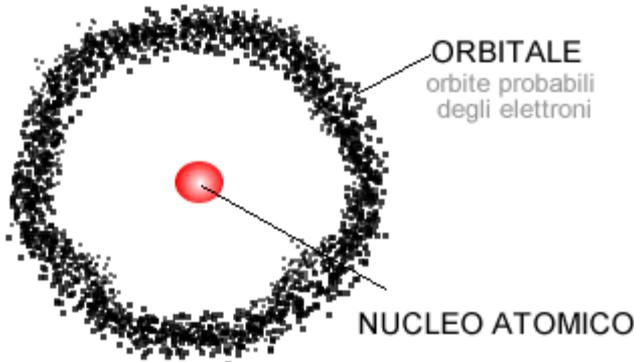
ATOMO DI BOHR



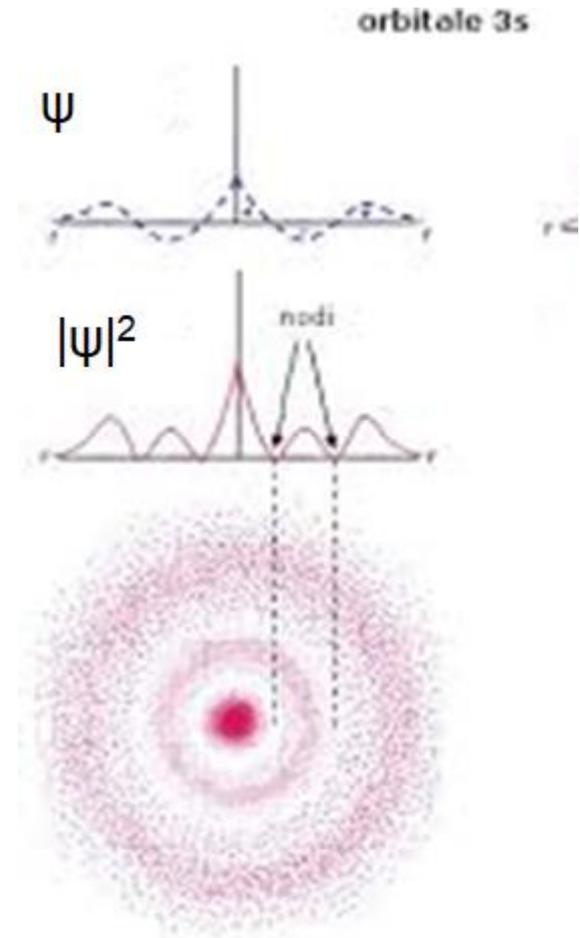
ATOMO DI SCHRODINGER

WWW.ANDREAMININI.ORG

ATOMO DI SCHRODINGER

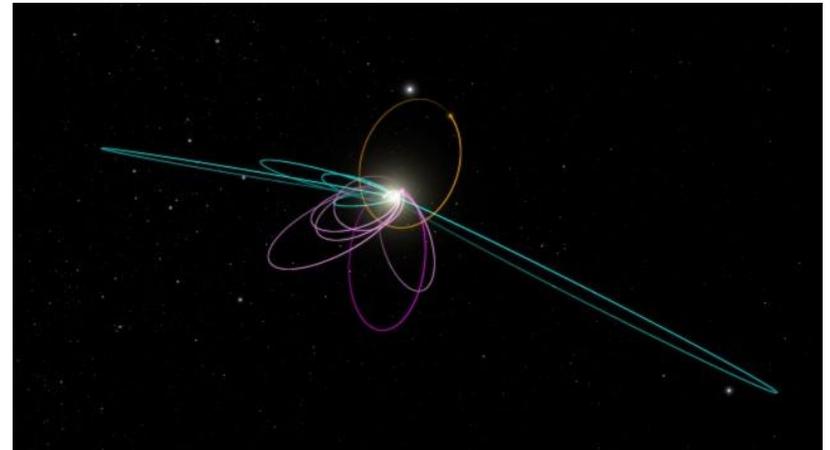
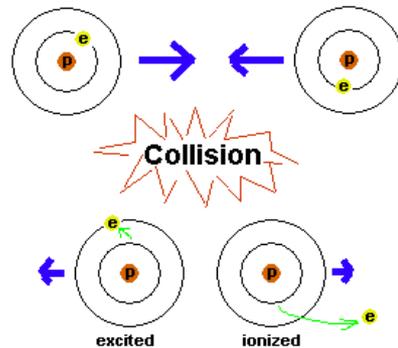


WWW.ANDREAMININI.ORG



Energie discrete & stabilità di atomi e colori

- Poiché le energie permesse sono discrete sono indeformabili, al contrario di quelle classiche che variando in modo continuo sono facilmente deformabili, come ad esempio quelle dei pianeti da un altro pianeta.

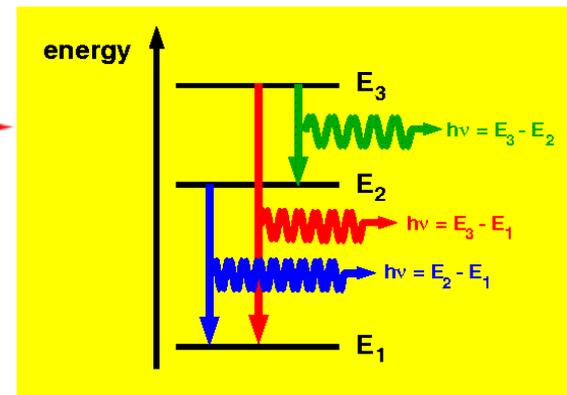
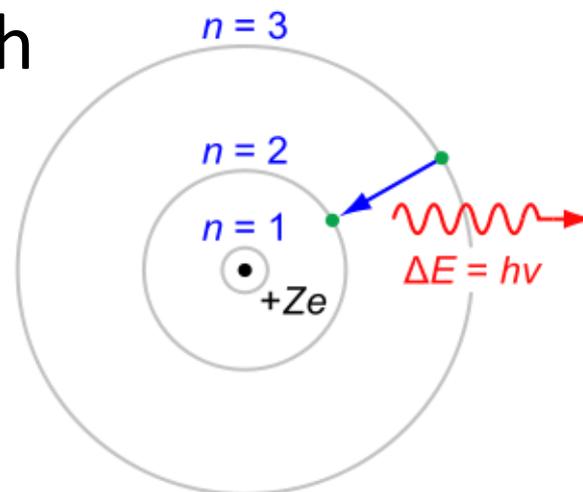


- Quindi la stabilità degli atomi è dovuta alla natura discreta delle loro energie, a sua volta conseguenza della natura ondulatoria della probabilità...

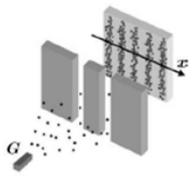
- Per cambiare l'energia ad un elettrone occorre fornirgliene abbastanza da farlo saltare in un orbitale con energia ancora permessa, ma ad esempio le molecole d'aria che pure si scontrano 7 miliardi di volte al secondo con una velocità media di 1700 Km/h hanno solo un decimo dell'energia necessaria!
- Tuttavia se i fotoni che colpiscono gli atomi hanno l'energia sufficiente, allora gli elettroni saltano tra gli orbitali con energie permesse e i **colori sono dati dalle frequenze ν dei fotoni emessi** nei

salti, con $\nu_{mn} = (E_m - E_n) / h$
 (ricordando $E = h \nu$) e

la discretezza ne garantisce ancora la stabilità



Se osserviamo...disturbiamo



Ma torniamo all'esperimento delle due fenditure...
Gli elettroni sono rivelati sullo schermo come unita',
quindi diremmo:

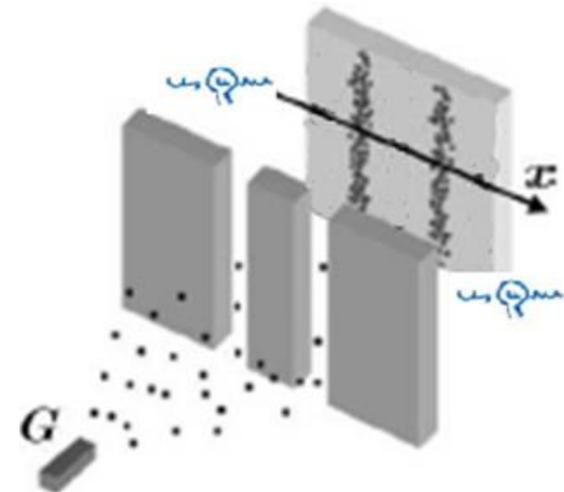
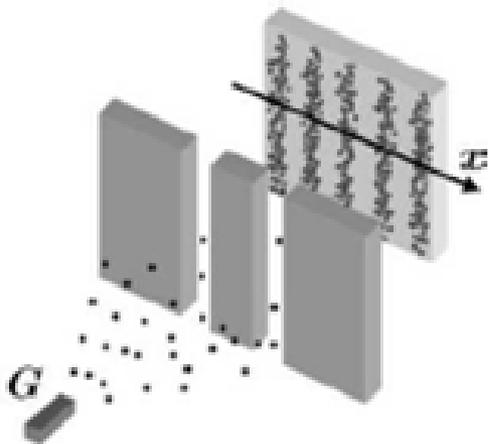
L'elettrone e' passato o dalla fenditura 1 o
dalla fenditura 2, ma la somma delle proba-
bilita' con una sola fenditura aperta
(senza interferenza)



non e' uguale a quella che si ottiene quando sono
aperte tutte due (con interferenza)...

Per capire da quale fenditura passa un elettrone potremmo mettere una luce  dopo le fenditure in modo che un lampo segnali la posizione dell'elettrone.

Rifacendo l'esperimento con la luce : Ogni elettrone lo vediamo passare da una sola fenditura (o 1 o 2), ma la figura di interferenza delle intensità scompare...



Quale traiettoria?

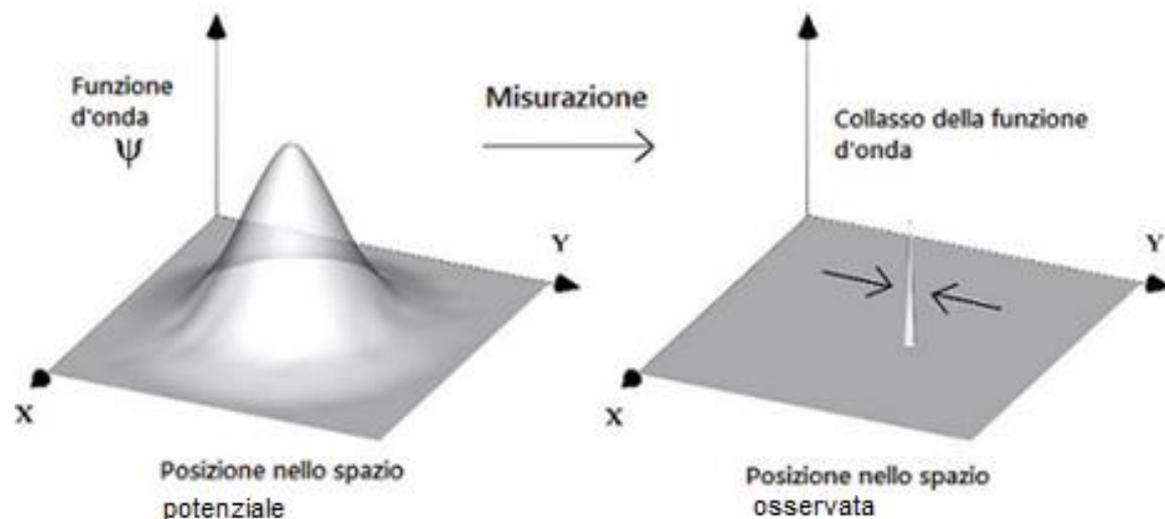
- Nessuna di queste affermazioni per gli elettroni descritti da $\psi_{12} = \psi_1 + \psi_2$ e' quindi corretta:
- L'elettrone passa da una fenditura o dall'altra (esclusa perche' se sommiamo il contributo dei due casi con una sola fenditura aperta non riproduciamo quello con due fenditure aperte)
- L'elettrone passa da entrambe le fenditure (esclusa perche' se cerchiamo di verificare sperimentalmente troviamo l'elettrone sempre in una sola delle fenditure)
- L'elettrone arriva allo schermo finale senza passare da nessuna delle due fenditure (esclusa perche' se chiudiamo tutte due le fenditure nessun elettrone viene rivelato sullo schermo finale)



Nessuna traiettoria ... se non osserviamo

Dalle considerazioni precedenti vediamo che non è affatto ovvio poter assumere che le particelle quantistiche “abbiano” una posizione se non le osserviamo, ma solo che le “troviamo” in una posizione, se ne eseguiamo una misura, con una probabilità determinata dalla funzione d'onda.

La posizione non osservata non ha un valore definito, ma solo valori potenziali...



Nessuna traiettoria ... se non osserviamo

- Con tale interpretazione (di Copenhagen 1927) la probabilità di trovare la particella in un punto non è dovuta alla nostra ignoranza su una posizione esistente, perché una posizione (come valore) non preesiste alla misura. La probabilità quantistica cioè è intrinseca, non epistemica.

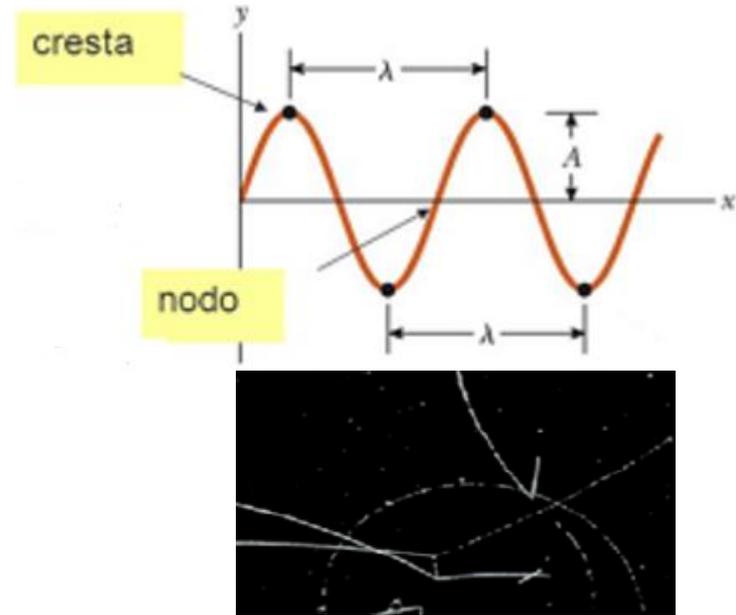
Detto in linguaggio immaginifico: non siamo solo noi che non sappiamo dove è l'elettrone se non lo osserviamo, ma non lo sa neppure lui...

Ma ha ancora senso allora parlare di traiettorie?



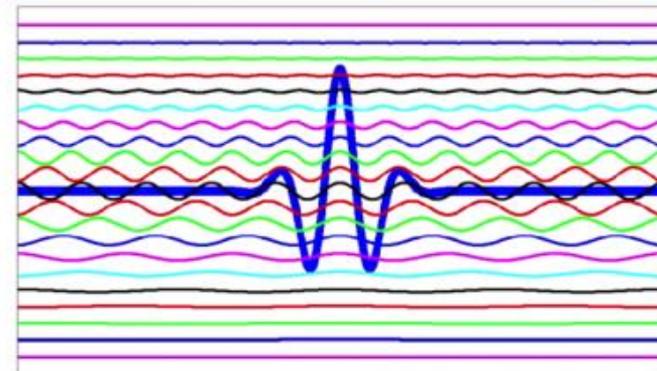
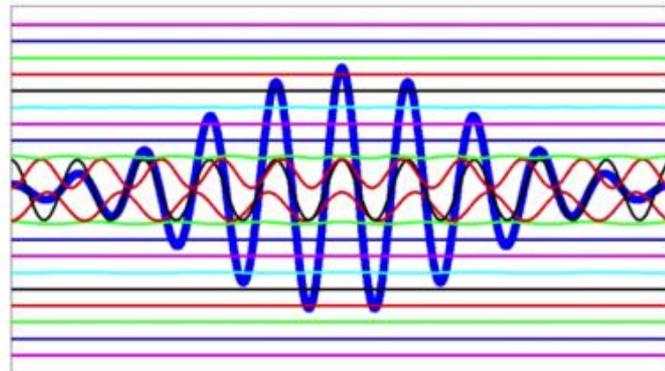
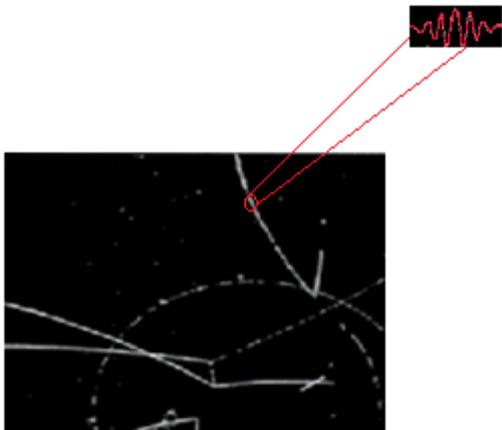
Localizzazione onda/particella

La localizzazione spaziale di una particella (quasi un punto) è completamente diversa da quella di un'onda, che se ha lunghezza d'onda ben definita, per un elettrone libero, è infinitamente estesa, perché la distanza tra le creste deve essere sempre uguale!



Questo è il dilemma che tormenta Heisenberg nel 1927: come conciliare le traiettorie nelle camere a nebbia con la natura ondulatoria dell'elettrone. Ed ecco la folgorazione: in realtà non vediamo una traiettoria, ma solo una sequenza di goccioline disposte approssimativamente lungo una traiettoria che noi mentalmente interpoliamo.

Consideriamo allora una «traiettoria» di una particella quantistica in una camera a nebbia, la funzione d'onda che la descrive deve essere solo localizzata trasversalmente alla presunta traiettoria nella regione delle gocce che ha una certa estensione Δx , ma questo non è impossibile: un'onda localizzata in una regione Δx si può ottenere però sommando onde di diverse lunghezze d'onda e anzi dalla teoria classica delle onde sappiamo che la estensione della regione di $1/\lambda$ necessari, $\Delta(1/\lambda)$, è inversamente proporzionale a Δx , soddisfacendo $\Delta x \Delta(1/\lambda) \geq 1$. Più vogliamo localizzare l'onda (Δx piccolo) più λ dobbiamo sommare ($\Delta(1/\lambda)$ grande)

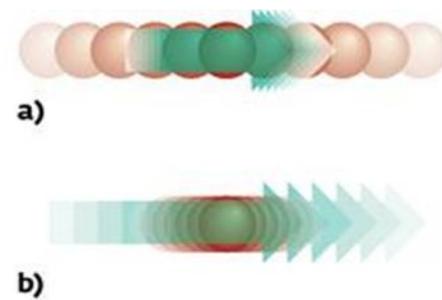


Indeterminazione quantistica

- Ma per una particella quantistica $p=h/\lambda$, perciò se ne conosciamo a un tempo fissato la posizione con una indeterminazione Δx e il momento con una indeterminazione Δp allora da $\Delta x \Delta 1/\lambda \geq 1$ si ottiene il **principio di indeterminazione di Heisenberg**:

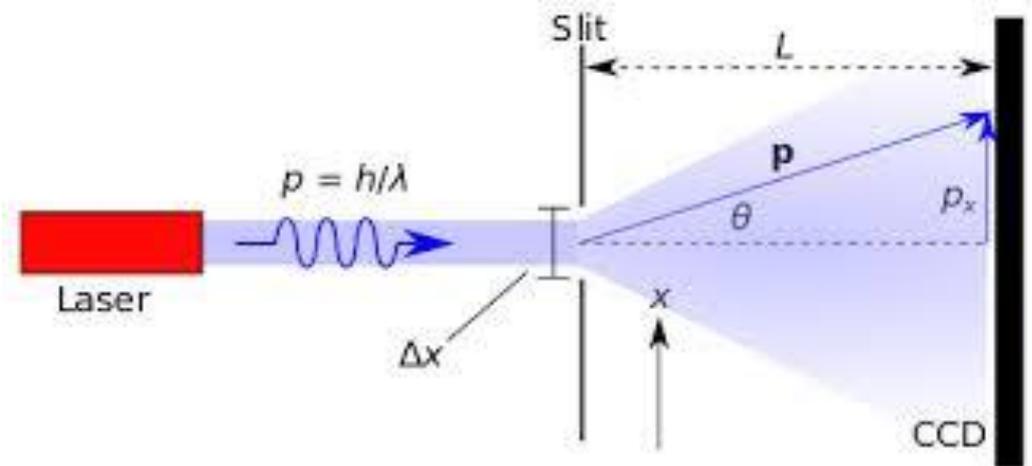
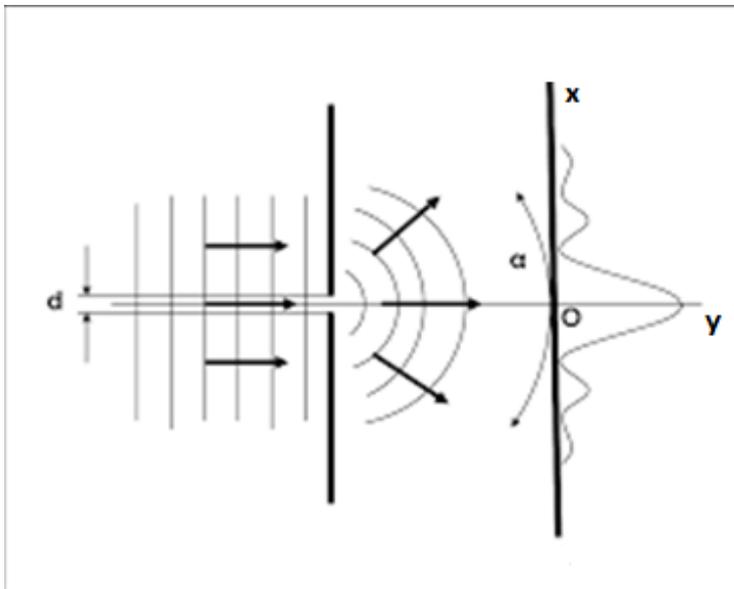
$$\Delta x \Delta p \geq h$$

Quindi è impossibile determinare simultaneamente con precisione arbitraria la posizione e il momento di una particella: se cerchiamo di ridurre l'indeterminazione nella posizione, Δx , aumentiamo quella sul momento, Δp , visto che h è diverso da 0!



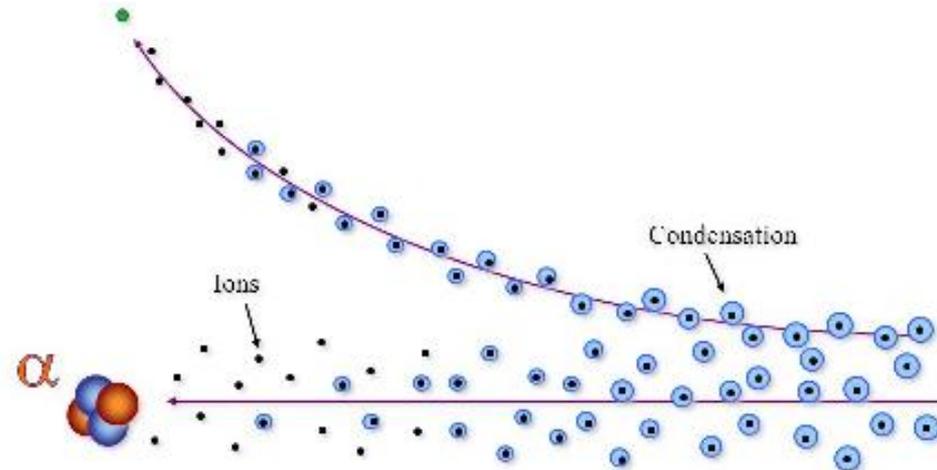
Vediamo il principio d'indeterminazione al lavoro:

Supponiamo di sapere che il momento dell'elettrone è diretto lungo y , cosicché lungo x è zero, proviamo anche a conoscere la sua posizione lungo x facendolo passare da una fenditura di ampiezza $d = \Delta x$. Allora l'onda di probabilità subirà la diffrazione, allargandosi circolarmente, cosicché l'elettrone può assumere ora anche momenti (o velocità) non nulli lungo x , causando una indeterminazione Δp !



Indeterminazione quantistica $\Delta x \Delta p \geq h$

Quindi quella che era una innocua relazione per le onde classiche $\Delta x \Delta 1/\lambda \geq 1$ diventa una osservazione sconvolgente per le particelle quantistiche: non potendo assumere di misurare posizione e momento precisi ad un istante per nessuna funzione d'onda $\psi(x)$, non possiamo più dire che le particelle quantistiche seguono traiettorie che richiedono la conoscenza della posizione e del momento!



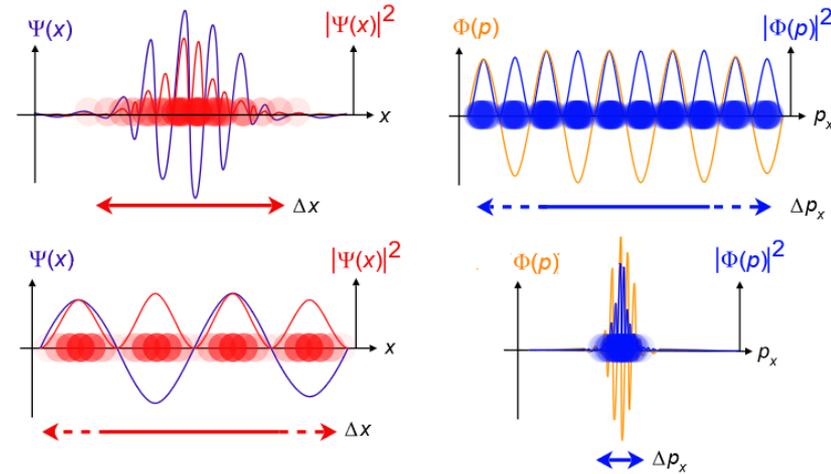
Indeterminazione quantistica $\Delta x \Delta p \geq h$
Ecco il significato profondo di h : è un limite alla nostra conoscenza simultanea di x e p per una particella quantistica!

dovuto alla natura ondulatoria di ψ .

Questo implica che

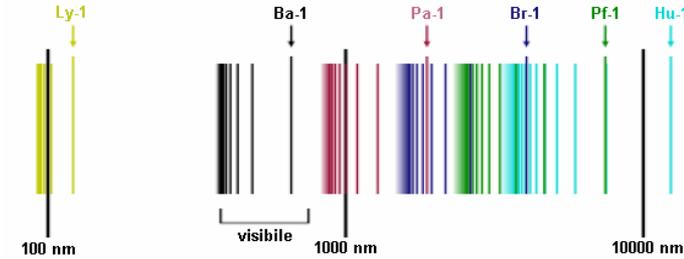
posizione, momento e in effetti tutte le quantità fisiche non possono essere descritte da "funzioni", che per definizione "assumono" valori conoscibili con precisione a priori arbitraria.

Ma allora come si descrivono le quantità fisiche nel mondo quantistico se non le osserviamo?



Colori e numeri

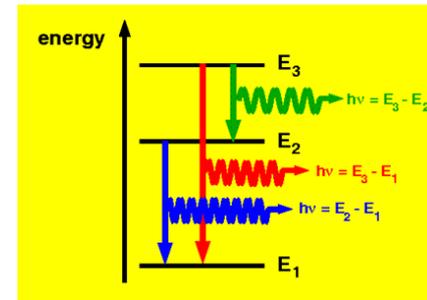
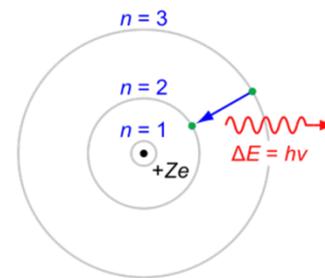
Tutto iniziò con l'osservazione che atomi eccitati emettevano luce solo con determinate frequenze, ovvero colori nel visibile.



Esse erano individuate da due numeri naturali. Due frequenze si potevano sommare per ottenerne una terza solo se esse avevano in comune uno dei naturali che le individuavano. Bohr ha spiegato i due numeri: indicano le energie tra cui

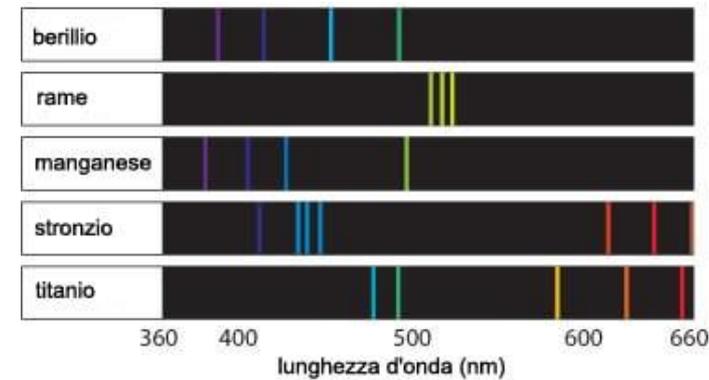
saltano gli elettroni emettendo fotoni (luce) con quelle

frequenze: $\nu_{mn} = (E_m - E_n)/h$.



Infatti $\nu_{mn} + \nu_{nr} = (E_m - E_n)/h + (E_n - E_r)/h = (E_m - E_r)/h = \nu_{mr}$

Ma come disse poi Bohr : “Si pensava fosse una cosa meravigliosa, ma che non fosse possibile fare dei progressi fisici a partire da lì. Era proprio come avere le ali di una farfalla, di certo una colorazione molto regolare, ma nessuno pensa che si possano ottenere le basi della biologia studiando i colori delle ali di una farfalla”

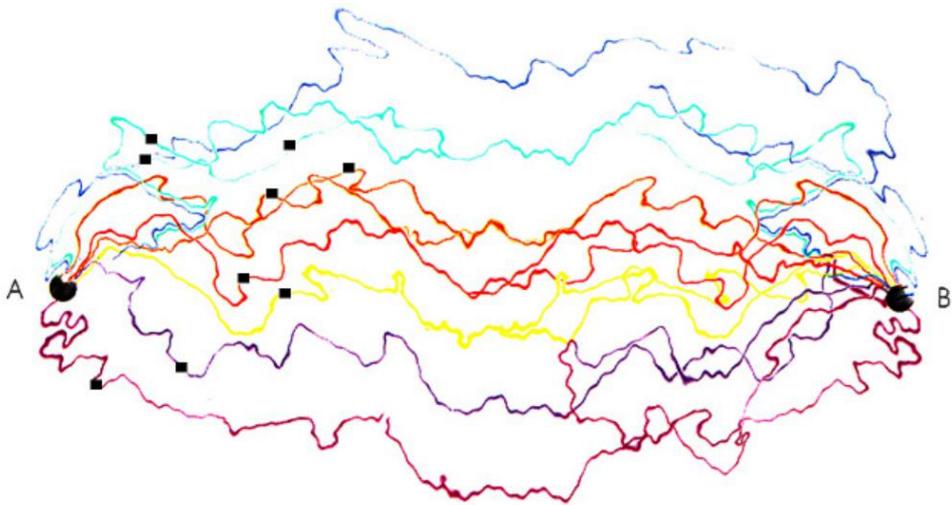


E invece Heisenberg riuscì a dedurre che tutte le grandezze fisiche erano descrivibili in termini di tabelle infinite di numeri la cui posizione di riga e colonna erano proprio descritti dalla coppia di numeri che caratterizzavano le frequenze emesse!

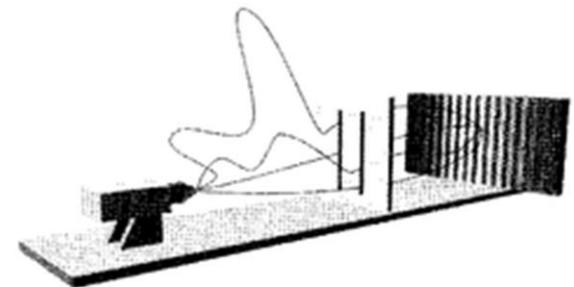
La somma delle frequenze spiegava come queste tabelle si moltiplicavano tra di loro ed esse fornivano i possibili risultati sperimentali della misura delle grandezze fisiche corrispondenti.



Queste tabelle evolvono nel tempo e ad esempio per la posizione i numeri corrispondenti ad un istante di tempo individuano le posizioni potenziali (■) dell'elettrone quando non lo osserviamo. Evolvendo nel tempo esse tracciano tutti i possibili cammini potenziali tra le posizioni (A e B) in cui osserviamo. I contributi di tutti i cammini potenziali si sommano con un peso che dipende dall'energia! Ecco come è possibile per l'elettrone nell'esperimento delle due fenditure passare da una fenditura se osserviamo, mentre potenzialmente da tutte e due se non osserviamo!



Svelato il mistero!

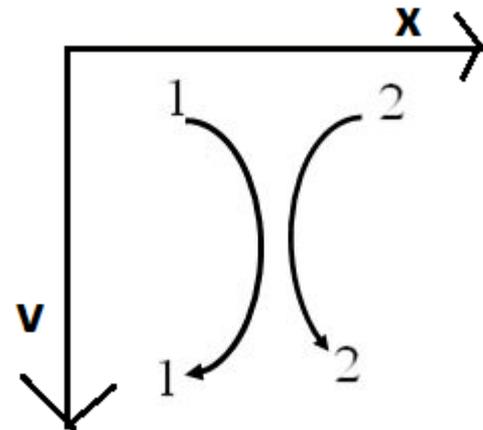


Identità in fisica classica

- La realtà fisica classica è compatibile con il principio di identità degli indiscernibili di Leibnitz: Non si trovano mai in natura due entità esattamente simili ma distinte relativamente alle quali non si possa trovare una differenza (cioè sono discernibili=distinguibili).
- Infatti consideriamo due particelle classiche che definiremo identiche se hanno le stesse proprietà intrinseche, ad es. massa, carica, ecc, che le caratterizzano univocamente come enti, ovvero che se misuriamo troviamo sempre con lo stesso valore .
- Supponiamo di avere due particelle identiche che differiscono per proprietà estrinseche, come la loro posizione e velocità a un istante di tempo

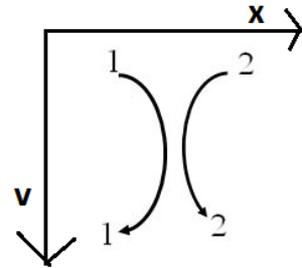
Identità degli indiscernibili classici

- All'istante dato quindi le particelle sono distinguibili, ma risulta possibile ancorare la loro individualità in istanti successivi alle loro individualità in istanti successivi alle loro caratteristiche estrinseche (posizione, velocità)?
- Classicamente sì, come conseguenza dell'unicità della soluzione delle equazioni del moto a fissate condizioni iniziali: se le condizioni iniziali sono distinte esse non avranno mai entrambe allo stesso istante le stesse posizioni e velocità.



Identità degli indiscernibili in MQ?

- In MC possiamo sempre distinguere due particelle identiche seguendo l'evoluzione della loro posizione e velocità sulla traiettoria, ma in MQ non esistono traiettorie, ma solo funzioni d'onda
- Supponiamo che all'istante iniziale le funzioni d'onda di due particelle identiche 1 e 2 siano disgiunte

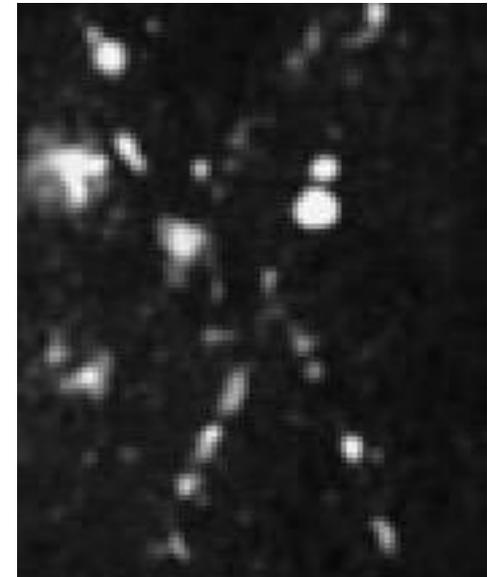
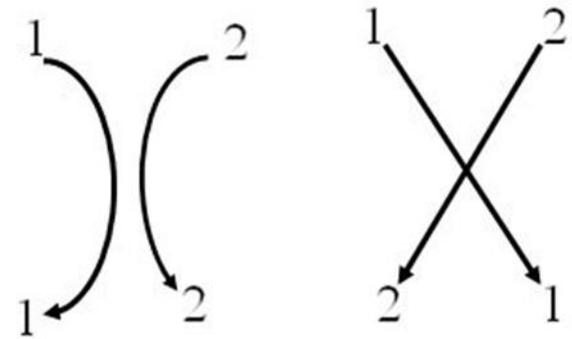
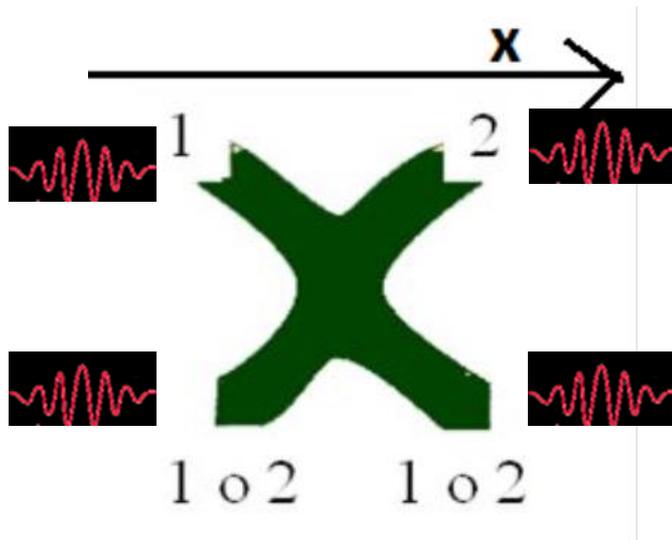


1



2

Nell'evoluzione a tempi successivi però nulla garantisce che rimangano disgiunte e se a un certo istante si sovrappongono poi non c'è più modo di sapere quale è 1 e quale è 2...

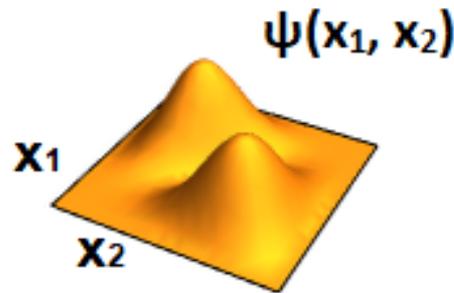


Identità nel mondo quantistico???

In fisica quantistica non esiste in linea di principio possibilità di seguire nel loro moto due particelle identiche e distinguerle: Le particelle quantistiche identiche perdono la loro individualità e la loro identità porta all'indistinguibilità. Ha senso solo porsi domande che non dipendono dall'individualità delle particelle identiche, ad esempio la probabilità di trovare un elettrone in un volume fissato, ma non di trovare un fissato elettrone in quel volume

Non c'è modo di dire "quale" elettrone sta nella mia mano o nel tavolo...

Se abbiamo una particella quantistica, ad esempio un elettrone, abbiamo visto che la probabilità di trovarla in una posizione x è data dall'intensità di un'onda di probabilità descritta da una funzione d'onda $\psi(x)$. Se abbiamo due particelle (1 e 2) la probabilità di trovarle nelle posizioni x_1 e x_2 è data dall'intensità di un'onda di probabilità descritta da una funzione d'onda $\psi(x_1, x_2)$.



Ma se le due particelle sono identiche, come due elettroni, non tutte le onde di probabilità sono possibili e come vedremo questa è l'origine dell'incompennetrabilità della materia...

Conseguenze fisiche dell'indistinguibilità

Infatti poiché sono i quadrati delle funzioni d'onda che danno le probabilità, due funzioni d'onda che differiscono per un segno saranno fisicamente equivalenti.

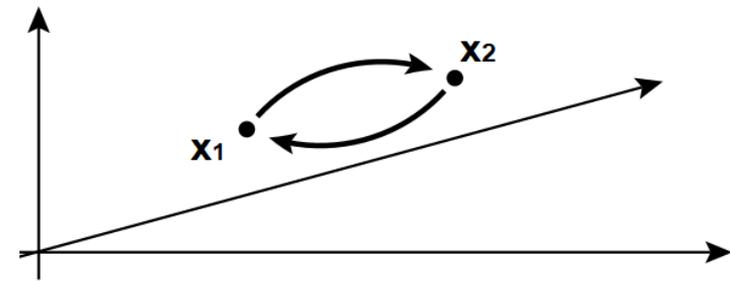
Poiché due particelle quantistiche identiche sono indistinguibili un loro scambio

non può dare effetti fisici,

ma allora se $\Psi(x_1, x_2)$ è la loro funzione d'onda

o $\Psi(x_1, x_2) = \Psi(x_2, x_1)$ e le particelle sono dette bosoni

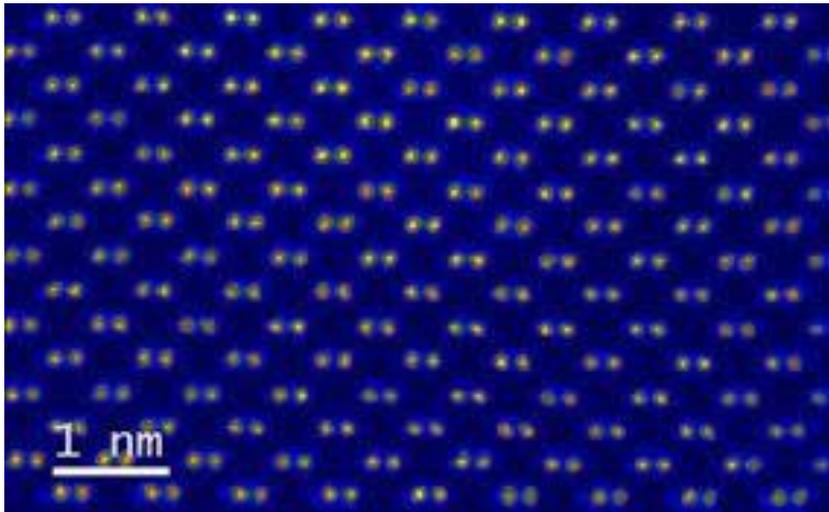
o $\Psi(x_1, x_2) = -\Psi(x_2, x_1)$ e sono dette fermioni



Fermioni & incompenetrabilità

Gli elettroni sono fermioni, come tutte le particelle quantistiche che compongono la materia. Consideriamo la Ψ per 2 di essi.

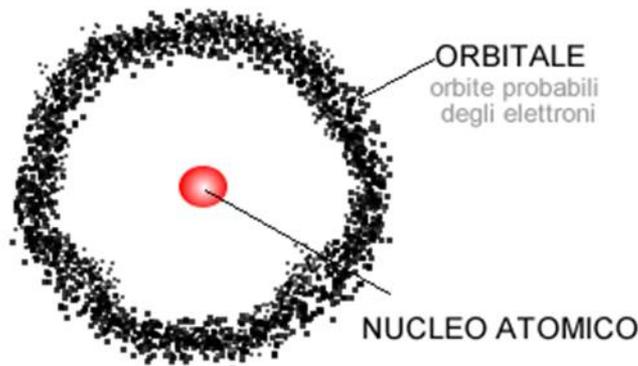
$\Psi(x_1, x_2) = -\Psi(x_2, x_1)$ ma se sono entrambi nello stesso punto x , $\Psi(x, x) = -\Psi(x, x)$, quindi $\Psi = 0$. Principio di esclusione di Pauli: non ci possono essere due elettroni nello stesso x (o con lo stesso p), quindi gli orbitali elettronici di due atomi (o molecole) non possono sovrapporsi



Fotografia al microscopio
Elettronico degli orbitali del silicio

L'elettrone e' puntiforme ma i raggi degli orbitali elettronici attorno a cui si addensano le probabilità di posizione degli elettroni in un atomo hanno dimensioni di circa 10^{-10} m quindi gran parte dello "spazio" in un atomo è vuoto, ma per il principio di Pauli per la compenetrabilità contano le orbite e le distanze tra di loro nella materia sono comparabili alle loro dimensioni

ATOMO DI SCHRODINGER



Come mai dunque la materia è impenetrabile? Perché il principio di esclusione di Pauli impedisce a due elettroni di occupare anche probabilisticamente la stessa posizione.

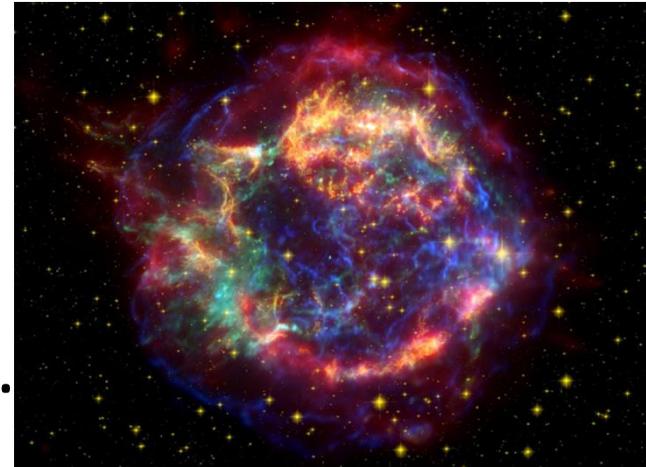
Sono dunque i fantasmi della posizione degli elettroni negli atomi descritti dalle nuvole della loro onda di probabilità che rendono gli atomi impenetrabili. I nostri corpi non attraversano i muri solo per questo!



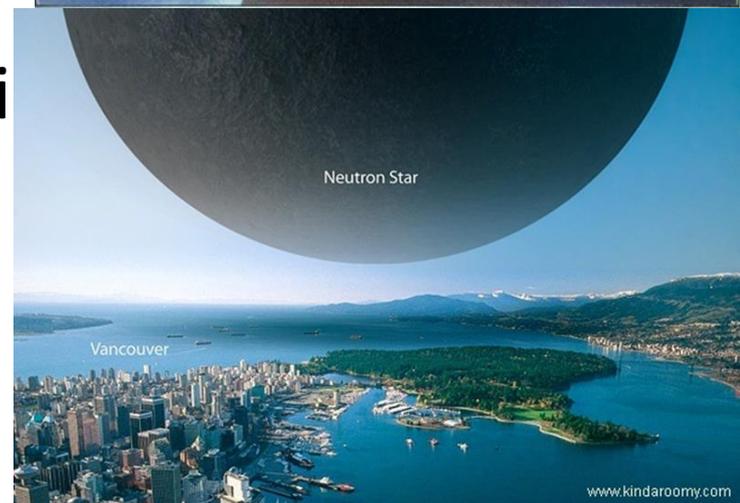
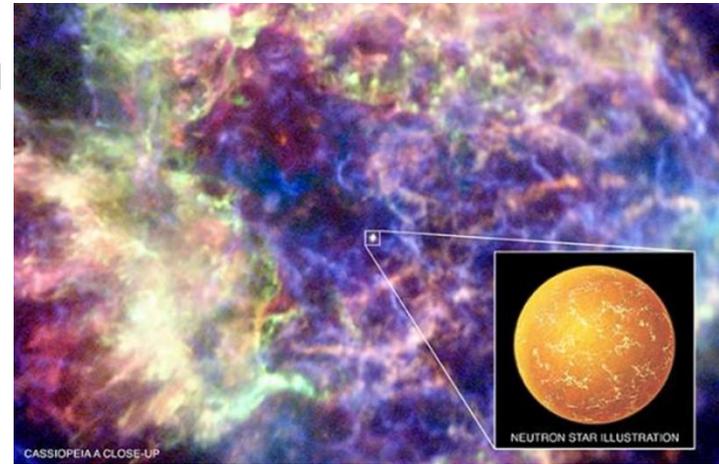
Incompenetrabilità e ... stelle di neutroni

Una prova viene dalle stelle di neutroni: esse non sono fatte di materia ordinaria, elettroni, protoni e neutroni, ma solo di neutroni. Per una delle magie della teoria delle particelle elementari...se la gravità è sufficientemente grande i protoni «assorbono» gli elettroni facendoli diventare neutroni per diminuire lo spazio o gli atomi, sotto la pressione della gravità.

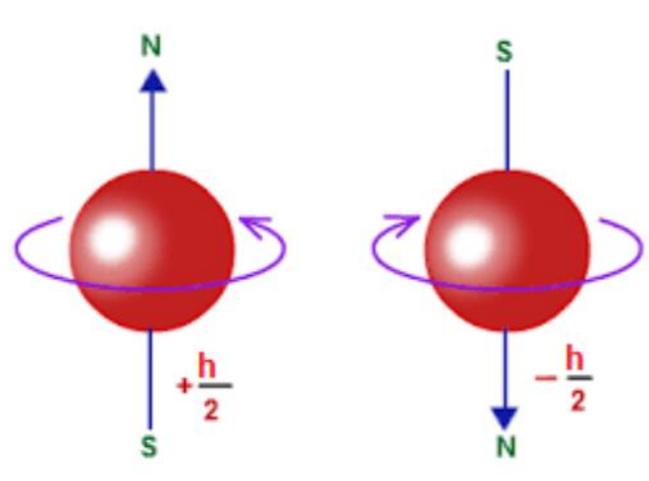
Questo accade in stelle sufficientemente grandi, prima che esplodano trasformandosi in supernove e lasciando come residuo stelle di neutroni, come nella immagine iniziale della presentazione...



Così le distanze tra le isole di materia dovute al principio di Pauli passano da quelle tra le orbitali degli elettroni, 10^{-10} m, a quelle circa centomila volte più piccole tra i nuclei 10^{-15} m. Come risultato i raggi delle stelle di neutroni (10 km) sono centomila volte più piccoli di quelli di una stella ordinaria come il sole (700.000 Km), ma hanno la stessa massa, quindi un centimetro cubo di una stella di neutroni ha una massa di 200 milioni di Kg! (per l'elemento più denso la massa è di 20 grammi!)



Per essere più precisi, c'è una proprietà dell'elettrone che possiamo misurare senza disturbare l'onda di probabilità della posizione o del momento. L'elettrone infatti in un certo senso ruota su sé stesso, è il fenomeno che chiamiamo spin, ma con solo due velocità possibili, una proporzionale a $h/2$ (spin su) l'altra, a $-h/2$ (spin giù). Lo spin dell'elettrone lo indicheremo con $s = \text{su}$ o giù .



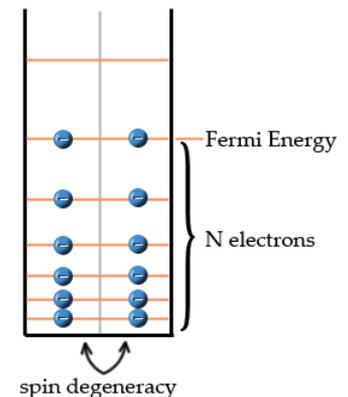
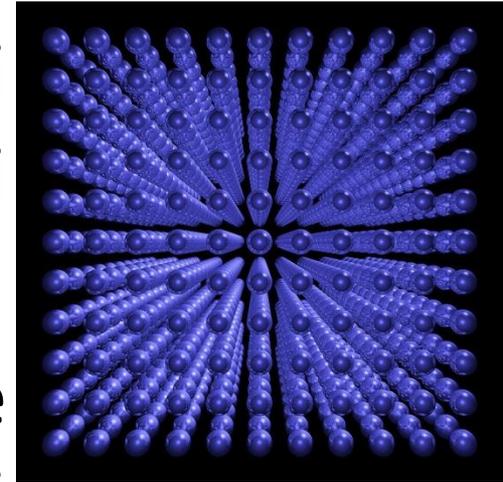
Quindi in realtà la funzione d'onda dell'elettrone è $\Psi(x,s)$ e mi dà la probabilità congiunta di trovare l'elettrone nella posizione x e con lo spin s . Quindi più precisamente dall'indistinguibilità degli elettroni (o più in generale delle particelle della materia) e dalla loro natura di fermioni segue che non possiamo avere due elettroni con la stessa posizione x e lo stesso spin s (principio di esclusione di Pauli). Su questo principio si basa tutta la chimica, perché in un atomo non possono esserci più di 2 elettroni in un orbitale, uno con $s = su$, l'altro con $s = giù$



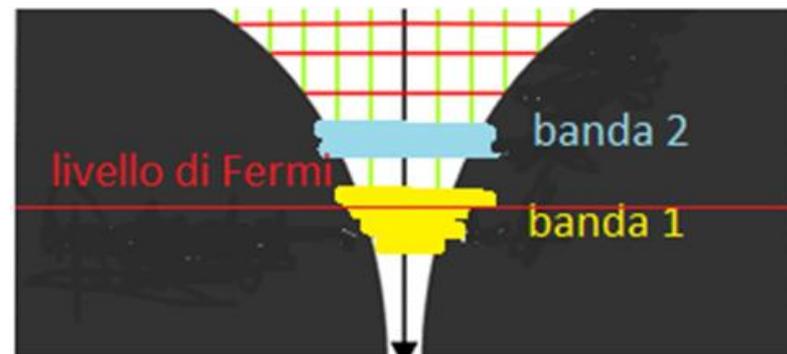
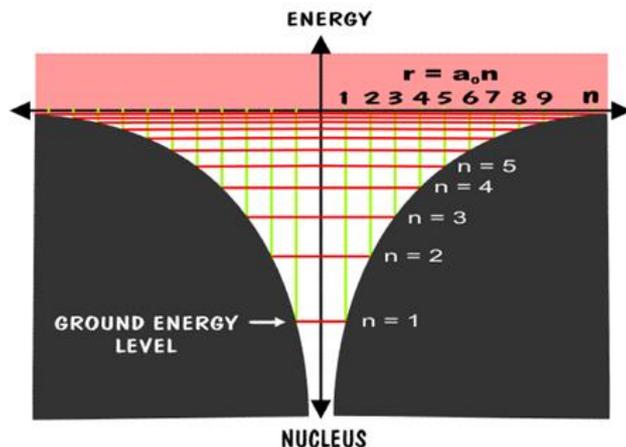
Fermioni, metalli, isolanti e ... cellulari

Come in un atomo solo un insieme discreto di energie è permesso così in un solido con N_a ($\sim 10^{23}$) atomi a distanza a abbiamo momenti permessi che sono multipli di $h/N_a a$.

Per il principio di Pauli non ci può essere più di un elettrone (per spin) per ogni momento disponibile. Quindi se ci sono N_e elettroni in un materiale, ci deve essere un momento massimo $N_e h/N_a a$, e quindi una energia massima (livello o energia di Fermi)

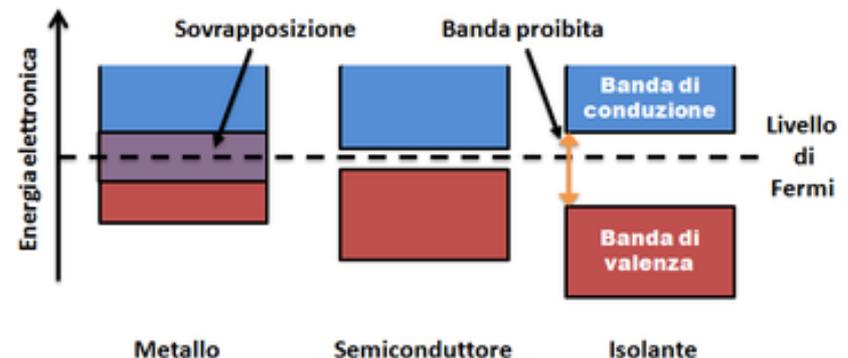
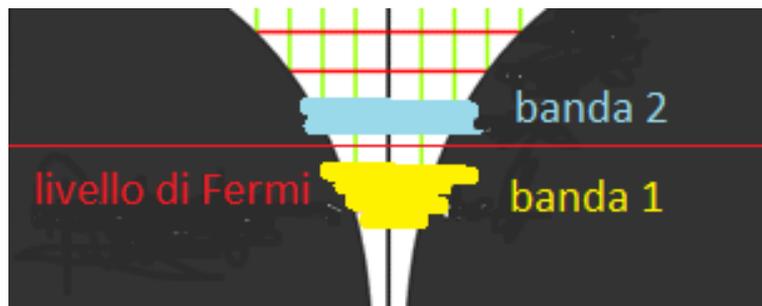


Per un solo atomo le energie permesse formano un insieme discreto. E se avviciniamo N_a atomi come in un solido? Allora si creano delle "bande" di energia permesse, intorno ai valori per gli atomi singoli, che possono contenere N_a elettroni, separate da zone di energia proibite. Se il livello di Fermi sta in una banda di energie permesse ci sono immediatamente sopra in energia valori permessi. quindi ogni campo elettrico che aumenta l'energia degli elettroni crea corrente, perché gli elettroni trovano valori permessi. Questi sono i metalli.



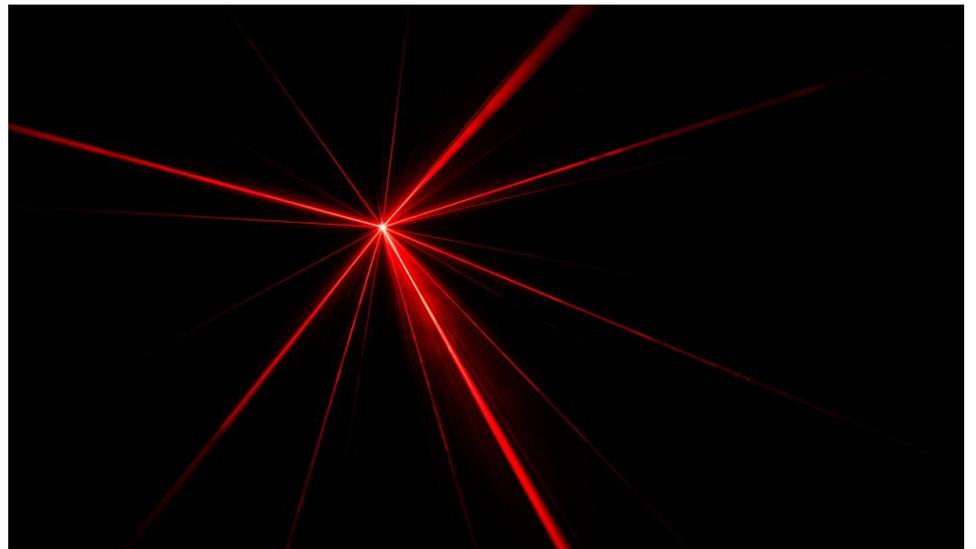
Se il livello di Fermi sta invece in mezzo a due bande di energia permessa, allora immediatamente sopra in energia gli elettroni non hanno energie permesse e un campo elettrico non riesce a muoverli. Questi sono gli isolanti.

Se la distanza tra la banda riempita e quella vuota è piccola allora un piccolo campo elettrico induce una corrente, ma deve superare una soglia d'intensità. Questi sono i semiconduttori che stanno alla base dei circuiti elettronici in computer e cellulari...che in cui un segnale deve partire solo quando noi vogliamo...

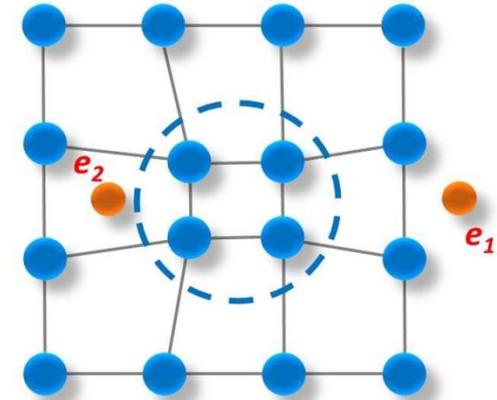
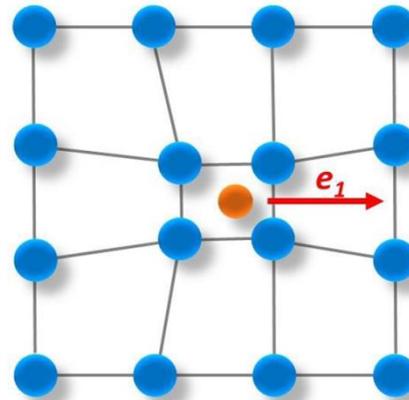
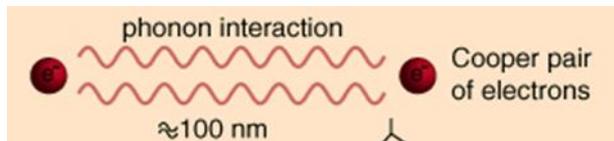


Bosoni & laser, superconduttività

Per due bosoni , come i fotoni, $\Psi(p_1,p_2)=\Psi(p_2,p_1)$, non vale il principio di Pauli e ci possono essere due fotoni con lo stesso momento (e con lo stesso spin). Anzi più bosoni ci sono con lo stesso momento più facile è produrne altri con lo stesso momento. Questo è alla base del laser : molti fotoni esattamente con lo stesso momento, una luce perfettamente regolare che non si disperde



In un metallo vicino a $T=0$ K coppie di elettroni di spin opposto si attraggono e formano bosoni (ma per capire perchè occorrerebbe la teoria delle particelle elementari...)



Questi hanno tutti impulso nullo, si dice che condensano, quindi una corrente elettrica non incontra resistenza=superconduttività, perchè la resistenza è dovuta agli elettroni singoli e per ottenerli occorre rompere una coppia, il che richiede energia che vicino a $T=0$ senza campo elettrico non c'è...

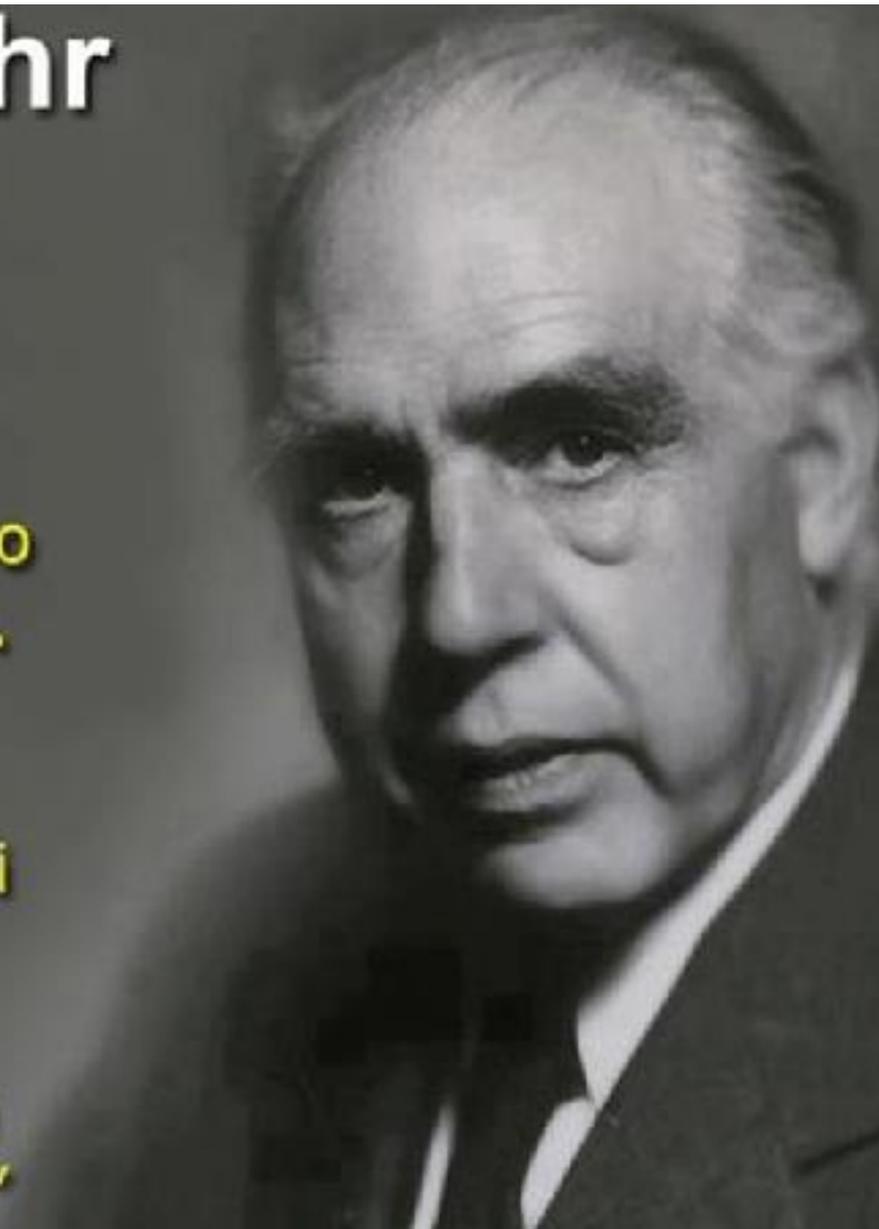
Realtà quantistica

Niels Bohr

7/10/1885 - 18/11/1962

“Tutto ciò che chiamiamo reale è fatto di cose che non possiamo considerare reali.

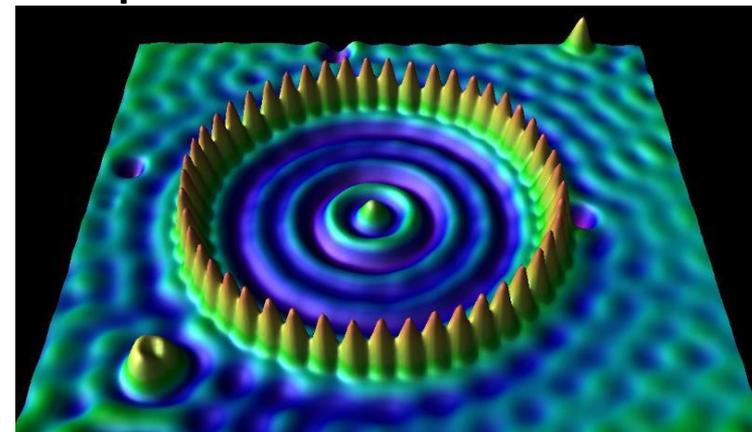
Se la meccanica quantistica non ti ha provocato un forte shock significa che non l'hai capita bene”



Realismo

Il realismo è una corrente filosofica, implicitamente accettata dalla quasi totalità nella nostra civiltà, che ritiene che la natura esista indipendentemente dal nostro pensiero, conoscenza o osservazione. In particolare il realismo scientifico è la visione generalmente condivisa che la conoscenza scientifica sia rigorosa, oggettiva e trovi corrispondenza con la realtà tramite esperimenti e che la scienza ci dia informazioni sulle cose che esistono, non solo sugli oggetti macroscopici, ma anche su oggetti che non percepiamo direttamente ma compaiono nelle teorie come atomi, elettroni...

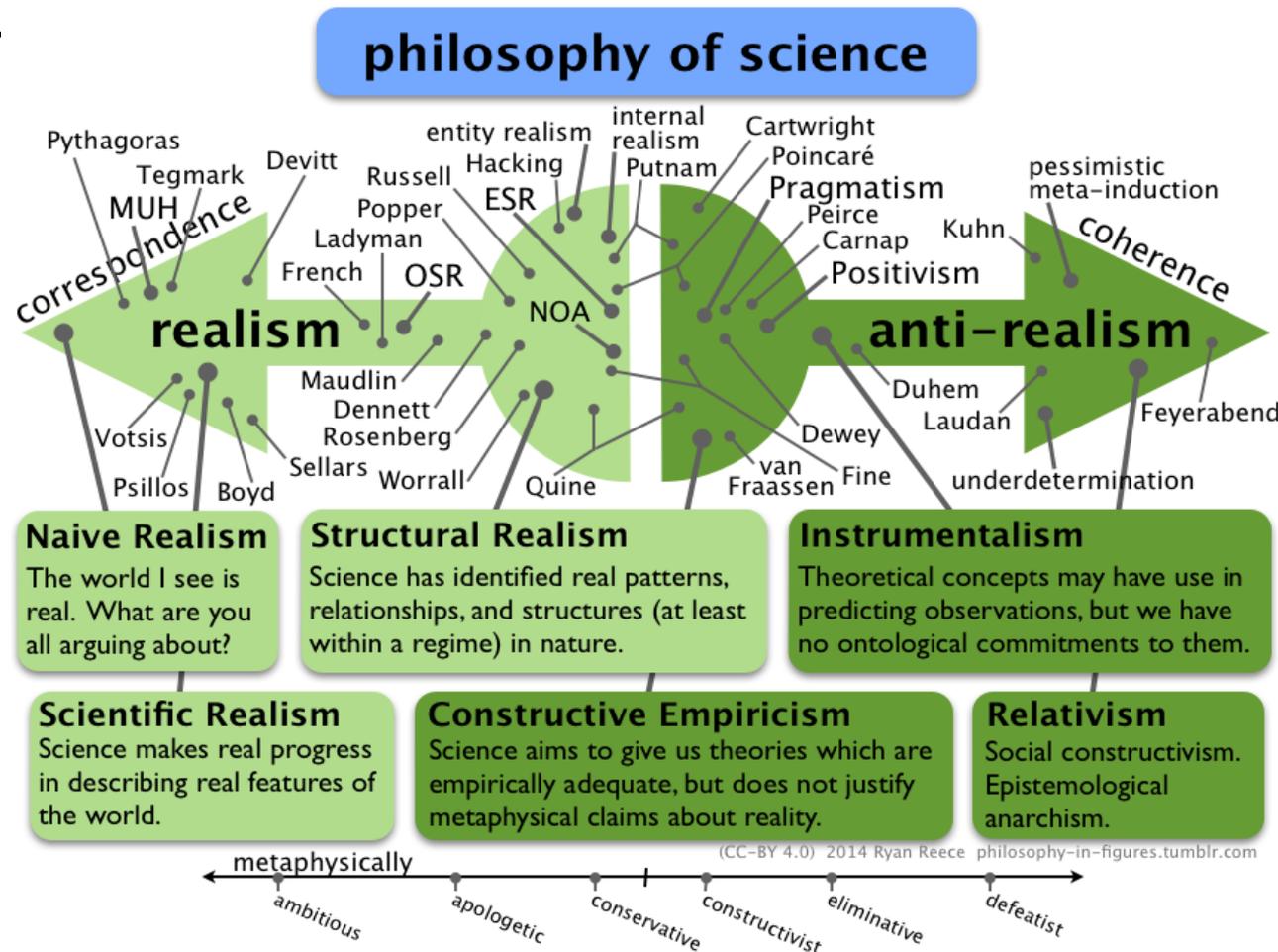
Immagine di atomi di ferro (gialli) su superficie di rame di cui vediamo la densità di carica (blu) tramite microscopio a effetto tunnel STM



All'opposto l'antirealismo scientifico o strumentalismo è la corrente filosofica che ritiene che le teorie scientifiche siano solo strumenti per predire i fenomeni e non per descrivere il mondo così come veramente è.

Come vedremo i filosofi che discutono sulla realtà hanno ben ragione di aver

interesse per la fisica quantistica!..

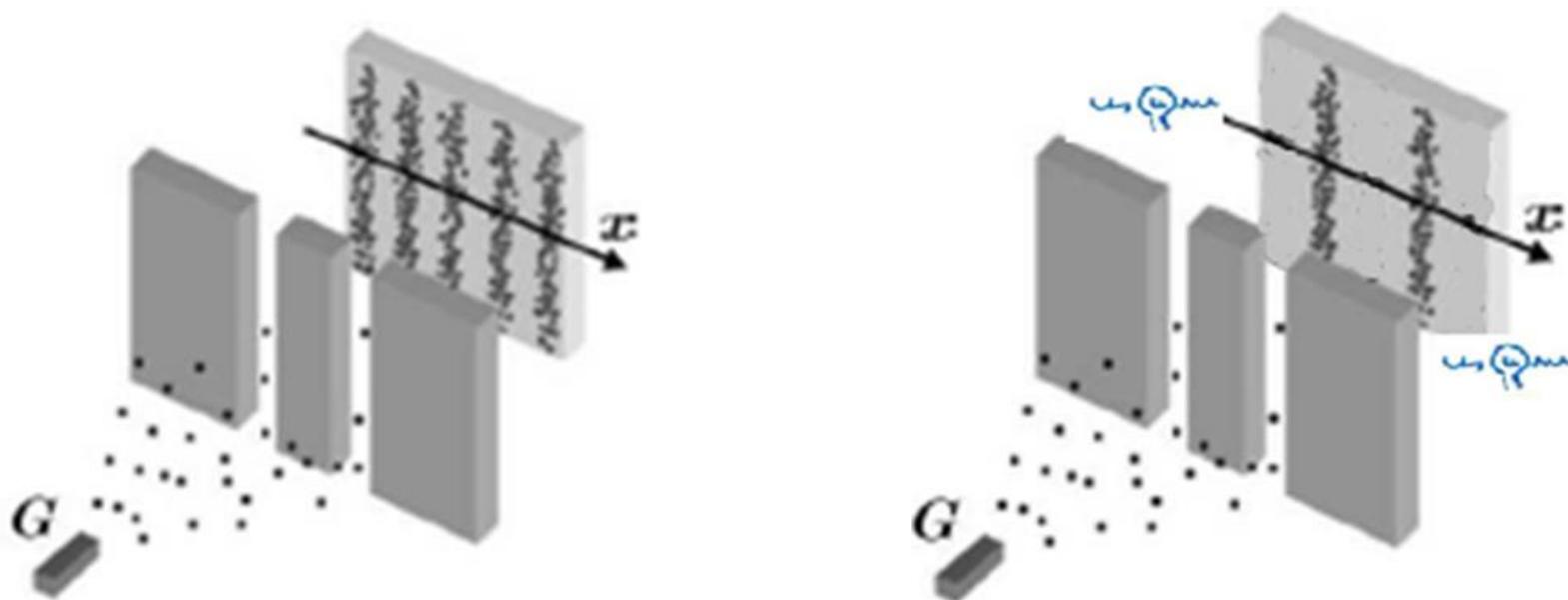


Controfattualità

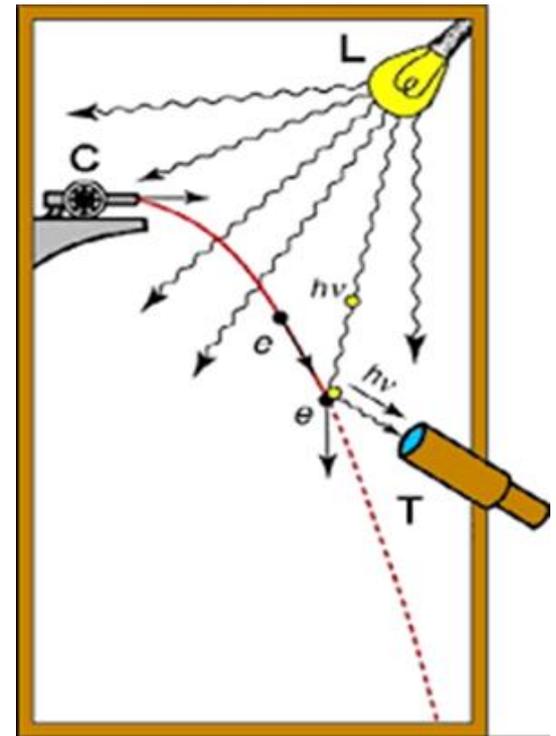
Una interpretazione realista della fisica classica è compatibile con la proprietà di controfattualità: se P è una proposizione su un sistema fisico e se una misura che non disturba il sistema ha dimostrato P vera, allora P sarebbe stata vera anche se la misura non fosse stata eseguita (“la luna avrebbe la stessa posizione anche se non fosse osservata, visto che l’osservazione non ne disturba la posizione”)



Nonostante l'aspetto controintuitivo per una interpretazione realista (ovviamente non c'è problema per una visione strumentalista), le proprietà delle particelle quantistiche discusse finora ancora non mettono in crisi un principio cardine del realismo come la controfattualità perché è vero che il comportamento delle particelle quantistiche è diverso a seconda se vengano osservate o meno,



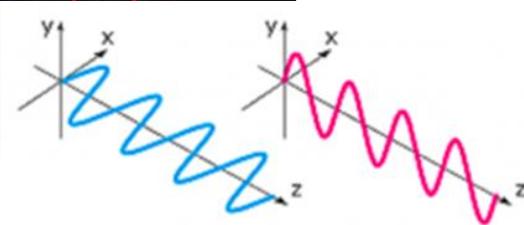
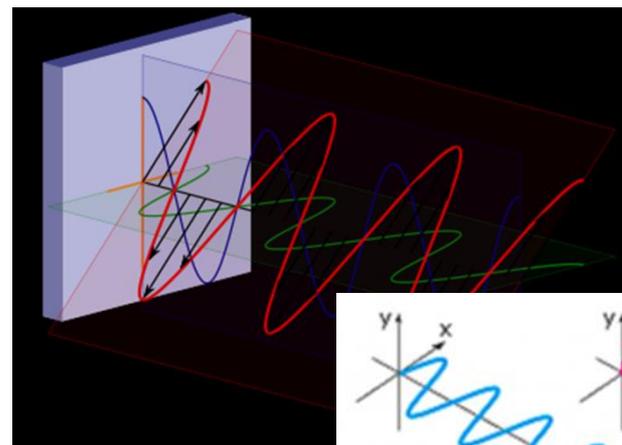
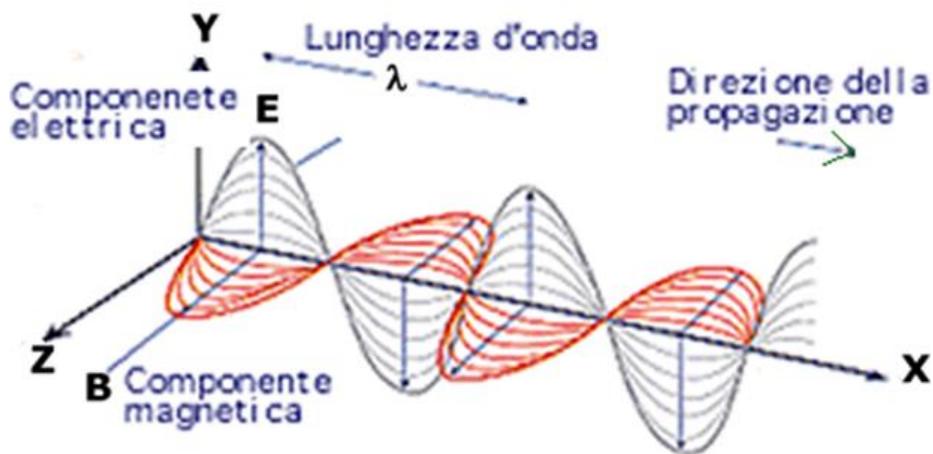
però il processo di misura discusso comporta un disturbo che blocca eventuali contraddizioni che comporterebbe la controfattualità (se una misura che **non disturba il sistema** ha dimostrato la verità di una affermazione sul sistema, allora tale affermazione sarebbe stata vera anche se la misura non fosse stata eseguita).



Ma...adesso discuteremo, seguendo Einstein e sfruttando misure di polarizzazione, esperimenti dove la misura su un sistema quantistico composto e' eseguita senza "disturbare" un sottosistema...

La polarizzazione della luce classica

La luce può essere polarizzata (cioè il campo elettromagnetico può oscillare) in una qualsiasi direzione nel piano perpendicolare al suo cammino, ma solo due direzioni sono indipendenti (ad esempio verticale V e orizzontale O), tutte le altre direzioni si possono ottenere sommando con pesi i campi elettromagnetici corrispondenti a quelle due, ad esempio a 45° sommando con peso uguale V e O

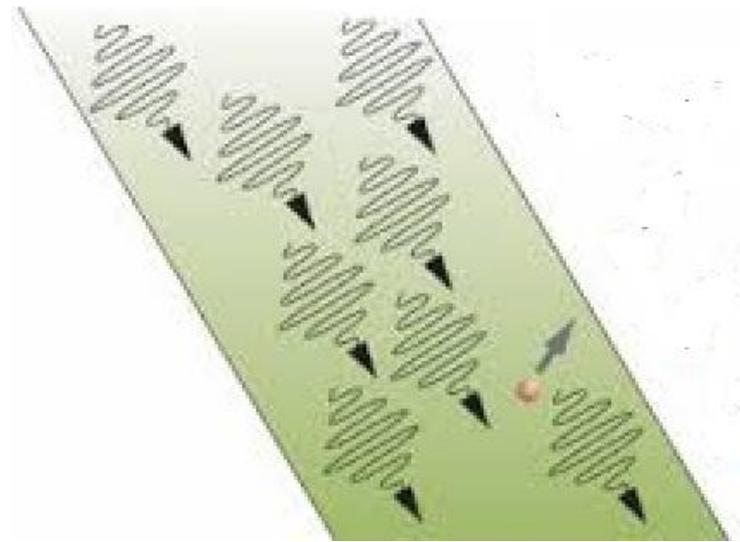


onda polarizzata
orizzontalmente

onda polarizzata
verticalmente

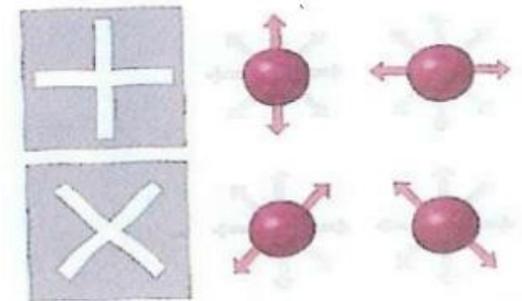
La polarizzazione della luce quantistica

Secondo la meccanica quantistica, il raggio classico e' composto di molti fotoni. Anche un singolo fotone ha una polarizzazione e ci sono due direzioni indipendenti, quelle ortogonali, ad esempio orizzontale O e verticale V. Tutte le altre polarizzazioni si possono ottenere per sovrapposizione.

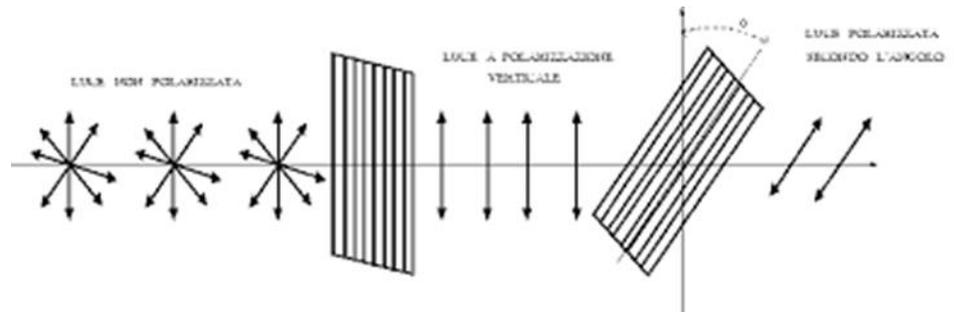


C'è quindi un'onda di probabilità per la polarizzazione descritta da una "funzione d'onda della polarizzazione" Ψ il cui quadrato dà la probabilità di trovare il fotone in polarizzazione O o V. In particolare denotiamo con Ψ_V la funzione d'onda in cui la probabilità di trovare il fotone polarizzato V è 1, potremmo quindi dire che esso "ha" polarizzazione V, e con Ψ_O quella in cui "ha" polarizzazione O. In entrambi i casi il fotone passa con certezza da un polarizzatore con la stessa orientazione, non passa da uno perpendicolare.

direzioni di polarizzazione



Nel caso in cui il fotone abbia polarizzazione a 45° la funzione d'onda di polarizzazione è $\Psi = \Psi_v + \Psi_o$. Se inviamo il fotone con $\Psi = \Psi_v + \Psi_o$ su un polarizzatore verticale, esso deve “decidere” se passare o non passare; se passa, passa interamente, ma lo fa con probabilità $1/2$. Per un grande numero di fotoni questo riproduce il comportamento classico del raggio polarizzato a 45° di cui ne passa metà.



Se il fotone passa, poi “ha” la polarizzazione del polarizzatore, quindi la polarizzazione precedente e’ indeducibile. (“ha” sta per: se facessi la misura troverei certamente...)

Polarizzazione di due fotoni

Consideriamo un sistema di due fotoni, A e B; le cui funzioni d'onda di polarizzazione denotiamo con l'apice A e B rispettivamente.

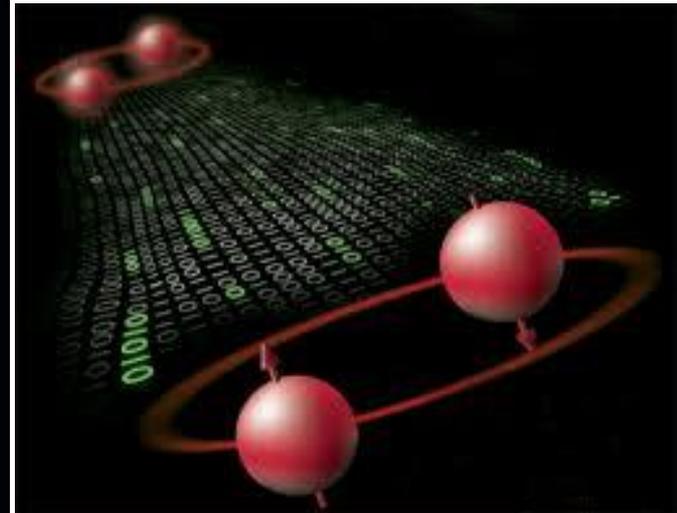
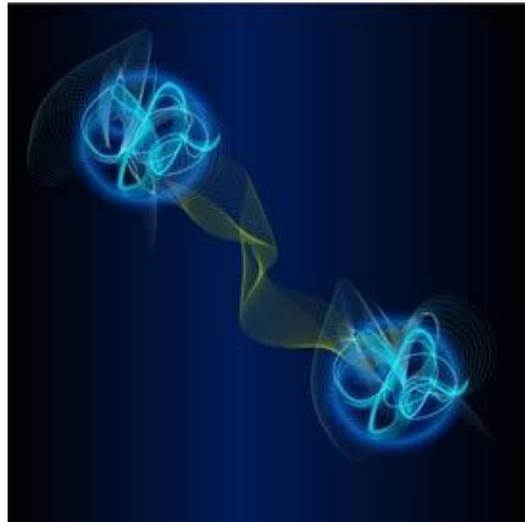
Una funzione d'onda del sistema allora si può ottenere facendo il prodotto: $\psi_V^A \psi_V^B$ descrive la situazione in cui entrambi i fotoni "hanno" polarizzazione V, $\psi_O^A \psi_O^B$ entrambi "hanno" polarizzazione O.

Ma poiché le funzioni d'onda si possono sommare possiamo considerare anche somme del tipo

$\psi_V^A \psi_V^B + \psi_O^A \psi_O^B$. Funzioni d'onda di sistemi composti come questa, che non possono essere scritte come prodotto delle funzioni d'onda dei sistemi componenti sono dette "entangled" e non hanno alcun analogo classico

Entanglement e «realtà»

Per la funzione d'onda $\Psi_V^A \Psi_V^B + \Psi_O^A \Psi_O^B$ non possiamo dire che il fotone A “ha” polarizzazione V o O, ma solo che se il fotone A “ha” polarizzazione V allora il fotone B “ha” polarizzazione V e se il fotone A “ha” polarizzazione O, allora il fotone B “ha” polarizzazione O. Le polarizzazioni dei sottosistemi A e B non hanno quindi “realtà” indipendenti!, sono “entangled” =allacciate. Non è solo teoria...applicazioni concrete dell'entanglement sono la crittografia quantistica (fotoni entangled sono usati come chiavi), il computer quantistico (particelle quantistiche entangled sono usate come porte logiche)...

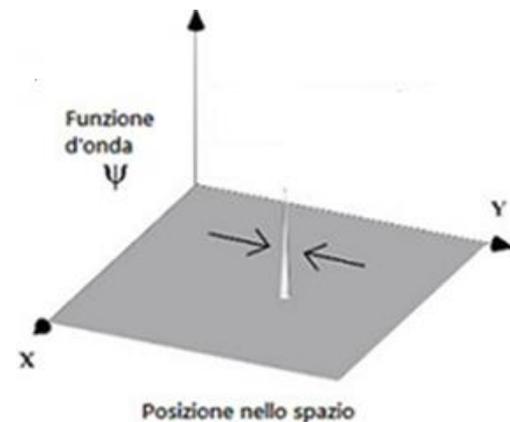


Il principio di realta'

Vogliamo ora discutere la compatibilita' di due principi base di una visione realista della fisica, principio di realta' e principio di localita', prima applicandoli alla fisica classica, poi a quella quantistica.

Principio di realta' (R) : se senza intervenire su un sistema fisico e' possibile prevedere con certezza il valore di una sua grandezza fisica (se venisse misurata), allora tale valore e' una proprieta' oggettiva del sistema indipendente da osservatori esterni. Possiamo considerare questo principio come un esempio di versione "fisica"

di controfattualita' e in fisica quantistica è applicabile solo se la funzione d'onda Ψ è concentrata attorno a un valore



Il principio di localita'

La Relativita' (con la sua verifica sperimentale) assicura che nessuna informazione viaggia a velocita' maggiori della velocita' della luce. E' naturale quindi in un approccio realista alla fisica formulare il:

Principio di Localita' Einsteiniana (L): se durante un intervallo di tempo due sistemi sono a distanze maggiori di quelle percorribili dalla luce in tale intervallo di tempo (distanze di tipo spazio), allora durante quell'intervallo le proprieta' fisiche di uno di essi non possono essere influenzate da operazioni eseguite sull'altro

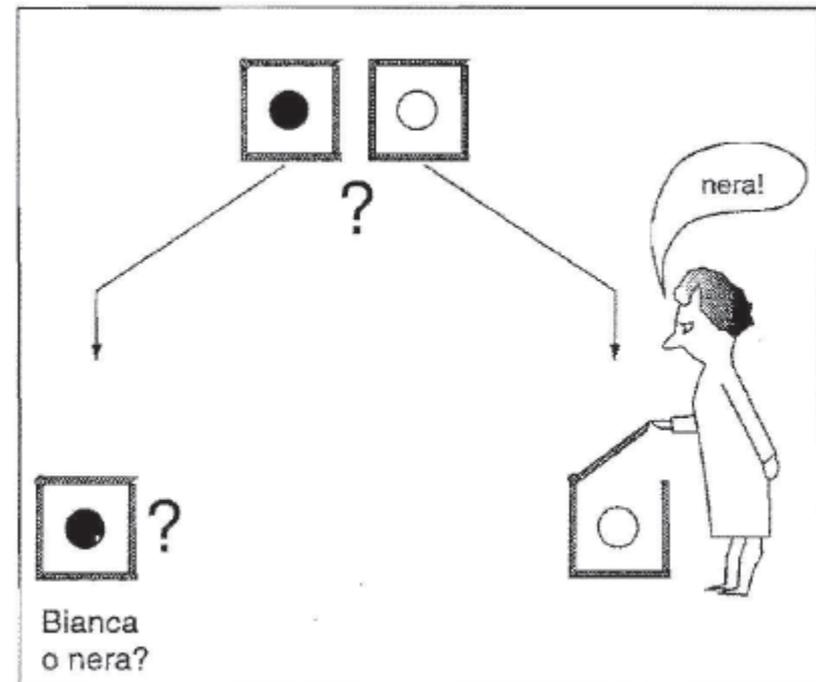


A e C sono a distanza di tipo spazio

Realtà e località in fisica classica

Consideriamo un insieme di coppie di palle (classiche) che si muovono una verso destra (palle A) e l'altra verso sinistra (palle B), di cui sappiamo solo che una è bianca e una nera, ma non sappiamo quale, e la distribuzione dei due colori è casuale. Quando una palla

A è a distanza di tipo spazio dalla corrispondente palla B osserviamo il colore della palla A. Per induzione allora sappiamo il colore della palla B con certezza anche senza osservarlo.



R+L, Compatibilita' classica

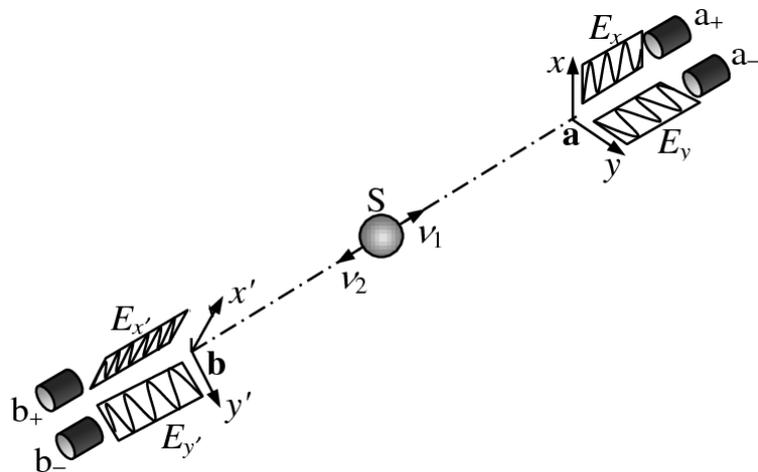
Per il principio di realta' il colore delle palle B e' una proprieta' oggettiva, e per il principio di localita' questa proprieta' preesisteva alla misura almeno finche' la distanza tra le palle A e B era di tipo spazio. L'insieme di B e' costituito circa di meta' di palle bianche e di meta' di nere, l'unica differenza tra prima e dopo la osservazione delle palle A e' che prima non sapevamo quali delle coppie avevano la nera (o la bianca) a destra e dopo la misura si'. La nostra informazione si e' dunque accresciuta con la osservazione, ma compatibilmente a una "realta' preesistente". Non emerge dunque nessuna contraddizione: realta' e localita' sono compatibili con la fisica classica

Realta' e localita' in fisica quantistica: EPR

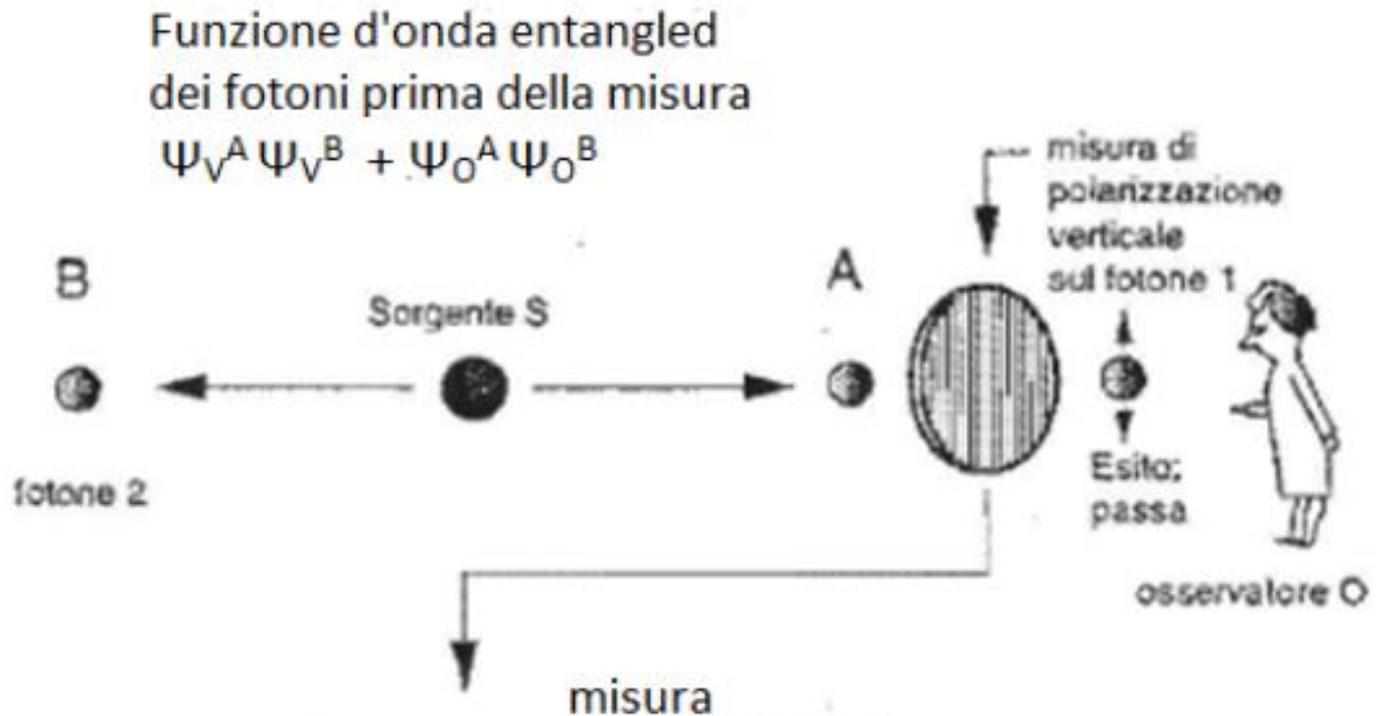
Il cosiddetto paradosso EPR (Einstein-Podolski-Rosen 1935) e' basato su un analogo quantistico dell'esperienza classica discussa precedentemente, con una funzione d'onda entangled per la polarizzazione (analogo del colore) di due fotoni (analogo delle palle)

Una sorgente S emette coppie di fotoni con polarizzazioni entangled ($\Psi_V^A \Psi_V^B + \Psi_O^A \Psi_O^B$) con A che si muove verso sinistra e B verso destra.

Quando i fotoni A e B sono a distanze di tipo spazio i fotoni A passano attraverso un polarizzatore verticale.



Circa la metà' passa e dopo la misura la funzione d'onda dei due fotoni diventa $\Psi_V^A \Psi_V^B$ perché siamo certi che i fotoni in A hanno polarizzazione V, quindi non possono averla O, ma essendo la funzione d'onda originaria entangled, se il fotone A "ha" polarizzazione V allora il fotone B "ha" polarizzazione V. Circa metà dei fotoni non passa e per lo stesso ragionamento la funzione d'onda diventa $\Psi_O^A \Psi_O^B$.



Ma per i fotoni B di $\Psi_V^A \Psi_V^B$ siamo certi che hanno polarizzazione verticale V (se misurata) e per i fotoni B di $\Psi_O^A \Psi_O^B$ siamo certi che hanno polarizzazione orizzontale O (se misurata), ma non abbiamo eseguito la misura sui fotoni B!

La polarizzazione dei fotoni B non è stata misurata (non c'è stato disturbo in B) e

quindi la polarizzazione

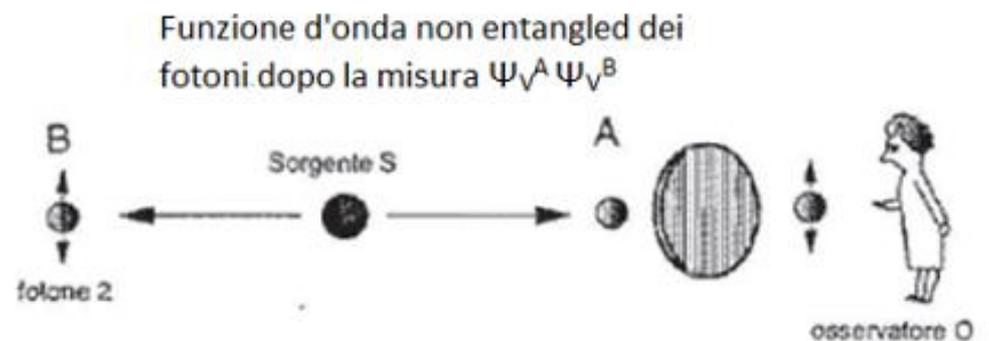
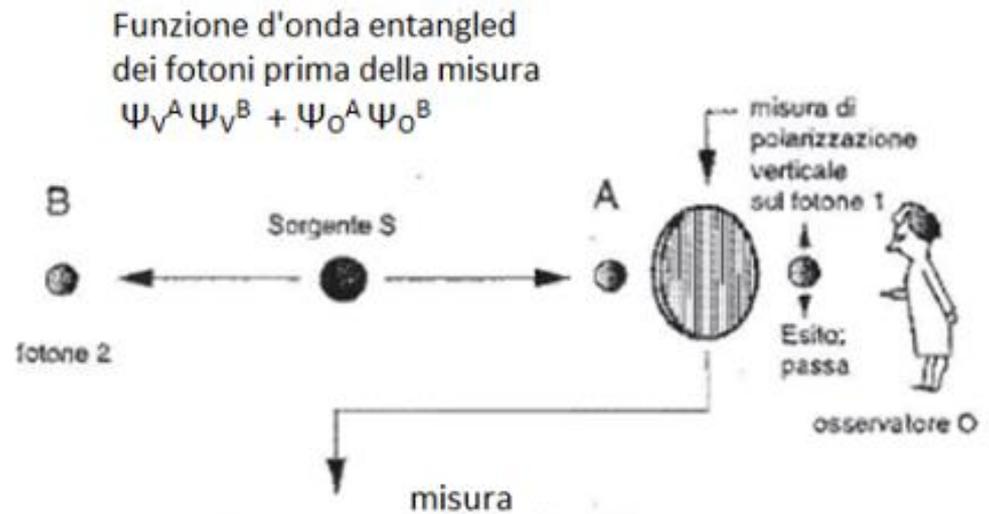
dei fotoni B è per il principio di realtà una proprietà

oggettiva e per località

preesisteva alla misura

finché A e B erano a

distanze di tipo spazio.



R+L, Incompatibilita' quantistica

Ma la funzione d'onda di tutte le coppie prima della misura era $\psi_V^A \psi_V^B + \psi_O^A \psi_O^B$ e non per meta' delle coppie $\psi_V^A \psi_V^B$ e per meta' $\psi_O^A \psi_O^B$, le due descrizioni danno luogo a effetti fisici diversi e sono quindi diverse.

Se la descrizione in termini di funzioni d'onda è la più completa possibile emerge dunque una contraddizione: se assumiamo R+L, prima della misura a distanze di tipo spazio tra A e B, avevamo due descrizioni contraddittorie. Realta' e localita' sono quindi incompatibili con la fisica quantistica.

Per risolvere il paradosso EPR ci sono dunque a priori 3 strade:

Le 3 alternative : no R

Rinunciamo al principio di realtà dichiarando che anche se so con certezza il valore di un grandezza fisica senza disturbare il sistema, ad esso non posso attribuire un carattere oggettivo indipendente dalla misura. Non posso in particolare estrapolare l'informazione all'indietro nel tempo prima della misura che ha consentito di ottenere il valore anche se conosco la dinamica del sistema osservato.

Sosteniamo che la funzione d'onda Ψ non e' una proprieta' del sistema fisico indipendente dall'osservatore, ma sintetizza un insieme massimale di informazioni su di esso.

Le 3 alternative : no R

La fisica quantistica e' un paradigma che consente di conoscere l'evoluzione dell'informazione e predizioni sui risultati di misure (Strumentalismo per Ψ). Il principio di localita' (riduzionismo) e' salvato in EPR dal fatto che le osservazioni modificano le nostre conoscenze sui sistemi, non le loro proprieta' oggettive. Ma modificando la nostra conoscenza, diversamente dal caso classico, le loro proprieta' potenziali cambiano...

No L

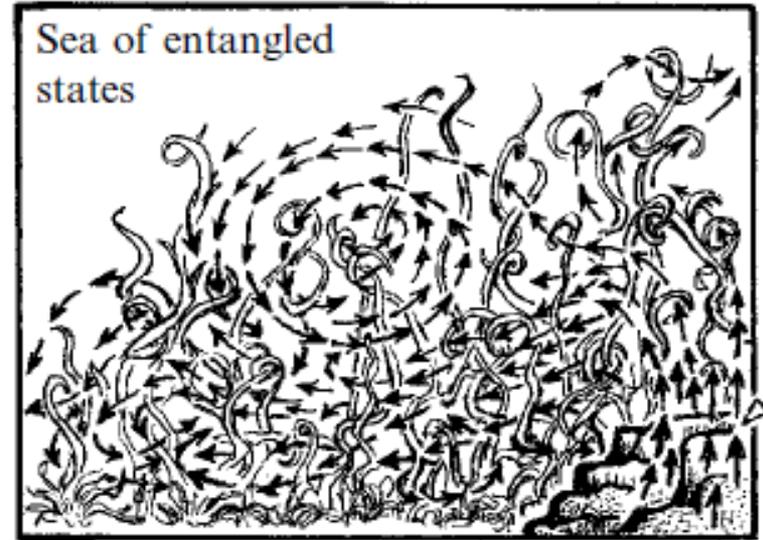
- Si dà una interpretazione realista della funzione d'onda, come descrivente le proprietà del sistema, accettando però la possibilità di una modifica istantanea delle proprietà. Ma si dimostra che usando tali modifiche non si possono trasmettere comunque informazioni a velocità maggiore della velocità della luce, quindi (in visione strumentalista) la relatività non è violata.

Non si può dunque prolungare all'indietro nel tempo l'informazione neppure se i sistemi sono a distanze di tipo spazio, perché eventuali modifiche della funzione d'onda avvengono istantaneamente.

No L

Con la rinuncia alla localita' un sistema composto e' pensato come un tutt'uno indivisibile. Il realismo e' mantenuto a prezzo della rinuncia al riduzionismo (che sostiene che un sistema e' la somma dei suoi costituenti).

Nella versione ortodossa il mondo diventa descritto da una foresta inestricabile di funzioni d'onda entangled.



Un micro-oggettivismo dei sistemi e' insostenibile. Rimane la speranza di un macro-oggettivismo almeno per la materia nel suo stato normale (se e' superfluida ci sono gia' esperimenti che lo mettono in dubbio...)

No C

Rinunciamo alla “completezza” (o massimalità) della descrizione fornita dalla MQ. Il fatto che dopo la misura di polarizzazione dei fotoni A i fotoni B “hanno” individualmente alcuni polarizzazione V altri O, senza che siano stati disturbati, può far supporre che tale proprietà l’avessero anche prima della misura (un po’ come le palle classiche), solo che la funzione d’onda entangled, che è la stessa per tutte le coppie di fotoni prima della misura, non aveva questa informazione. La descrizione in termini di funzioni d’onda non ha quindi in genere la informazione massimale, ma dà solo informazioni probabilistiche come media di “variabili nascoste” che sarebbero le vere “proprietà reali” (un po’ come in meccanica statistica l’energia media delle particelle “reali” riproduce la Temperatura termodinamica)

No C? Il teorema di Bell

- Il principio di realta' e di localita' sembrano cosi' naturali che la prima tentazione (almeno per un realista) e' quella di prendere l'opzione 3) e rinunciare alla "completezza".
- Questa scelta pero' e' messa in crisi dal teorema di Bell (1964) che dimostra che se volessimo vedere la MQ come una media su variabili nascoste locali, allora le correlazioni tra le polarizzazioni di due fotoni entangled in varie direzioni definite tramite la media di variabili nascoste, soddisfano una diseguaglianza che e' violata dalle predizioni della MQ.

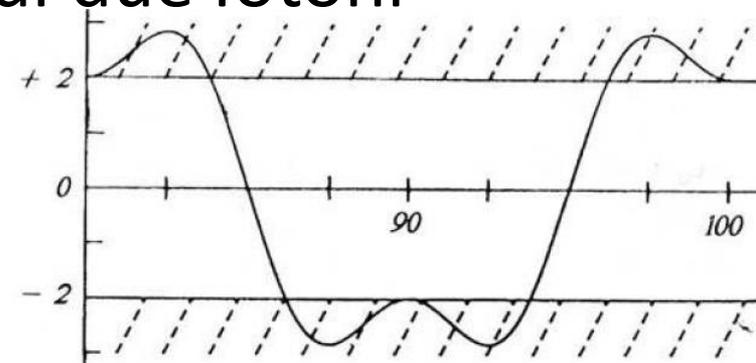


Fig. 5. $S(\theta)$ come previsto dalla meccanica quantistica per coppie nello stato (1). Il conflitto nasce nella zona tratteggiata.

No C solo se no L

- Gli esperimenti hanno poi verificato con grande precisione le predizioni della MQ, eliminando la possibilità di un completamento realistico locale della MQ e lasciando solo le opzioni no R e no L come soluzione del paradosso EPR.
- Si dimostra che in un completamento non locale della MQ (Bohm) necessariamente le “variabili nascoste” (le x) devono rimanere sconosciute anche in linea di principio altrimenti sarebbe possibile mandare segnali a velocità maggiore di c , violando la relatività (inaccettabilmente) anche in senso strumentalista.

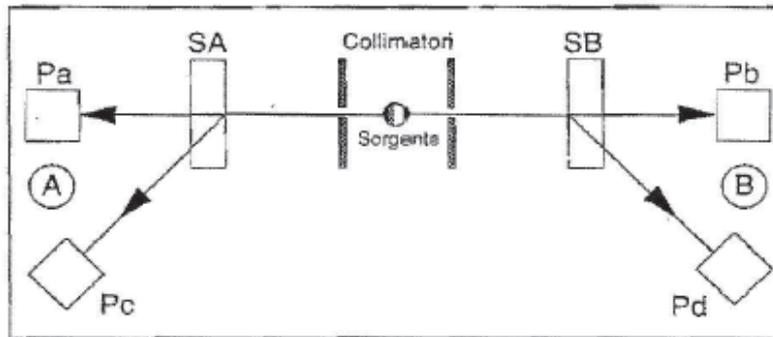
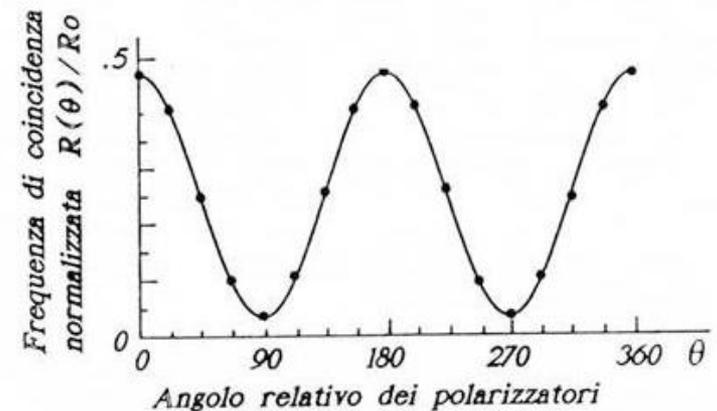
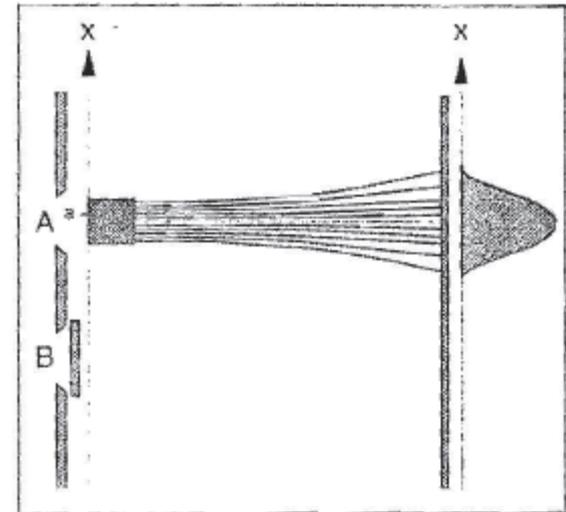
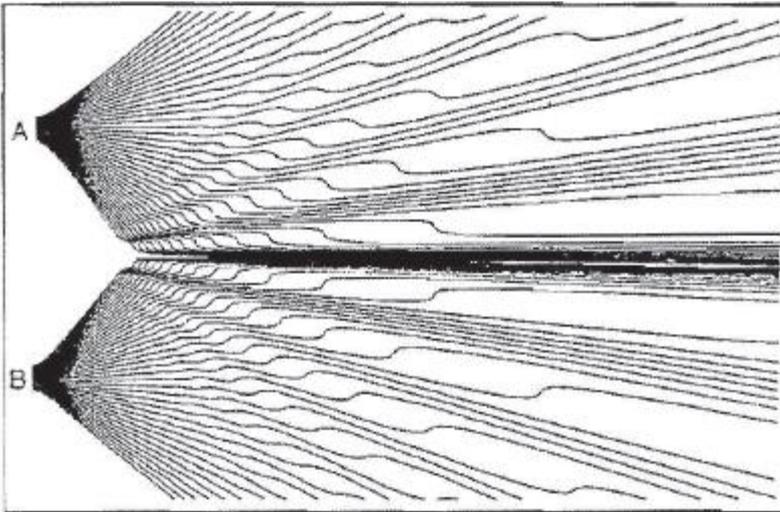


Fig. 10.3. L'esperimento di Aspect e collaboratori che rappresenta la più convincente prova sperimentale della nonlocalità quantistica.



No L No C : Bohm

- Un esempio non ortodosso di questa interpretazione e' fornito dal formalismo di Bohm (equivalente a MQ, ma solo non relativistica). E' realista, ha traiettorie ma e' contestuale, cioe' le traiettorie dipendono anche dalla disposizione sperimentale .

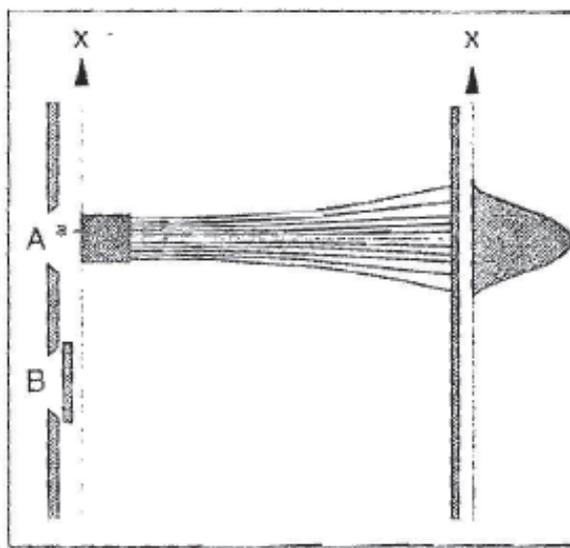
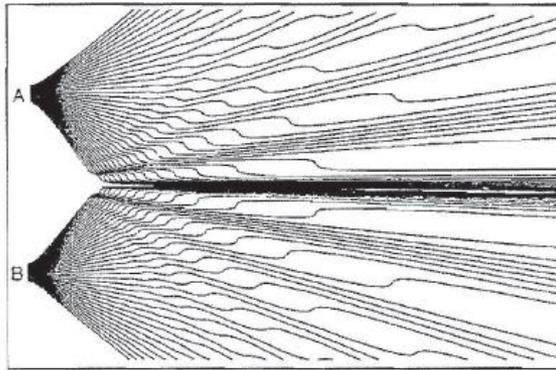


Una versione realista della MQ: Bohm

- In essa gli stati sono nuovamente descritti da posizione e velocità ($v=p/m$), ma per non violare la causalità il loro valore è sconosciuto a priori, è possibile solo una loro conoscenza probabilistica.
- In tale formalismo le variabili nascoste sono le posizioni della particella x nella funzione d'onda $\psi(x)$. Per avere una descrizione "deterministica" delle traiettorie occorre definire anche la velocità, che è ottenuta da una equazione della forma $v(t)=F(\psi(x,t))$
- E' non-locale nelle x : una modifica dell'apparato di misura si riflette istantaneamente sulle traiettorie

B aperta

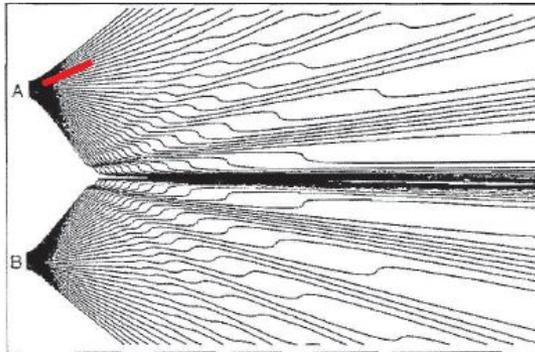
B chiusa



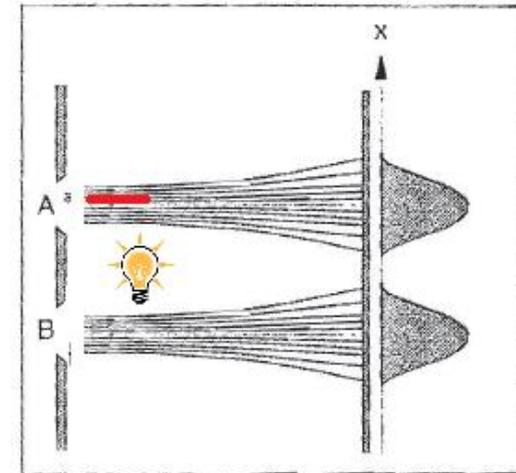
↑
x
→ y

Ma, peggio, per altre variabili come la velocità v , è contestuale, cioè il valore di v_y e.g. dipende da quale altra quantità osservabile compatibile con v (cioè che non ne disturba la misura) decidiamo di misurare...

v_x , v_y



x , v_y



Il prezzo per un realismo deterministico è la contestualità...

Per quanto stranianti, queste interpretazioni non creano paradossi, l'unico paradosso della fisica quantistica è...

...il gatto di Schroedinger...

Immaginiamo di avere un rivelatore della posizione (1 o 2) con la sua funzione d'onda Φ (anche gli oggetti macroscopici in fisica quantistica hanno funzioni d'onda a priori):

Φ_0 = indice neutro, $\Phi_1(\Phi_2)$ = indice corrispondente alla posizione 1 (2), $\psi_1(\psi_2)$ = particella in posizione 1 (2)

Nel processo di misura se la particella ha funzione d'onda ψ_1 , dopo aver interagito con il rivelatore il puntatore segnerà posizione 1, ovvero avrà funzione d'onda Φ_1 : $\psi_1 \Phi_0 \rightarrow \psi_1 \Phi_1$; lo stesso avverrà per 2: $\psi_2 \Phi_0 \rightarrow \psi_2 \Phi_2$.

Ma in fisica quantistica possiamo considerare anche particelle che hanno potenzialmente sia posizione 1 che 2.

La loro funzione d'onda è $(\psi_1 + \psi_2)$, ma allora dopo aver interagito col rivelatore anche il puntatore avrà potenzialmente sia la posizione 1 che 2:
 $(\psi_1 + \psi_2) \Phi_0 \rightarrow \psi_1 \Phi_1 + \psi_2 \Phi_2$.

La sovrapposizione quantistica tra le potenziali posizioni della particella $(\psi_1 + \psi_2)$ comporta quindi la sovrapposizione macroscopica tra le posizioni potenziali del puntatore con uno stato entangled tra particella e rivelatore.

Se osserviamo la posizione però si ha o $\psi_1 \Phi_1$ o $\psi_2 \Phi_2$.

Per mostrare quanto assurdo fosse questo Schroedinger propose di aggiungere al rivelatore un gatto chiuso in una scatola in cui si trova una boccetta di cianuro chiusa. Inoltre se la posizione della particella è 2 (ψ_2) il rivelatore con Φ_2 fa scattare un martello che rompe la boccetta e il gatto muore, se la posizione della particella è 1 (ψ_1) il rivelatore con Φ_1 non rompe la boccetta e il gatto rimane vivo.



Se la funzione d'onda della particella è $(\psi_1 + \psi_2)$ per il ragionamento precedente il gatto nella scatola è potenzialmente vivo e morto.

$$(\psi_1 + \psi_2) \Phi_0 \rightarrow \psi_1 \Phi_1 + \psi_2 \Phi_2$$

Solo aprendo la scatola il gatto diventa o vivo o morto...

Finora nessuno è riuscito a trovare una soluzione completamente soddisfacente..., ma come visto la fisica quantistica funziona benissimo ugualmente...

Descrizione matematica di un sistema fisico

Enti fondamentali

- **Osservabili**: sono quantità fisiche m che possiamo misurare ad un tempo fissato (ad esempio $t=0$) come la posizione (x) e il momento ($p = mv$) e loro funzioni come l'energia e il momento angolare.
- Si definisce **spettro dell'osservabile** m l'insieme dei valori che possiamo ottenere con una misura di m . Esso viene indicato con $\sigma(m)$. Essendo il risultato di una misura, ogni elemento di uno spettro è un numero reale per definizione.

- **Stati** : caratterizzano l'informazione sul sistema e li indicheremo con w
- Stati con **informazione massimale** sono detti stati **puri** (ad esempio condizioni iniziali in Meccanica Classica e funzioni d'onda in Meccanica Quantistica)
- E' dibattuto se l'informazione massimale corrisponde a una proprietà intrinseca del sistema (realismo) o no (antirealismo)
- Stati con informazione minore sono detti stati misti

Regole fondamentali

- **Probabilità** :Data un'osservabile m e uno stato w la teoria deve definire come si calcola la probabilità che una misura dell'osservabile m nello stato w dia un risultato nel sottoinsieme (misurabile) E di R . La indicheremo con $P_w^m(E)$, ed è confrontabile con l'esperimento.
- Questo numero reale rappresenta (interpretazione frequentista) la stima del valore medio sperimentale ottenuto misurando N volte m nello stato w ottenendo $N(E)$ volte un risultato in E , estrapolando al limite $N \rightarrow \infty$ il rapporto $N(E)/N$:
$$P_w^m(E) = \lim_{N \rightarrow \infty} N(E)/N .$$

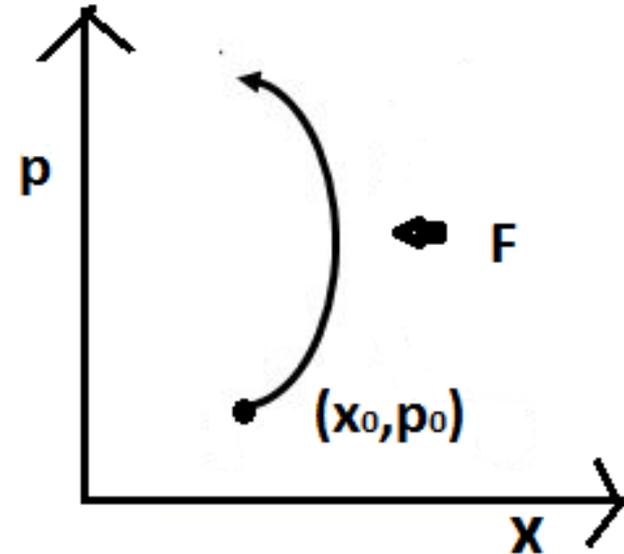
- **Evoluzione temporale** :Data una probabilità $P_w^m(E)$ ad un tempo $t=0$, date le «forze o interazioni» che agiscono sul sistema, la teoria deve prevedere come cambia tale probabilità ad un tempo $t>0$, indichiamola con $P_w^m(E,t)$, e tale probabilità è confrontabile con l'esperimento.
- Ad esempio potremmo dare una regola di evoluzione nel tempo dello stato: $w \rightarrow w(t)$ in modo che $P_w^m(E,t) = P_{w(t)}^m(E)$.
- Nel caso della MQ, $w = \psi(x)$, $w(t) = \psi(x,t)$

Diversità Classico-Quantistico

Meccanica classica

- **Osservabili**: sono descritti da funzioni di posizione e momento $m = f(x,p)$. Spettro di $f(x,p)$ sono i valori che f può assumere.
- **Stati puri**: sono descritti da punti $w = (x_0, p_0)$ nello spazio posizione-momento (spazio delle fasi), descrivono le condizioni iniziali. Essendo descritti da punti, stati puri distinti sono mutualmente incompatibili.
- **Probabilità** che una misura dell'osservabile $m = f(x,p)$ nello stato puro $w = w_{x_0 p_0} = (x_0, p_0)$ dia come risultato il valore reale $a = f(x_0, p_0)$:
$$P_w^m(a) = 1$$

- Che gli stati puri $w_{x_0 p_0} = (x_0, p_0)$ siano di informazione massimale lo si deduce dal fatto che noti posizione e momento iniziali (x_0, p_0) e le forze (F) che caratterizzano il sistema conosciamo con probabilità 1 posizione e momento (la traiettoria) ma anche tutte le altre grandezze fisiche, sia nel futuro che nel passato [determinismo newtoniano]
- Matematicamente questo è conseguenza dell'unicità della soluzione delle equazioni del moto a fissate condizioni iniziali.



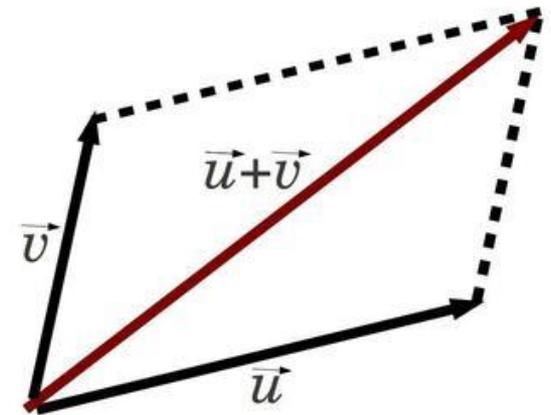
Osservabili classiche e ordine nel prodotto

- Poiché le osservabili sono descritte da funzioni, l'ordine nel prodotto di due osservabili, $m_1 = f_1(x,p)$ $m_2 = f_2(x,p)$, è irrilevante: $m_1 m_2 = m_2 m_1$
- Una misura del prodotto di due osservabili può essere pensata come la misura della prima immediatamente seguita dalla misura della seconda. Poiché l'ordine delle osservabili è irrilevante possiamo concludere che la misura di una non disturba la misura immediatamente successiva dell'altra

- **Stati misti:** sono descritti da misure di probabilità sullo spazio posizione-momento (spazio delle fasi). Ad esempio consideriamo un gas ideale in un volume V in equilibrio a temperatura T . Lo stato di una particella del gas non può essere noto (posizione-momento) in modo preciso, ma si può dare, su base di considerazioni-esperimenti fisici, una probabilità $P(x,p)$ che abbia una posizione x (equiprobabilità in V) e un momento p (distribuzione di Maxwell) che è descritta da uno stato misto $w_{VT} = P(x,p)$. Questo consente ancora di calcolare valori medi ad esempio dell'energia cinetica $K=p^2/2m$: $w_{VT}(K)=3k_B T/2$

Meccanica quantistica

- **Stati puri:** per particelle sono descritti da funzioni d'onda o nello spazio delle posizioni $\psi(x)$ o nello spazio dei momenti $\psi(p)$ (ma non nello spazio delle fasi! -> non ci sono traiettorie). Essendo funzioni si possono sommare, sono quindi dei vettori, non punti come nel caso classico. Due stati puri distinti non sono incompatibili perchè ogni vettore può essere ottenuto dalla somma di altri vettori distinti da esso.
- Per le polarizzazioni dei fotoni sono "funzioni d'onda" nello spazio 2-d delle polarizzazioni



- **Osservabili:** sono descritti da trasformazioni lineari sui vettori che rappresentano gli stati puri (interpretazione di Copenhagen). Non essendo funzioni non “assumono” valori se non sono misurate .
- Cerchiamo di darne un’idea precisa nel caso più semplice precedentemente discusso, quello della polarizzazione dei fotoni. La “funzione d’onda della polarizzazione” Ψ (stato puro di polarizzazione) e’ data da due numeri, chiamiamoli ψ_V , ψ_O , i cui moduli quadri danno la probabilita’ di trovare il fotone in polarizzazione V o O, rispettivamente ($|\psi_V|^2 + |\psi_O|^2 = 1$). Ad esempio $\Psi_V = (\psi_V = 1, \psi_O = 0)$.

- Una osservabile \mathfrak{m} nello spazio delle polarizzazioni è una trasformazione lineare della forma:

$$\mathfrak{m}: (\psi_V, \psi_O) \rightarrow (\psi'_V = a \psi_V + b \psi_O, \psi'_O = c \psi_V + d \psi_O),$$

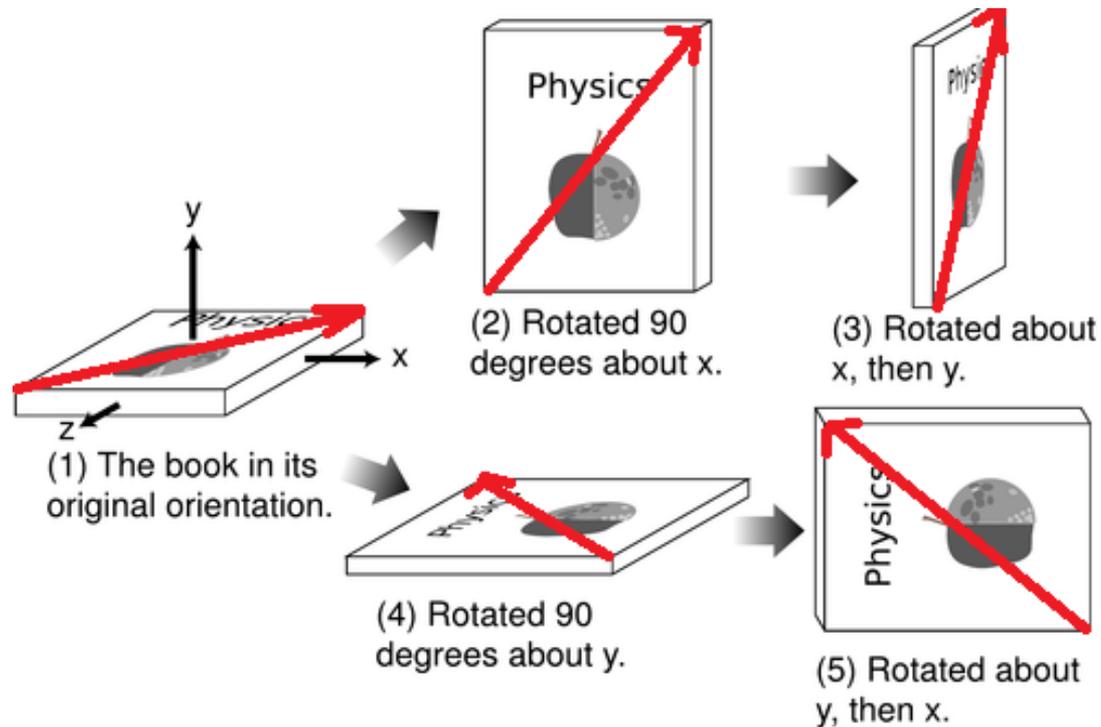
con a, b, c, d numeri. Scrivendo :

$\psi = (\psi_V, \psi_O)$ e $\psi' = (\psi'_V, \psi'_O)$ la equazione precedente si riscrive: $\mathfrak{m}: \psi \rightarrow \mathfrak{m} \psi = \psi'$. I valori che si possono ottenere misurando \mathfrak{m} , cioè lo spettro $\sigma(\mathfrak{m})$, sono i numeri λ soluzione dell'equazione $(a - \lambda)(d - \lambda) - bc = 0$.

- Se conveniamo di dare il valore $+1$ alla polarizzazione verticale e -1 a quella orizzontale, allora la osservabile polarizzazione $\mathfrak{m} = \mathfrak{p}$ è definita da $\mathfrak{p}: (\psi_V, \psi_O) \rightarrow (\psi'_V = \psi_V, \psi'_O = -\psi_O)$, cioè da $a=1, b=0, c=0, d=-1$. Lo spettro $\sigma(\mathfrak{p}) = \{+1, -1\}$ e le probabilità di ottenere tali valori con una misura sono $P^{\mathfrak{p}}_{\psi} (+1) = |\psi_V|^2$, $P^{\mathfrak{p}}_{\psi} (-1) = |\psi_O|^2$

Osservabili quantistiche e ordine nel prodotto

- Poiché le osservabili sono descritte da trasformazioni, l'ordine nel prodotto di due osservabili è in generale rilevante: $m_1 m_2 \neq m_2 m_1$



Ordine e indeterminazione

- Una misura del prodotto di due osservabili può essere pensata come la misura della prima immediatamente seguita dalla misura della seconda. Poiché l'ordine delle osservabili quantistiche è rilevante possiamo concludere che la misura di una disturba la misura immediatamente successiva dell'altra-> principio di indeterminazione di Heisenberg

- **Stati misti**: sono descritti da misure di probabilità sullo spazio degli stati puri ovvero delle funzioni d'onda Ψ . Ad esempio potremmo avere uno stato misto con Ψ_1 con probabilità p_1 e Ψ_2 con probabilità p_2 , con p_1 e p_2 probabilità classiche (che è diverso da $\Psi_1 + \Psi_2$)
- Poiché però stati puri quantistici distinti non sono incompatibili una misura di probabilità sulle funzioni d'onda può essere scritta come probabilità su diversi insiemi di funzioni d'onda, rendendo quindi non univoca la struttura probabilistica in senso classico.

Proprieta' della "realta' quantistica"

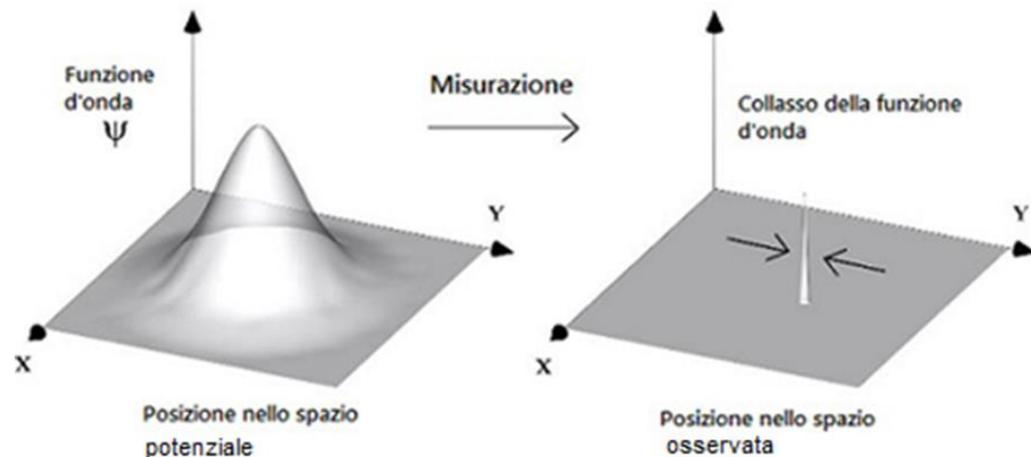
La fisica quantistica ci obbliga a rivedere alcune nozioni sulla "realta' fisica" che la nostra esperienza, formalizzata dalla fisica classica, ci aveva abituato a pensare come "naturali".
Le nuove proprieta':

Indeterminismo Una conoscenza massimale del sistema ad un istante è data da un'onda di probabilità e non ci consente la previsione certa dei risultati di misure: la "realta' quantistica" in ambito predittivo è intrinsecamente indeterministica ! In MQ

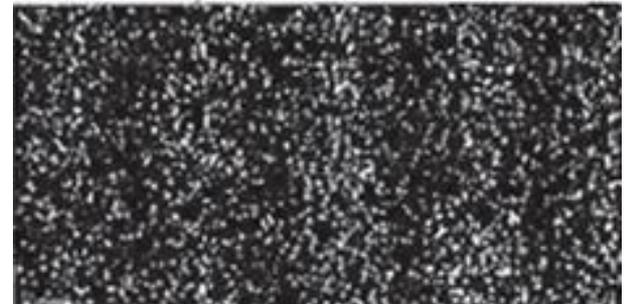
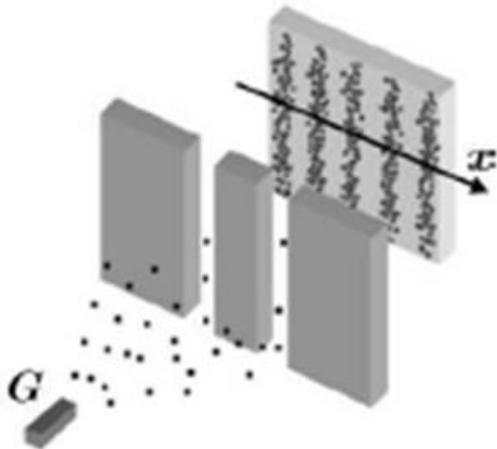
(interpretazione ortodossa)

la struttura probabilistica

è non epistemica!

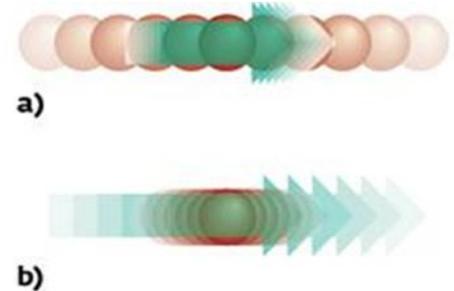
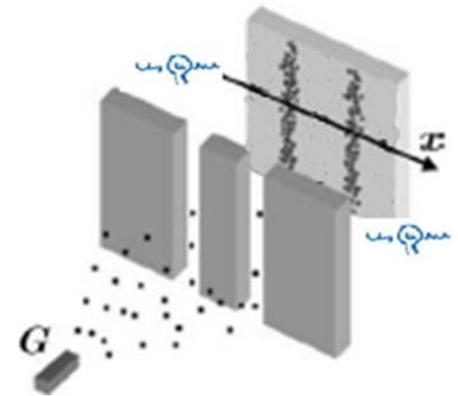


Interferenza delle probabilità La probabilità di ottenere un risultato in una misura è determinata dall'intensità (quadrato) della funzione d'onda del sistema. In caso di alternative non osservate, mutuamente esclusive se fossero osservate, (come le due fenditure) presenta il fenomeno di interferenza delle probabilità incomprensibile anche con la probabilità classica (epistemica)!

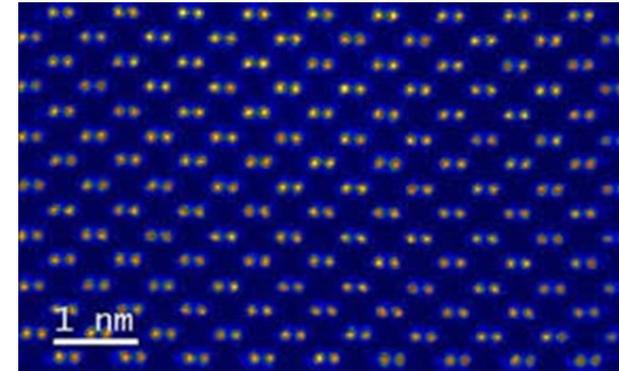


Osservazione=disturbo Il sistema osservato si comporta in modo diverso da come si comporta se non e' osservato! : l'interferenza delle probabilità scompare , la probabilità diventa epistemica.

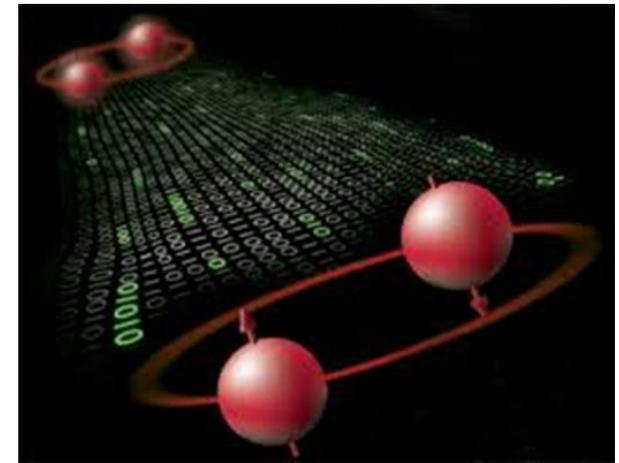
Indeterminazione Non posso conoscere simultaneamente con precisione arbitraria tutte le grandezze fisiche; in particolare posizione e momento delle particelle: Principio di indeterminazione di Heisenberg. Non ci sono traiettorie!



Perdita dell'individualità per particelle identiche In particolare le particelle della materia non possono avere neppure potenzialmente la stessa posizione (e spin)! (principio di Pauli)
Conseguenze: impenetrabilità dei corpi, chimica, proprietà dei solidi



Entanglement Esistono sistemi composti in cui le proprietà dei sottosistemi non hanno realtà indipendenti
Applicazioni: crittografia e computer quantistici



Ricordiamo che tutte le proprietà sconvolgenti del mondo dei fenomeni quantistici, la “**realta' quantistica**” di cui abbiamo parlato, sono conseguenza della sola **costante di Planck h** , se essa si annullasse tali proprietà svanirebbero, ma con **h** svanirebbero le fluttuazioni primordiali dell'universo, i corpi sarebbero attraversabili e ... non funzionerebbero i cellulari del presente e del futuro...

