Esercizi di cinematica- Soluzioni

1. Sia dato un punto materiale che si muove su una traiettoria con velocità scalare v=2t-1. Determinare la legge oraria sapendo che al tempo t=1 s il punto si trova nella posizione di ascissa curvilinea s=5.0 m.

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad v(t)\cdot dt = ds \qquad \int_1^t (2t-1)dt = \int_{s_1}^{s} ds \qquad s - s_1 = \left| t^2 - t \right|_1^t$$

$$s = t^2 - t - (1-1) + 5 = t^2 - t + 5m$$

2. Sia dato un punto materiale che si muove su una traiettoria con accelerazione scalare a=3t. Determinare la legge oraria del moto sapendo che al tempo t=1 s si ha v=0 m/s e che a t=2 s si ha s=2.0 m.

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad dv = a(t)dt \qquad \int_0^v dv = \int_1^t 3t\cdot dt \qquad v(t) = \left|\frac{3}{2}t^2\right|_1^t = \frac{3}{2}\left(t^2-1\right)m/s$$

$$ds = v(t)\cdot dt \qquad \int_{2.0}^{s} ds = \int_2^t \left(\frac{3}{2}\left(t^2-1\right)\right)dt \qquad \Rightarrow \qquad s = \frac{1}{2}t^3 - \frac{3}{2}t + 1m$$

3. Siano date, in un sistema cartesiano ortogonale, le coordinate della posizione di un punto materiale in movimento in funzione del tempo:

$$\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 4t \\ z = 0 \end{cases}$$

Si determinino il vettore posizione **r**, il vettore velocità, **v**, e il vettore accelerazione, **a**. Si calcolino i corrispondenti valori per t=1 .

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{r}(t) = 3t^2\vec{i} + 4t\vec{j} \qquad |r| = \sqrt{9t^4 + 16t^2} = t\sqrt{9t^2+16}m$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \vec{v} = 6t\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}(m/s) \qquad \vec{a}(t) = 6\vec{i}\,(m/s^2)$$

Al tempo t=1 si ha:

$$\vec{r} = 3\vec{i} + 4\vec{j}(m) \qquad \vec{v} = 6\vec{i} + 4\vec{j}(m/s) \qquad \vec{a} = 6\vec{i}\,(m/s^2)$$

4. La velocità di una particella è data da **v**(t)= (4.0t **i**+8.0 **j**) m/s. La particella si trova nell'origine delle coordinate a t=0. a) quale è la sua accelerazione ? b) Quale è la sua velocità iniziale? c) Quale è la sua posizione in funzione del tempo?

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 4.0\vec{i}\,(m/s^2) \qquad \vec{v}_{in} = \vec{v}(0) = 8.0\vec{j}(m/s)$$

$$d\vec{r} = \vec{v}(t)\cdot dt \qquad \int_0^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \left(4.0t\cdot\vec{i} + 8.0\vec{j}\right)dt \qquad \Rightarrow \qquad \vec{r} = 2.0t^2\,\vec{i} + 8.0t\cdot\vec{j}$$

5. La posizione di una particella è **r**(t)= (3.0 t^2 **i**+ 5.0 **j**-6.0t **k**)m . Si determinino velocità e accelerazione in funzione del tempo.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (6.0t\cdot\vec{i} - 6.0\cdot\vec{k})m \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6.0\cdot\vec{i}\left(m/s^2\right)$$

6. Sia dato il vettore accelerazione ,**a**=3 **i** m/s^2 ,di un punto materiale in movimento. Calcolare il vettore posizione , **r**, sapendo che all'istante t=1 s è **v**=3.0 **i**+2.0 **j** e che per t=2 s è **r**=3.0**i**+**j**.

$$\vec{a}dt = d\vec{v} \qquad \vec{v} = \int_{v_1}^{v} d\vec{v} = \int_{1}^{t} 3.0\vec{i}\,dt \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = 3.0t\cdot\vec{i} - 3.0\cdot\vec{i} + 3.0\vec{i} + 2.0\vec{j} = 3.0t\cdot\vec{i} + 2.0\vec{j}$$

$$\vec{v}dt = d\vec{r} \qquad \vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{2}^{t} \left(3.0t\cdot\vec{i} + 2.0\vec{j}\right)dt \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = \frac{3.0t^2}{2}\cdot\vec{i} + 2.0t\cdot\vec{j} - 6.0\cdot\vec{i} - 4.0\cdot\vec{j} + 3.0\cdot\vec{i} + \vec{j}$$

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{3.0t^2}{2} - 3.0\right)\vec{i} + \left(2.0t - 3.0\right)\vec{j}$$

7. Una pallina cade dal bordo di un tavolo di altezza h=1.0 m e cade a terra in un punto che dista d=3.0 m dallo spigolo del tavolo. a) Quanto tempo è durato il moto? b) Quale era la velocità iniziale della pallina? c) Con che velocità tocca terra?

$$\begin{cases} v_x = ? \\ v_y = -gt \end{cases} \quad \begin{cases} x = v_x t \\ y = h - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad y = 0 \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.45s$$

$$v_x = \sqrt{\frac{x^2 g}{2h}} = 6.64m/s \qquad \begin{cases} v_{fin,x} = v_x = 6.64m/s \\ v_{fin,y} = -g\sqrt{\frac{2h}{g}} = -4.43m/s \end{cases}$$

$$v_{fin} = \sqrt{v_{fin,x}{}^2 + v_{fin,y}{}^2} = 7.98m/s$$

8. Un saltatore in lungo può saltare 7.9 m quando si dà la battuta a 45° rispetto all'orizzontale. Assumendo che egli sia in grado di saltare con la stessa velocità iniziale a tutti gli angoli, quanta distanza perde se dà la battuta a 30°?

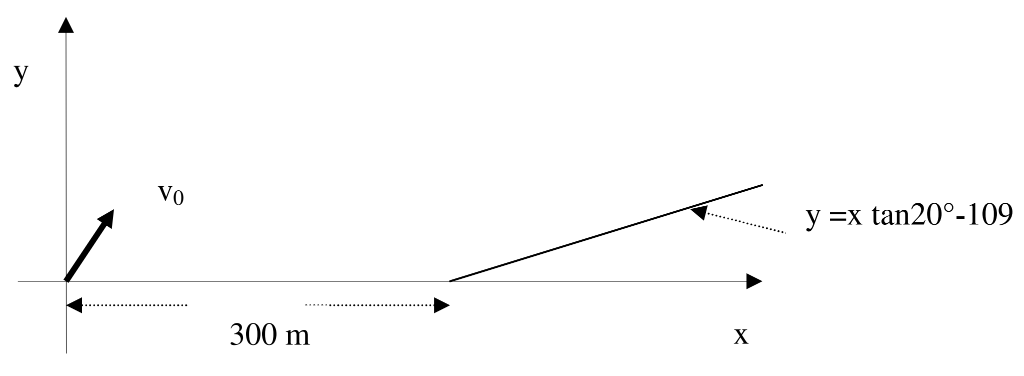
$$x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad x_{1,\max} = 7.9 = \frac{v_0^2 \sin 2\cdot 45}{g} \quad \Rightarrow \quad v_0 = 8.8m/s$$

$$x_{2,\max} = 6.84m \qquad \Delta x = 7.9 - 6.84 = 1.06m$$

9. Un giocatore di calcio tira un rigore a 12 m dalla porta. Se la palla lascia il suo piede con un'inclinazione di 20° rispetto all'orizzontale e si infila nella porta ad un'altezza h=2.1 m, quale era la sua velocità iniziale?

$$\begin{cases} x = v_o \cos\alpha\cdot t \\ y = v_0 \sin\alpha\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 11 = v_o \cos\alpha\cdot t \\ 2.1 = v_0 \sin\alpha\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \Rightarrow v_0 = 18.8m/s = 68km/h$$

10. Un proiettile viene sparato con un alzo di 60° contro una collina la cui base dista 300 m. La velocità iniziale del proiettile è v_0=75 m/s. Il pendio della collina può approssimativamente essere

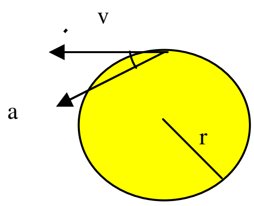


rappresentato come una linea retta di equazione y=(x tan 20°-109) m. In quale punto della collina cadrà il proiettile?

$$y = x\tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 \quad \Rightarrow \quad x\tan 20 - 109 = x\tan 60 - \frac{g}{2(75)^2\cos^2 60}x^2$$

$$x = 461m$$

11



Una particella, inizialmente ferma, si muove lungo una circonferenza di raggio r=7 cm con accelerazione angolare costante. Se, dopo un tempo t*=3 s dall'inizio del moto, la direzione dell'accelerazione risultante della particella forma un angolo di 30° con la direzione della velocità posseduta dal punto a t*, determinare:
1) l'accelerazione angolare della particella,
2) lo spazio percorso lungo la circonferenza fino all'istante t=t*,

1) L'accelerazione angolare è costante e la velocità iniziale è nulla. Inoltre si sa che la componente tangenziale dell'accelerazione è parallela alla velocità istantanea e quella normale è diretta come il raggio della circonferenza nel punto considerato. Da cui:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = \alpha t \qquad (\omega_0 = 0) \quad \frac{a_n}{a_t} = tg30^o$$

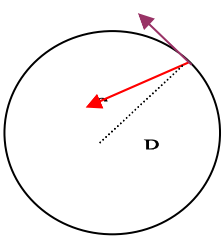
$$a_n = \omega^2 r \qquad a_t = \alpha r$$

$$\alpha = \frac{tg\theta}{t^2} = \frac{.577}{9}\ s^{-2} = 0.064\text{rad/s}^2$$

2)

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \text{per } t = t^* = 3s \quad \theta(t) = 0.289\text{ rad} \quad \text{s} = \text{r}\theta \quad \text{s} = 0.020m = 2.0cm$$

12. Un punto materiale si muove su una traiettoria circolare di raggio R=3m. Ad un certo istante la sua velocità è v=18 m/s e la sua accelerazione (costante in modulo durante il moto) forma un angolo θ=24° con la direzione radiale.
Si determinino:
a) l'accelerazione tangenziale del punto, b) il modulo dell'accelerazione, c) in quanto tempo, dall'istante iniziale, il punto materiale compie un giro.



Dalle definizioni di accelerazione normale e tangenziale nel moto piano si ottiene:

$$a_N = \frac{v^2}{R} = 108\,m/s^2 \quad a_T = a_N \tan\theta = 48.08\,m/s^2 \quad a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = 118.2\,m/s^2$$

Il moto lungo la circonferenza aumenta al ritmo dato dall'accelerazione tangenziale quindi si avrà:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_T t^2 \quad \Rightarrow \quad 2\pi R = v_0 t + \frac{1}{2}a_T t^2 \qquad t = 0.587\,s \approx 0.59\,s$$

La soluzione negativa dell'equazione si scarta perchè non ha senso fisico.

13. Un giocatore di calcio lancia una palla ad una distanza d=27.3 m. La palla, nella traiettoria, raggiunge un'altezza h=2.62 m rispetto al suolo. (si trascuri la resistenza dell'aria e si consideri la palla un punto materiale). Si determinino:
-le componenti verticale e orizzontale della velocità della palla quando torna al suolo
- le componenti normale e tangenziale dell'accelerazione della palla quando quest'ultima si trova al massimo della traiettoria.

Moto parabolico sotto l'azione dell'accelerazione di gravità:

$$\begin{cases} d = \dfrac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} \\ h = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_0^2 = \dfrac{2hg}{\sin^2\alpha} \\ d = \dfrac{4h}{\tan\alpha} \end{cases} \qquad \begin{cases} \tan\alpha = \dfrac{4h}{d} \\ \alpha = 21° \end{cases}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2hg}{\sin^2\alpha}} = 22.17\,m/s \qquad \begin{cases} v_{x,fin} = v_0\cos\alpha = 18.67\,m/s \\ v_{y,fin} = -\sqrt{v_0^2 - v_{x,fin}^2} = -7.17\,m/s \end{cases}$$

Nel punto di massimo l'accelerazione tangenziale è nulla , quindi tutta l'accelerazione è normale e vale (in modulo) g.

14. Un piattello di massa m viene lanciato da terra con una velocità v=50 m/s ad un angolo di 43° con l'orizzontale. Al massimo della sua traiettoria esplode in due pezzi di massa m/2. Uno parte con velocità iniziale nulla e cade sulla verticale, l'altro prosegue nel suo moto.

1) con che velocità parte il secondo pezzo?
2) a che distanza dal luogo di lancio cadrà a terra?

1) Finché il piattello è intero:

$$\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = v_0 sen\alpha - gt \end{cases} \qquad \begin{cases} x = v_0\cos\alpha t \\ y = v_0 sen\alpha t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

le coordinate del vertice della traiettoria si ottengono per v_y=0

$$x_v = \frac{v_0^2 sen\alpha\cos\alpha}{g} \qquad y_v = \frac{v_0^2 sen^2\alpha}{2g}$$

Nel momento in cui il piattello si rompe si conserva la quantità di moto:

$$mv_x = \frac{m}{2}v_{1x} + \frac{m}{2}v_{2x} \quad v_{2x} = 0 \quad v_{1x} = 2v_x = 2v_0\cos\alpha = 73.14\,m/s$$

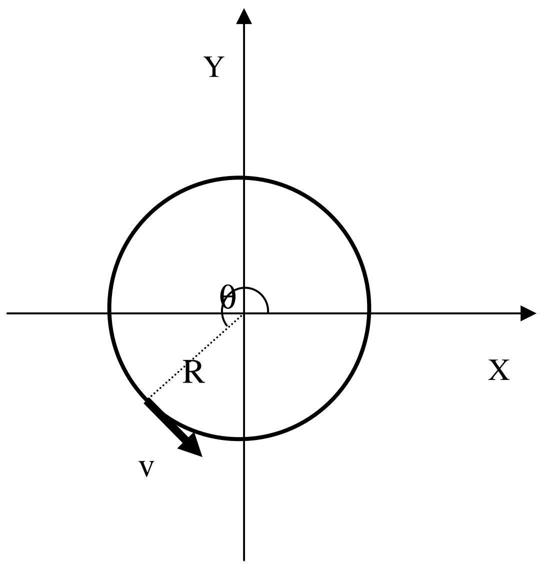
Il pezzo di piattello parte con velocità nulla sulla verticale, le equazioni che regolano il suo moto sono:

$$\begin{cases} v'_{1x} = 2v_0 \cos\alpha \\ v'_{1y} = -gt \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = 2v_0 \cos\alpha t + \dfrac{v_0^2 sen\alpha a \cos\alpha}{g} \\ y' = -\dfrac{1}{2} gt^2 + \dfrac{v_0^2 sen^2\alpha}{2g} \end{cases}$$

il pezzo di piattello prende terra per y'=0, quindi:

$$t' = \frac{v_0 sen\alpha}{g} \qquad x' = \frac{2v_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g} + \frac{v_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{3v_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g} = 381.72m$$

15. Un punto materiale e' in moto lungo una circonferenza di raggio R = 1.2 m con centro nell'origine O di un sistema di assi cartesiani. La posizione del punto sulla circonferenza e' invidiata dal vettore **r** che, durante il moto forma con l'asse x un angolo θ tale che $\theta = a\,t - b\,t^2$ con a = 2 rad/s e b = 0.17 rad/s^2.
Determinare:
-il modulo del vettore accelerazione dopo che il punto materiale ha percorso 1/2 giro;
-il modulo del vettore velocità del punto materiale e le sue componenti cartesiane all'istante t = 3 s;
-dopo quanto tempo dall'istante iniziale il punto inverte il moto.



Il problema si può risolvere in due modi equivalenti: riferendo il moto al sistema di assi cartesiani X,Y o riferendolo ad un sistema solidale al punto materiale con un asse tangente alla traiettoria (parallelo ed equiverso alla velocità istantanea) e uno normale alla traiettoria, diretto verso il centro.
Traducendo il moto nel sistema cartesiano e utilizzando le formule di scomposizione del moto circolare si ottiene:

$$\vec{r} = r_x \vec{u}_x + r_y \vec{u}_y \qquad \begin{cases} r_x = R\cos\theta \\ r_y = R\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = \dfrac{dr_x}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(R\cos\theta(t)\right) = -R\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt} \\ v_y = \dfrac{dr_y}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(R\sin\theta(t)\right) = R\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(-R\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt}\right) = -R\left[\cos\theta\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 + \sin\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\right] \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(R\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt}\right) = R\left[-\sin\theta\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 + \cos\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\right] \end{cases}$$

Nel problema in oggetto $\theta(t)=at-bt2$ per cui le derivate dell'angolo assumono la forma:

$$\frac{d\theta}{dt}=a-2bt \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2}=-2b$$

La velocità angolare dipende dal tempo, inizialmente ha un valore positivo, poi si annullerà e assumerà valori negativi, l'accelerazione angolare è costante e negativa.
L'istante in cui il punto materiale ha compiuto mezzo giro si ottiene imponendo:

$$\pi=at-bt^2 \qquad \Rightarrow \quad t=\frac{a \ \pm\sqrt{a^2-4b\pi}}{2b}=\begin{matrix}9.89s\\1.87s\end{matrix}$$

Le due soluzioni corrispondono al fatto che il punto arriverà una prima volta nella posizione θ=π e poi vi ripasserà per la posizione quando la velocità angolare avrà invertito il suo verso. Di conseguenza la soluzione che si deve utilizzare per rispondere alla domanda è quella corrispondente al tempo minore. Si avrà:

$$\begin{cases} a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=-R\left[cos\,\theta\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2+sin\,\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\right]=-1.2\left[cos\,\pi(2-2\cdot 1.87\cdot 0.17)^2\right]=2.233m/s^2 \\ a_y=\dfrac{dv_y}{dt}=R\left[-sin\,\theta\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2+cos\,\theta\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\right]=1.2\left[cos\,\pi(-2\cdot 0.17)\right]=0.408m/s^2 \end{cases}$$

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{2.233^2+0.408^2}=2.27m/s^2$$

L'accelerazione ha componente positiva sia lungo x che lungo y .
Per trovare componenti e modulo della velocità all'istante t=3s basta introdurre questo valore nelle formule scritte sopra:

$$\theta(3)=4.47rad=256° \qquad \begin{cases} v_x=\dfrac{d}{dt}(R\,cos\,\theta(3))=-R\,sin\,256(2-2\cdot 0.17\cdot 3)=1.141m/s \\ v_y=\dfrac{d}{dt}(R\,sin\,\theta(3))=R\,cos\,256(2-2\cdot 0.17\cdot 3)=-0.284m/s \end{cases}$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=1.176m/s$$

Il punto invertirà il suo moto quando la sua velocità angolare si annullerà, quindi quando:

$$0=\frac{d\theta}{dt}=a-2bt \qquad \Rightarrow \quad t=\frac{a}{2b}=5.88s$$

Se, invece, si riferisce il moto al sistema mobile solidale al punto si ha:

$$\vec{v}=v\vec{u}_T=\omega R\vec{u}_T \qquad \begin{cases} a_T=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{d}{dt}(\omega R) \\ a_N=\dfrac{v^2}{R}=\omega^2 R \end{cases} \qquad \omega=\frac{d\theta(t)}{dt}=a-2bt$$

L'istante per il quale il punto ha percorso mezzo giro si trova come sopra, per cui:

$$\begin{cases} a_T=-0.408m/s^2 \\ a_N=2.233m/s^2 \end{cases} \qquad a=\sqrt{a_T^2+a_n^2}=2.27m/s^2$$

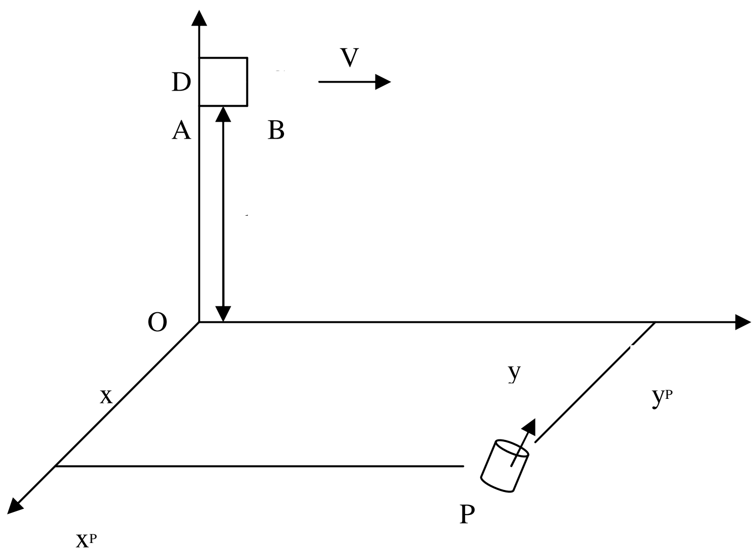
Solo perchè stiamo analizzando il moto a θ=π le direzioni degli assi cartesiani e degli assi mobili coincidono, per cui coincidono i valori assoluti delle componenti. L'asse normale e l'asse x hanno anche lo stesso verso per cui le due componenti coincidono, l'asse y e l'asse tangente hanno versi

opposti, il segno negativo dell'accelerazione tangente sta ad indicare che la componente è diretta verso l'alto.
Per trovare il modulo e le componenti della velocità all'istante t=3 bisogna identificare la direzione che il versore della velocità fa con l'asse delle x. Guardando la figura si ricava che l'angolo tra il versore della velocità e l'asse delle x è ($\pi/2+\theta$), da cui:

$$\theta(3) = 256° \qquad \beta = \frac{\pi}{2} + \theta = 346° \qquad \begin{cases} v_x = \omega R \cos\beta = 1.141 m/s \\ v_y = \omega R \sin\beta = -0.284 m/s \end{cases} \qquad v = \omega R = 1.176 m/s$$

16. Un cannoncino e` posto su un piano orizzontale (x, y) nella posizione P di coordinate x_P=10m, y_P=20m. Inizialmente la sagoma quadrata ABCD, di lato L=1m, si trova nella posizione indicata in figura, dove h=10 m. All'istante t=0 la sagoma inizia a muoversi nella direzione crescente dell'asse y con velocità costante V, rimanendo sempre a altezza h dal suolo.
Nell'istante t1 in cui y_B=y_C=y_P, il cannoncino spara un proiettile nella direzione del vertice C. Si determini:

1) La velocita` iniziale v del proiettile e la velocità V della sagoma se il cannoncino colpisce il vertice A; vi=............................
V=...........................
2) La velocità del proiettile all'istante dell'impatto. Il proiettile ha già superato il punto più alto della traiettoria? v=............................



Il cannoncino spara il proiettile in direzione del vertice C della sagoma, per cui l'angolo di alzo è dato dalla:

$$\tan\alpha = \frac{h+l}{x} = \frac{11}{10} \qquad \alpha = 47.726°$$

Scrivendo, allora l'equazione della traiettoria e considerando che il proiettile colpisce la sagoma nel vertice A si ha:

$$h = x_p \tan\alpha - \frac{1}{2} g \frac{x_p^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} \qquad v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} g \frac{x_p^2}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{1}{(x_p \tan\alpha - h)}} = 32.9 m/s$$

Il tempo di volo del proiettile coincide con quello necessario al bersaglio per percorrere una distanza pari al suo lato, per cui:

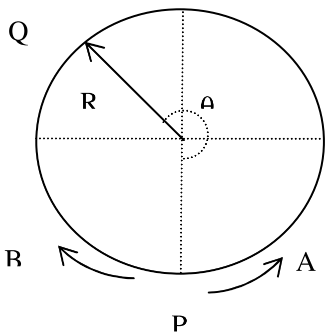
$$t = \frac{x_p}{v_0 \cos\alpha} = 0.452 s \qquad x_B = Vt \qquad V = \frac{x_B}{t} = 2.21 m/s$$

Scrivendo la legge oraria del proiettile si ha:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha = 22.13 m/s \\ v_y = v_o \sin\alpha - gt = 19.91 m/s \end{cases} \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 29.77 m/s$$

La componente y della velocità è ancora positiva, quindi il proiettile non ha ancora raggiunto il vertice della sua traiettoria.

17.



Due punti materiali A e B percorrono una traiettoria circolare di raggio R=2 m con velocità in modulo vA=mt (con m cost. e t tempo in s) e vB=nt (con n cost. e t tempo in s). I punti partono contemporaneamente al tempo t=0 dal punto P. Sapendo che essi si incontrano nel punto Q (θ=225°) quando la velocità angolare di A è ωA=3 rad/s, Si determinino:

il valore e le dimensioni delle costanti m ed n, nonché il tempo necessario affinché le particelle si incontrino.

la velocità angolare di B all'istante dell'incontro,

il modulo delle accelerazioni dei due punti materiali nello stesso istante.

$$\theta_A = \frac{225° \cdot 2\pi}{360°} = 3.93 rad \qquad \theta_B = \frac{(360° - 225°) \cdot 2\pi}{360°} = 2.35 rad$$

Le dimensioni di m ed n devono essere quelle di un'accelerazione. Infatti:

$$v_A = mt \qquad s_A = \frac{1}{2} mt^2 \qquad \omega_A = \frac{v_A}{R} \qquad \theta_A = \frac{1}{2}\frac{mt^2}{R}$$

$$v_B = nt \qquad s_B = \frac{1}{2} nt^2 \qquad \omega_B = \frac{v_B}{R} \qquad \theta_B = \frac{1}{2}\frac{nt^2}{R}$$

$$m = \frac{\omega_A^2 R}{2\theta_A} = 2.29 m/s^2 \Rightarrow t = \frac{\omega_A R}{m} = 2.62 s$$

$$n = \frac{2 s_B}{t^2} = 1.37 m/s^2$$

$$\omega_B = \frac{nt}{R} = 1.79 rad/s$$

Essendo il moto piano l'accelerazione di A e B è costituita da una componente tangenziale e da una componente normale:

$$a_A = \sqrt{a_{AN}^2 + a_{AT}^2} = \sqrt{m^2 + (\omega_A^2 R)^2} = 18.15 m/s^2$$

$$a_B = \sqrt{a_{BN}^2 + a_{BT}^2} = \sqrt{n^2 + (\omega_B^2 R)^2} = 6.58 m/s^2$$

18. Un ragazzo lancia una palla di gomma (assimilabile ad un punto materiale) contro una parete liscia che dista d=85 cm dal ragazzo. Il punto in cui la palla colpisce la parete è più alto di quello di lancio di h=1.18 m. Se l'angolo di alzo con cui il ragazzo aveva lanciato la palla era α=60°, determinare:

1. Il modulo della velocità iniziale.
2. Modulo, direzione e verso della velocità con cui la palla colpisce la parete.

Equazione della traiettoria della palla:

$$h = d\tan\alpha - \frac{1}{2} g \frac{d^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} \qquad v_0 = \sqrt{\frac{gd^2}{2(d\tan\alpha - h)\cos^2\alpha}} = 6.96 m/s$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha = 3{,}48 m/s \\ v_y = v_0 \sin\alpha - gt_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} d = v_0 \cos\alpha t_1 \\ h = v_0 \sin\alpha t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 \end{cases} \qquad t_1 = \frac{d}{v_0 \cos\alpha} = .244 s$$

$$v_x = 3{,}48 m/s$$

$$v_y = 3.64 m/s \qquad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5.04 m/s \qquad \theta = arctg\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = 46°$$