Compito di Istituzioni di Relativitá
14 Luglio 2008

Un protone p^+ e un antiprotone $\bar{p}^-$ entrambi di energia $E = \sqrt{3}$ GeV si urtano ad un angolo $\varphi = \frac{\pi}{3}$ producendo la reazione

$$p^+ + \bar{p}^- \longrightarrow \eta^0 + \eta^0$$

Uno degli η^0 prodotti ha la massima energia permessa e dopo un tempo che nel proprio sistema di riferimento é pari alla sua vita media, $\tau_\eta = 10^{-18}s$, decade in due fotoni γ in condizioni di angolo minimo tra di essi. I fotoni dopo un tempo $t = 10^{-8}s$ incidono su un rivelatore la cui superficie é ortogonale alla linea di volo dell'η^0.
Si assuma $m_p = m_{\bar{p}} = 1GeV/c^2, m_\eta = 0.5GeV/c^2$ [e $\sqrt{3} \sim 1.7, \sqrt{2} \sim 1.4, \sqrt{5} \sim 2.2$].
Si calcolino

1) il momento dell'η^0 di energia massima (nel laboratorio)

2) la distanza che percorre prima di decadere

3) la distanza tra i punti di rilevazione dei due γ .

Soluzione

1) η^0 di energia massima emesso in avanti lungo la bisettrici di φ. Sia p_η il suo 3–momento nel laboratorio e p^* nel C.M.

$$M^2 = (p_+ + p_-)^2 = (2E)^2 - 2(E^2-1) - 2(E^2-1)cos\varphi = (2\sqrt{m_\eta^2 + p^{*2}})^2$$

$$\Longrightarrow p^* = \frac{\sqrt{5}}{2} GeV/c$$

$$p_\eta = \gamma_{CM}(p^* + \beta_{CM}\sqrt{p^{*2} + m_\eta^2})$$

$$\beta_{CM} = \frac{2|\vec{p}_+| cos\frac{\varphi}{2}}{2E} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2) $L = c\beta_\eta\gamma_\eta\tau \approx 6\sqrt{5} \cdot 10^{-10} \approx 10^{-9}m, \quad \beta_\eta = \frac{p_\eta}{\sqrt{p_\eta^2 + m_\eta^2}}$

3) $d = 2ct \text{ sen } \frac{\vartheta_{min}}{2} \approx \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1m, \quad \text{sen } \frac{\vartheta_{min}}{2} = \frac{1}{\gamma_\eta}$