

"Elementi di Fisica" per Ingegneria Energetica-Laurea Magistrale, prima Squadra
(M. Margoni) Compito 25/2/11

COGNOME.....NOME.....MATRICOLA.....

Riportare lo svolgimento e i risultati delle domande di seguito al testo dei problemi. Non verranno corretti i fogli di brutta copia.

Problema 1

Un fascio di luce polarizzata rettilineamente, di sezione $S_i=10 \text{ cm}^2$, si propaga in aria e incide con un angolo di incidenza $\theta_i=50^\circ$ su un mezzo trasparente di indice di rifrazione $n=1.5$. Si osserva che l'angolo di polarizzazione della luce riflessa e' $\beta_r=45^\circ$ e che l'ampiezza massima del campo elettrico riflesso e' $E_{or}=5 \text{ V/m}$.

Determinare:

- L'angolo di polarizzazione della luce trasmessa, β_t ;
- La potenza della luce incidente;
- Il grado di polarizzazione della luce incidente;
- L'intensità della luce trasmessa;
- Che indice di rifrazione n' dovrebbe avere il mezzo trasparente per ottenere lo stesso campo elettrico trasmesso nel caso di incidenza normale.

$$\theta) \sin \theta_i = n \sin \theta_t \Rightarrow \theta_t = 30.7^\circ$$

$$r_\pi = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} = 0.057; \quad r_G = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = -0.335$$

$$t_\pi = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} = 0.705$$

$$t_G = \frac{2 \sin \theta_t \sin \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} = 0.665$$

$$E_{on\pi} = n_{\pi} E_{oi\pi} \Rightarrow E_{oi\pi} = \frac{E_{on\pi}}{n_{\pi}}$$

$$E_{on\sigma} = n_{\sigma} E_{oi\sigma} \Rightarrow E_{oi\sigma} = \frac{E_{on\sigma}}{n_{\sigma}}$$

$$E_{ot\pi} = t_{\pi} E_{oi\pi} = \frac{t_{\pi}}{n_{\pi}} E_{on\pi}$$

$$E_{ot\sigma} = t_{\sigma} E_{oi\sigma} = \frac{t_{\sigma}}{n_{\sigma}} E_{on\sigma}$$

$$t_g \beta_t = \frac{E_{ot\sigma}}{E_{ot\pi}} = \frac{t_{\sigma}}{n_{\sigma}} \frac{n_{\pi}}{t_{\pi}} \Rightarrow \beta_t = -9.12^\circ$$

$$e) E_{on\pi} = E_{on\sigma} = \frac{E_{on}}{\sqrt{2}} = 3.54 \text{ V/m}$$

$$E_{oi\pi} = \frac{E_{on\pi}}{n_{\pi}} = 62.03 \text{ V/m}$$

$$E_{oi\sigma} = \frac{E_{on\sigma}}{n_{\sigma}} = 10.55 \text{ V/m}$$

$$\Rightarrow E_{oi} = \sqrt{E_{oi\pi}^2 + E_{oi\sigma}^2} = 62.9 \text{ V/m}$$

$$I_i = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_{oi}^2 = 5.26 \text{ W/m}^2; W_i = I_i S_i = 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$c) P_i = \frac{W_{i\sigma} - W_{i\pi}}{W_{i\sigma} + W_{i\pi}} = \frac{E_{oi\sigma}^2 - E_{oi\pi}^2}{E_{oi}^2} = 96\%$$

$$d) W_t = W_i - W_r = W_i - I_s S_i = W_i - \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_{on}^2 S_i$$

$$= \frac{1}{2} 5.22 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$R_{\pi} = n_{\pi}^2 = 0.0032$$

$$R_{\sigma} = n_{\sigma}^2 = 0.112$$

$$S_t = S_i \frac{\omega R_t}{\omega L_i} = 13.32 \text{ cm}^2 \Rightarrow I_t = \frac{W_t}{S_t} = 3.93 \text{ W/m}^2$$

$$e) I_t = \frac{1}{2} n \epsilon_0 c E_{ot}^2 \Rightarrow E_{ot} = \sqrt{\frac{2 I_t}{n \epsilon_0 c}} = 54.42 \text{ V/m}$$

$$t = \frac{E_{ot}}{E_{oi}} = \frac{2}{1+m'} \Rightarrow t(1+m') = 2 \Rightarrow m' = \frac{2}{t} - 1 = 1.83$$

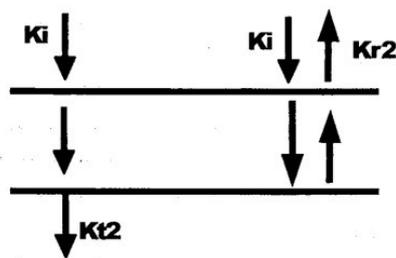
$$= 0.706$$

Problema 2

Una lamina trasparente immersa nell'aria, di spessore $d_1=1\ \mu\text{m}$ e indice di rifrazione $n=1.5$, viene illuminata perpendicolarmente con radiazione di lunghezza d'onda λ_1 . Si verifica che in tali condizioni l'interferenza della radiazione riflessa dalle due superficie della lamina presenta un minimo di ordine m . Illuminando la stessa lamina con radiazione di lunghezza d'onda λ_2 , si è in presenza di un minimo di interferenza di ordine $m+1$. La differenza tra le due lunghezze d'onda è pari a $\Delta\lambda=5\cdot 10^{-7}\text{m}$.

Trascurando le riflessioni multiple determinare:

- Le lunghezze d'onda λ_1 e λ_2 e gli ordini dei minimi di interferenza corrispondenti;
- Il rapporto tra l'intensità della radiazione che emerge dalla seconda faccia della lamina dopo averla attraversata completamente e l'intensità della radiazione incidente;
- Il rapporto tra l'ampiezza dei campi elettrici delle onde Kr_2 e Kt_2 in figura, e il loro sfasamento se la lamina viene illuminata con radiazione di lunghezza d'onda λ_1 ;
- Il rapporto r_A^2 tra l'intensità della radiazione riflessa (interferenza tra i contributi di entrambe le facce) e quella incidente, se si illumina una lamina di spessore $d_2=d_1/2$ con radiazione di lunghezza d'onda λ_1 ;
- Il minimo spessore $d_3 > d_1$ che deve avere una lamina affinché il rapporto tra l'intensità della radiazione riflessa e incidente sia pari a r_A^2 (uguale alla domanda precedente), se viene illuminata da radiazione di lunghezza d'onda λ_2 .



$$a) d = \frac{m d_1}{2m} = \frac{(m+1) d_2}{2m} \Rightarrow d_1 = \frac{m+1}{m} d_2$$

$$d_1 = \frac{2md}{m}$$

$$\Delta d = d_1 - d_2 = \frac{d_2}{m}; \quad d_2 = m \Delta d; \quad d_1 = (m+1) \Delta d = \frac{2md}{m}$$

$$(m^2 + m) \Delta d - 2md = 0$$

$$m = \frac{-\Delta d \pm \sqrt{\Delta d^2 + 8md \Delta d}}{2 \Delta d} = \frac{-1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{8md}{4 \Delta d}}}{2} = \sqrt{2} - 3$$

$$m+1=3 \Rightarrow d_1 = 1.5 \mu m; \quad d_2 = 1 \mu m$$

$$b) R = \left(\frac{1-m}{1+m} \right)^2 = 0.04; \quad T = 1-R = 0.96 \Rightarrow T^2 = 0.92$$

$$c) |E_{r2}| = |E_i t_1 r_2 t_1| \Rightarrow \frac{|E_{r2}|}{|E_{t2}|} = R_2 = \frac{m-1}{m+1} = 0.2$$

$$|E_{t2}| = |E_i t_1 t_2|$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} m d = 2\pi$$

$$d) R_4^2 = 4R \sin^2 \left(\frac{2\pi d_1 m}{2 \lambda_1} \right) = 0.08$$

$$e) 4R \sin^2 \left(\frac{2\pi d_3 m}{\lambda_2} \right) = 4R \sin^2 \left(\frac{\pi d_1 m}{\lambda_1} \right)$$

$$\frac{2\pi d_3 m}{\lambda_2} = \frac{\pi d_1 m}{\lambda_1} + N\pi \quad \text{oppure} \quad \frac{2\pi d_3 m}{\lambda_2} = \frac{\pi d_1 m}{\lambda_1} + N\pi$$

$$d_3 = \frac{\lambda_2}{2m} \left(\frac{d_1 m}{\lambda_1} + N \right) = 3.33 \cdot 10^{-7} (1+N)$$

$$\Rightarrow d_3 = 1.33 \cdot 10^{-6} m$$

oppure

$$d_3 = \frac{\lambda_2}{2m} \left(1 - \frac{d_1 m}{\lambda_1} + N \right) = 3.33 \cdot 10^{-7} N$$