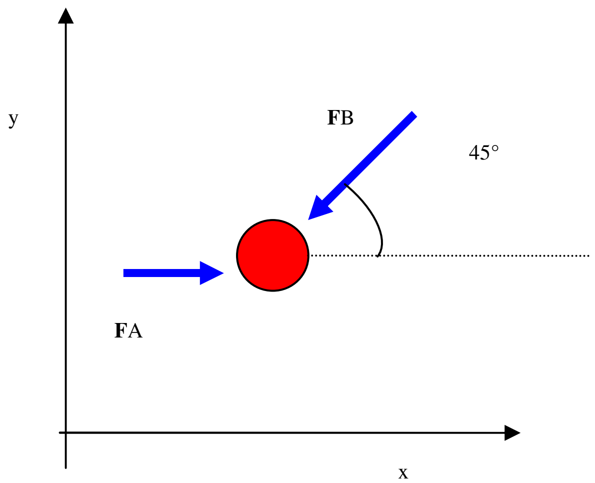
Esercizi di dinamica 1- Soluzioni

1)



La forza $\mathbf{F}_B$ del disegno ha modulo doppio di $\mathbf{F}_A$. Qual è la direzione dell'accelerazione con cui si muove la particella?

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \begin{cases} a_x \| F_x = F_a - 2F_a \dfrac{\sqrt{2}}{2} = F_a\left(1-\sqrt{2}\right) \\ a_y \| F_y = -2F_a \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \qquad \tan\alpha = \frac{a_y}{a_x} = -\frac{2F_a\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{F_a\left(1-\sqrt{2}\right)} = -\frac{\sqrt{2}}{\left(1-\sqrt{2}\right)} = 3.41 \qquad \alpha = 7$$

Data la periodicità della funzione tangente e considerato il segno delle componenti dell'accelerazione, la direzione di quest'ultima è a 73.7° nel terzo quadrante (α=(73.7+180)°).

2) Un passeggero di massa m, seduto in automobile, è strettamente legato con la cintura di sicurezza. L'automobile, per evitare un incidente, passa da una velocità v_0=100 km/h a v=0 in 3 s. a) Quale è la forza media (in termini della massa m) cui è sottoposto il passeggero durante la frenata? b)Questa forza è maggiore o minore della forza peso del passeggero?

$$v_0 = 100km/h = 100(km/h)\frac{10^3}{3600}\left(\frac{h}{s}\cdot\frac{m}{km}\right) = 27.8m/s$$

$$\Delta v = v_f - v_0 = -27.8\,{}^{m}\!/_{s} \qquad a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{27.8}{3} = 9.3\,{}^{m}\!/_{s^2} \qquad F = ma_m < mg$$

3) Un elettrone si muove nello spazio secondo la legge **r**(t)=(6.0 10^6 t^2)**i**+(4.0 10^6 t^2-9.0 10^6 t)**j**+ (4.0 10^5 t^3)**k**. La massa dell'elettrone è m=9.1 10^{-31} kg., r è misurato in metri e t in secondi. Quanto vale la forza di cui risente l'elettrone a t=5 s?

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = (12\cdot 10^6 t)\vec{i} + (8\cdot 10^6 t - 9\cdot 10^6)\vec{j} + (12\cdot 10^5 t^2)\vec{k} \qquad {}^{m}\!/_{s}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = (12\cdot 10^6)\vec{i} + (8\cdot 10^6)\vec{j} + (24\cdot 10^5 t)\vec{k} \qquad {}^{m}\!/_{s^2}$$

$$\vec{F}(t) = m\vec{a} = \left(1.09\cdot 10^{-23}\right)\vec{i} + \left(7.28\cdot 10^{-24}\right)\vec{j} + \left(2.18\cdot 10^{-24}t\right)\vec{k} \qquad N$$

$$\vec{F}(5) = m\vec{a} = \left(1.09 \cdot 10^{-23}\right)\vec{i} + \left(7.28 \cdot 10^{-24}\right)\vec{j} + \left(1.09 \cdot 10^{-23}\right)\vec{k} \qquad N$$

4) Un corpo di massa m=2 kg si muove lungo una retta con velocità $v=3t^2+2t$ (m/s). Si determini la forza agente sul corpo in funzione del tempo. Determinare il valore della forza a t*=3 s. Determinare il valore della forza quando v*=16 m/s.

$$a = \frac{dv}{dt} = 6t + 2 \quad m/s^2 \qquad F(t) = ma(t) = 2 \cdot (6t+2) = 12t + 4 \quad N$$

$$F(3) = 36 + 4 = 40 \quad N$$

$$v = 16\, m/s \Rightarrow \quad 16 = 3t^2 + 2t \Rightarrow \quad t = \begin{cases} 2\, s \\ -\frac{8}{3}\, s \end{cases}$$

$$F(2) = 28 \quad N$$

5) Un corpo di massa m=10 kg si muove nello spazio. Il raggio vettore che ne individua la posizione , in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, è: **r**(t)=t^2**i**+(2t-1)**j**-3**k**. Si determini la forza applicata al punto in funzione del tempo.

$$\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = 2t - 1 \\ z(t) = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} v_x(t) = 2t \\ v_y(t) = 2 \\ v_z(t) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_x = 2\, m/s^2 \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases} \qquad F = ma = cost = 20N \quad \vec{F} = 20\vec{i}\ N$$

6) Sia dato un corpo di massa m=2 kg, in moto sopra una retta orientata. Si supponga che al corpo sia applicata la forza $F=3t^2+2t+2$ N. Si calcoli la velocità del corpo in funzione del tempo e quella posseduta a t*=2 s, sapendo che a t=0 la velocità è 3 m/s.

$$a(t) = \frac{F}{m} = \frac{3}{2}t^2 + t + 1 \quad m/s^2 \qquad v(t) = v_0 + \int_0^t a(t)dt \qquad v(t) = 3 + \frac{1}{2}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t \quad m/s$$

$$v(2) = 3 + 4 + 2 + 2 = 11 m/s$$

7) Sia dato un corpo di massa m=3 kg in moto su un piano. Al corpo è applicata la forza **F**=(2t+2)**i**-3**j.** Supposto che per t=0 la velocità del corpo sia v_0=3**i**+12**j**, si calcolino la velocità del corpo in funzione del tempo ed il suo valore a t=1 s.

$$\begin{cases} F_x = 2t + 2 \\ F_y = -3 \end{cases} N \qquad \begin{cases} a_x = \frac{2}{3}t + \frac{2}{3} \\ a_y = -1 \end{cases} m/s^2 \qquad \begin{cases} v_x = 3 + \frac{t^2}{3} + \frac{2}{3}t \\ v_y = 12 - t \end{cases} m/s$$

$$\vec{v}(t) = \left(3 + \frac{t^2}{3} + \frac{2}{3}t\right)\vec{i} + (12 - t)\vec{j} \qquad \vec{v}(1) = 4\vec{i} + 11\vec{j}\ m/s$$

$$\left|\vec{v}(1)\right| = \sqrt{147}\ m/s \qquad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{11}{4}$$