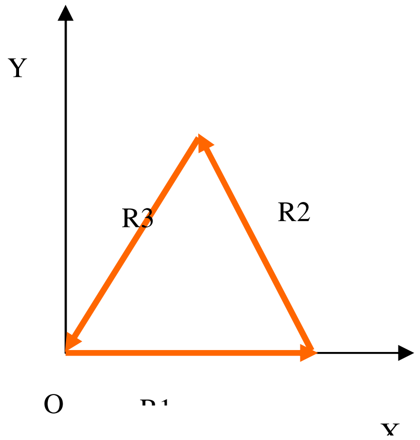
Esercizi sui vettori-Soluzioni:

1) Una particella, partendo dall'origine delle coordinate, subisce tre successivi spostamenti dati da : d_1=(5.0 **i**-4.0 **j**+2.0 **k**) cm, d_2=(1.0 **i**-8.0 **j**+4.0 **k**) cm, d_3=(-8.0 **i**+4.0 **j**+1.0 **k**) cm. (a) si trovi lo spostamento complessivo della particella. (b)Quanto vale il suo modulo? (c) Se ogni spostamento è compiuto in linea retta, quanto lungo è stato il tragitto della particella?

$$\vec{d}_{tot} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = (-2\vec{i} - 8\vec{j} + 7\vec{k}) \qquad \left|\vec{d}_{tot}\right| = 10.82m$$

$$tragitto = \left|\vec{d}_1\right| + \left|\vec{d}_2\right| + \left|\vec{d}_3\right| = 24.7m$$

2) I tre vettori della figura seguente formano un triangolo equilatero di lato a=3 m. Si esprimano,in coordinate cartesiane ortogonali, i seguenti vettori: a) $\mathbf{R}_1$,$\mathbf{R}_2$,$\mathbf{R}_3$, b) $\mathbf{R}_1$+ $\mathbf{R}_2$, c) $\mathbf{R}_2$+ $\mathbf{R}_3$, d) $\mathbf{R}_1$-$\mathbf{R}_2$, e) $\mathbf{R}_1$+$\mathbf{R}_2$+$\mathbf{R}_3$



$$\vec{R}_1 = 3.0\vec{i} + 0.0\vec{j} \qquad \vec{R}_2 = -1.5\vec{i} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\vec{j} \quad \vec{R}_3 = -1.5\vec{i} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\vec{j}$$

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 = 1.5\vec{i} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\vec{j} \qquad \vec{R}_2 + \vec{R}_3 = -3.0\vec{i} + 0.0\vec{j} \quad \vec{R}_1 - \vec{R}_2 = 4.5\vec{i} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\vec{j}$$

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_3 = 0.0\vec{i} + 0.0\vec{j}$$

3) Si trovino gli angoli che il vettore **M**=(7. 0 **i** +3.0 **j**+2.0 **k**) fa con gli assi coordinati.

$$\begin{cases} x = M\sin\varphi\cos\theta \\ y = M\sin\varphi\sin\theta \Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{3}{7} = 0.43 \quad \Rightarrow \theta = 23.2° \\ z = M\cos\varphi \end{cases}$$

$$M = \sqrt{49+9+4} = 7.87 \Rightarrow \quad \sin\varphi = \frac{z}{M} = \quad \Rightarrow \varphi = 75.3°$$

4) Si determini m in modo tale che il vettore **A**= (m**i** +2.0 **k**) sia perpendicolare al vettore **B**=(8.0**i**+12.0**k**)

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{B} \quad \Rightarrow \quad 8m + 24 = 0 \Rightarrow m = -3$$

5) Qual è l'angolo tra **P**=(1.0 **i**+1.0 **j**+ 2.0 **k**) e **Q**=(1.0 **i**+3.0**j**)?

$$\vec{P}\cdot\vec{Q} = PQ\cos\theta \qquad \cos\theta = \frac{\vec{P}\cdot\vec{Q}}{PQ} = \frac{1+3}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{10}} = 0.516 \quad \Rightarrow \theta = 59°$$

6) Qual è la componente di **P**=(2.0 **i**+1.0 **j**) lungo **Q**=(1.0 **i**+3.0 **j**)?

$$\vec{P}\cdot\vec{Q} = PQ\cos\theta \qquad \cos\theta = \frac{\vec{P}\cdot\vec{Q}}{PQ} = \frac{2+3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \quad \Rightarrow \theta = 45°$$

$$P_Q = P\cos 45° = \sqrt{5}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.58$$