FACOLTA` DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ENERGETICA
PROVA SCRITTA DI COMPLEMENTI DI FISICA
29/01/2009

Nome --

Matricola--

Ogni domanda vale 3 punti.

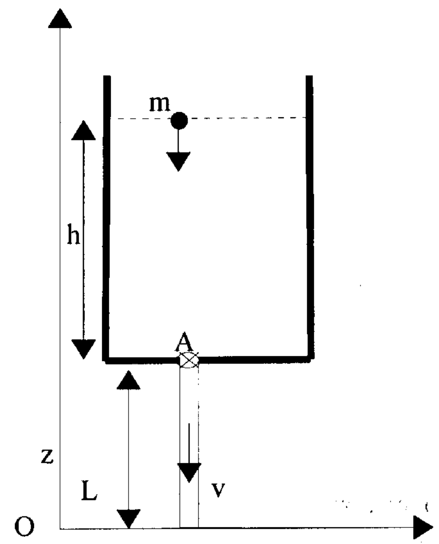
Problema 1

Una sfera di alluminio di massa m=150 grammi e densita` $\rho_{Al}=2.7\cdot 10^3$ kg/m$^3$ viene lasciata cadere in un serbatoio contenente olio fino al livello h, partendo con velocita` nulla dalla superficie libera del liquido, come in figura. Assumendo il moto in regime laminare, la sfera risente di una forza di attrito viscoso data dalla legge di Stokes $F=-6\pi\eta Rv$, dove R e` il raggio della sfera e $\eta$ e` la viscosita` dell'olio.
Determinare:

1) La velocita` limite di caduta della sfera nell'olio. Si assuma $\rho_{olio}=800$ kg/m^3 e $\eta_{olio}=0.25$kg/ms;
2) L'altezza h dell'olio nel serbatoio, se la sfera impiega 1.5 secondi per arrivare sul fondo;

Successivamente il serbatoio viene svuotato dell'olio e viene riempito di acqua fino allo stesso livello h ($\rho_{acqua}=10^3$kg/m^3). Ad un certo istante viene aperto un rubinetto sul fondo del serbatoio (A in figura) in modo che l'acqua fluisca in caduta libera all'interno di un tubo verticale di raggio r=1cm e lungo L=3 m. Assumendo la sezione del serbatoio molto piu` grande di quella del tubo, trascurando il volume del tubo, e considerando l'acqua un fluido ideale, si determinini:

3) La potenza massima P_{max}, ottenibile sfruttando la caduta dell'acqua e trascurando le dissipazioni di energia;
4) Qual e` il livello dell'acqua nel serbatoio in corrispondenza del quale si ottiene una potenza $P=P_{max}/2$



$$1)\ m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_A \Rightarrow R = \left(\frac{3m}{4\pi\rho_A}\right)^{1/3} = 0.024\,m$$

$$ma = mg - F_A - 6\pi\eta R v$$

$$F_A = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g = V\rho_0 g$$

$$a = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_A}\right) - \frac{9\eta v}{2R^2\rho_A} = \frac{dv}{dt} = (6.898 - 0.723v)\,m/$$

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv \Rightarrow \int_0^v \frac{dv}{A - Bv} = \int_0^t dt$$

$$\ln\frac{A - Bv}{A} = -Bt \Rightarrow v(t) = \frac{A}{B}\left(1 - e^{-Bt}\right)$$

$$v_L = \frac{A}{B} = 9.5\,m/s$$

$$2)\ h = \int_0^t v_L\left(1 - e^{-Bt}\right)dt = v_L\left[t + \frac{e^{-Bt}}{B}\right]_0^t =$$

$$= v_L\left[t + \frac{e^{-Bt}}{B} - \frac{1}{B}\right] = 5.6\,m$$

$$3)\ P_0 + \rho g(h + L) + \frac{1}{2}\rho \underset{\sim 0}{v_i^2} = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2$$

$$v_0^2 = 2g(h + L) \Rightarrow v_0 = 12.98\,m/s$$

$$dW = \frac{dm}{2}\left(v_0^2 - v_i^2\right) = \frac{dm}{2}v_0^2 = \frac{\rho\,dV}{2}v_0^2 = \rho\,dV\,g($$

$$S = \pi r^2 = 3.14\cdot 10^{-4}\,m^2 \Rightarrow q = vS = 4.1\cdot 10^{-3}\,m^3/s$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \rho g(h + L)\underset{\overset{\shortparallel}{q}}{\frac{dV}{dt}} = \sqrt{2}\,S\rho\left[g(h + L)\right] = 274.9\,W$$

4) $\rho f = \sqrt{2}\,\pi l\,[g(h'+l)]^{\dots}$ $\qquad f = \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{\rho f}{\pi l\sqrt{2}}\right)^{2/3} = g(h'+l) \Rightarrow h' = \frac{1}{g}\left(\frac{\rho f}{\pi l\sqrt{2}}\right) -$$

$$= 2.4\ m$$

Problema 2

Un fascio di luce polarizzato rettilineamente si propaga in aria e incide con un angolo di incidenza θ_i=80° su un mezzo trasparente di indice di rifrazione n=1.5. Si osserva che l'angolo di polarizzazione della luce trasmessa e` β_t = 45° .
Determinare:

1) L'angolo di polarizzazione della luce incidente, β_i;
2) Il grado di polarizzazione della luce incidente;
3) La percentuale di luce trasmessa.

1) $\sin\theta_i = n\sin\theta_t \Rightarrow \theta_t = \arcsin\dfrac{\sin\theta_i}{n} = 41$

$$\begin{cases} t_\pi = \dfrac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)\cos(\theta_i-\theta_t)} = 0.342 \\[2ex] t_\sigma = \dfrac{2\sin\theta_t\cos\theta_i}{\sin(\theta_i+\theta_t)} = 0.266 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{0t\pi} = E_{0i\pi}\,t_\pi \\ E_{0t\sigma} = E_{0i\sigma}\,t_\sigma \end{cases} \qquad E_{0i\pi}\,t_\pi = E_{0i\sigma}\,t_\sigma$$

$$E_{0i\sigma} = \frac{t_\pi}{t_\sigma} E_{0i\pi} \Rightarrow \operatorname{tg}\beta_i = \frac{E_{0i\sigma}}{E_{0i\pi}} = \frac{t_\pi}{t_\sigma} \Rightarrow \beta_i$$

2) $$P_i = \frac{W_{i\sigma} - W_{i\pi}}{W_{i\sigma} + W_{i\pi}} = \frac{I_{i\sigma} - I_{i\pi}}{I_{i\sigma} + I_{i\pi}} = \frac{E_{0i\sigma}^2 - E_{0i\pi}^2}{E_{0i\sigma}^2 + E_{0i\pi}^2}$$

$$= \frac{E_{0i}^2(\sin^2\beta_i - \cos^2\beta_i)}{E_{0i}^2(\sin^2\beta_i + \cos^2\beta_i)} = \sin^2\beta_i - \cos^2\beta_i = 0.246$$

3) $$T = T_\pi \cos^2\beta_i + T_\sigma \sin^2\beta_i$$

$$\begin{cases} T_\pi = 1 - R_\pi = 1 - r_\pi^2 = 0.763 \\ T_\sigma = 1 - R_\sigma = 1 - r_\sigma^2 = 0.455 \end{cases}$$

$$r_\pi = \frac{\operatorname{tg}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{tg}(\theta_i + \theta_t)} = -0.487$$

$$r_\sigma = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = -0.738$$

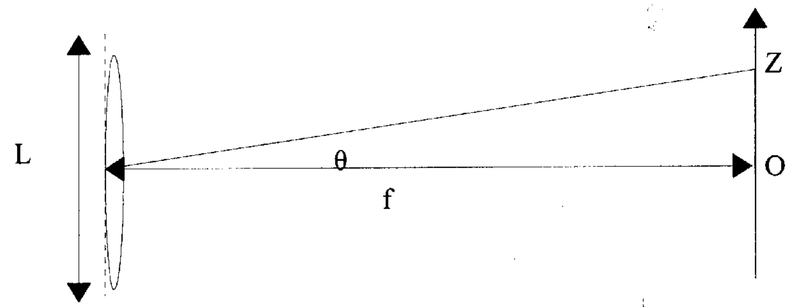
$$T = 0.571$$

Problema 3

Un reticolo di diffrazione e` costituito da N=1000 fenditure di larghezza a. Le frange di interferenza si osservano su uno schermo posto sul piano focale di una lente sottile convergente, adiacente al reticolo, di lunghezza focale f=1m. Si osserva che, a causa della diffrazione, sono soppressi i massimi di interferenza di ordine m=6m' (m'=1, 2, 3,....). Se il reticolo viene illuminato con luce di lunghezza d'onda λ_1 =589 nm, si osserva che la prima frangia soppressa si trova sullo schermo a z_1=5 cm dall'asse del reticolo.

Determinare:

1) Quante righe si osservano con intensita` superiore al 10% di quella della riga centrale;
2) La larghezza a delle fenditure, il passo d e la larghezza L del reticolo;
3) Di quanto si sposta il massimo di interferenza di ordine m=4 se si illumina il reticolo con luce di lunghezza d'onda λ_2=486 nm invece di λ_1 ;
4) La larghezza sullo schermo della riga del massimo di interferenza di ordine m=4 per la lunghezza d'onda λ_1.



) $\frac{a}{d} = \frac{m'}{m} = \frac{1}{6} \Rightarrow d = 6a$

$m = \left[\frac{\sin \frac{m\pi a}{d}}{\frac{m\pi a}{d}} \right]^2 = \left[\frac{\sin \frac{m\pi}{6}}{\frac{m\pi}{6}} \right]^2 = 1, 0.91, 0.68, 0.41, 0.17, [0.04, \ldots]$

$\Rightarrow 4 \times 2 = 8$ righe oltre alla centrale.

) MINIMI DI DIFFR.:

$\sin\theta = m\frac{\lambda}{a}$; $z_1 = f \operatorname{tg} \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{z_1}{f} = 2.86°$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\lambda_1}{\sin\theta_1} = 1.18 \cdot 10^{-} \, m \Rightarrow d = 7.08 \cdot 10^{-} \, m$

$L = Nd = 7.08 \, cm$

) $z_1^{MAX} = f \, tg \, \theta_1^{MAX}$

$\sin\theta_1^{MAX} = m \frac{\lambda_1}{d} = 4 \frac{\lambda_1}{d} \Rightarrow \theta_1^{MAX} = 1.91°$

$z_1^{MAX} = 3.3 \, cm$

$z_2^{MAX} = f \, tg \, \theta_2^{MAX}; \; \sin\theta_2^{MAX} = 4 \frac{\lambda_2}{d} \Rightarrow \theta_2^{MAX} = 1.57°$

$\Rightarrow z_2^{MAX} = 2.7 \, cm \Rightarrow \Delta z = 5.5 \, mm$

) MINIMI INTERF.

$\sin\theta = m \frac{\lambda}{Nd}; \; \Delta\theta_{MAX} = \frac{2\lambda_1}{Nd\cos\theta_{MAX}} = 1.66 \cdot 10^{-5} \, rad$

$\theta_{MAX} = 1.91°$

$\Delta z = f \Delta\theta_{MAX} = 16.6 \, \mu m$