Compito di Istituzioni di Relativitá
7 Luglio 2008
Testo corretto

Un protone p^+ in moto rettilineo e uniforme con momento $|\vec{q}_p| = \sqrt{3} GeV/c$ in presenza di un campo magnetico uniforme e costante $\vec{B}$, urta un antineutrone $\bar{n}^0$ in quiete dando luogo alla reazione

$$p^+ + \bar{n}^0 \longrightarrow e^+ + \nu_e^0$$

Il positrone e^+ viene emesso ad un angolo θ rispetto alla direzione del p^+ e la proiezione della sua traiettoria in un piano perpendicolare alla direzione del p^+ é una circonferenza di raggio r.

Si assuma $m_p = m_{\bar{n}} = 1GeV/c^2, m_e = 0.5MeV/c^2$ e $B = 10^7 V m^{-1}$.

Si determinino

1) l'angolo tra la direzione di volo del p^+ e $\vec{B}$.

2) immediatamente dopo l'urto:

i) la velocitá del centro di massa β_{CM} di $e^+\nu_e^0$

ii) il modulo del momento dell'e^+ nel centro di massa, q^*

Assumendo sen$\theta = \frac{q^*}{m_e \beta_{CM} \gamma_{CM}} 10^{-4}$

iii) il momento $\vec{q}_e$ del positrone nel laboratorio

3) il raggio r .

Soluzione

1) $\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{B} = 0 \longrightarrow \vec{v} || \vec{B}$

2) i) $\beta_{CM} = \frac{|\vec{q}_p|}{\sqrt{|\vec{q}_p|^2 + m_p^2}} + m_{\bar{n}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\gamma_{CM} = \sqrt{\frac{3}{2}})$

ii) $q^* = \frac{P^2 - m_e^2}{2P}$

$P^2 = (q_p + q_{\bar{n}})^2 = (\sqrt{|\vec{q}_p|^2 + m_p^2} + m_{\bar{n}})^2 - |\vec{q}_p|^2 \Longrightarrow q^* \simeq \frac{P}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}} GeV/C$

iii) ϑ^* = angolo di emissione dell'e^+ nel CM

q^* senθ^* = $|\vec{q}_e|$ sen θ

q^* cosθ^* = $\gamma_{CM}(|\vec{q}_e|$ cosθ - $\beta_{CM}\sqrt{|\vec{q}_e|^2 + m_e^2})$

$q^{*2} = \gamma_{CM}^2(|\vec{q}_e| \cos\theta - \beta_{CM}\sqrt{|\vec{q}_e|^2 + m_e^2})^2 + |\vec{q}_e|^2 sen^2\theta$

senθ = $\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{5\cdot10^{-3}\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{1}{3}}} \cdot 10^{-4} \simeq 3.4 \cdot 10^{-2} \ll \cos\theta \approx 1 \Rightarrow |\vec{q}_e| \approx \frac{3+\sqrt{3}}{2} GeV/C$

3) $r = \frac{c|\vec{q}_e| sen\theta}{eB} \approx \frac{3+\sqrt{3}}{2} 3 \cdot 3.4 10^{-1} m$