



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA  
FACOLTA' DI INGEGNERIA**

I<sup>a</sup> prova scritta di accertamento del Corso di Fisica II per Ing. delle  
Telecomunicazioni e dell'Automazione. A.A.2003-2004 Padova, 25 Giugno 2004

COGNOME..... NOME..... Matr.....

**Problema 1**

Un condensatore piano  $C_1$  ed uno sferico  $C_2$  sono collegati in parallelo come in figura. La superficie delle armature piane e'  $\Sigma_1 = 400 \text{ cm}^2$  e la distanza tra loro e'  $d = 1,5 \text{ cm}$ . I raggi delle due armature sferiche sono rispettivamente  $r_1 = 0,1 \text{ m}$  a  $r_2 = 0,3 \text{ m}$ . I due condensatori vengono caricati con una carica totale  $q_{\text{tot}} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ . Determinare:

a) la capacita' equivalente del sistema e la d.d.p. tra le armature:

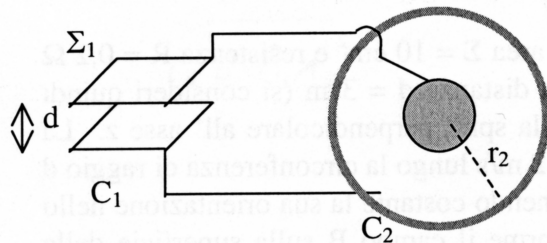
$C = \dots\dots\dots, \Delta V = \dots\dots\dots$

b) il campo elettrico tra le armature del condensatore sferico alla distanza  $r_0 = 0,2 \text{ m}$  dal suo centro:  $E_2(r_0) = \dots\dots\dots$

Tra le armature del condensatore piano viene inserito un dielettrico di costante dielettrica relativa  $k = 2$ . Determinare:

c) il campo elettrico tra le armature del condensatore piano, la densita' di polarizzazione del dielettrico e la densita' di carica di polarizzazione che compare sulla sua superficie:

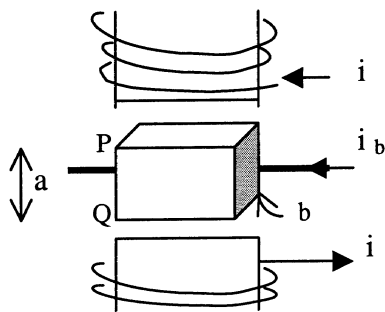
$E_1 = \dots\dots\dots, P = \dots\dots\dots, \sigma = \dots\dots\dots$



**Problema 2**

Un blocchetto di rame di sezione rettangolare, di altezza  $a = 1$  cm e spessore  $b = 1$  mm (vedi figura) e' posto nel traferro di un ferromagnete costituito da un solenoide indefinito con  $n = 600$  spire/metro con un nucleo di ferro avente permeabilita' magnetica  $k_m = 2000$ . Si consideri il campo magnetico nel volume del traferro uguale al campo  $B$  nel nucleo di ferro. La corrente  $i_b = 10$  A percorre il blocchetto, e si osserva tra i punti  $P$  e  $Q$  di esso una f.e.m. di Hall  $\mathcal{E}_H = 0,88$   $\mu$ V. Sapendo che il numero di portatori di carica per unita' di volume nel rame e'  $n_e = 8,5 \cdot 10^{28}$  elettroni/m<sup>3</sup>, determinare:

- la velocita' di deriva degli elettroni nel rame:  $v_d = \dots$
- la corrente che circola nel solenoide (si ricordi che la permeabilita' magnetica nel vuoto vale  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m):  $i = \dots$
- la densita' di magnetizzazione del ferro:  $M = \dots$



**Problema 3:**

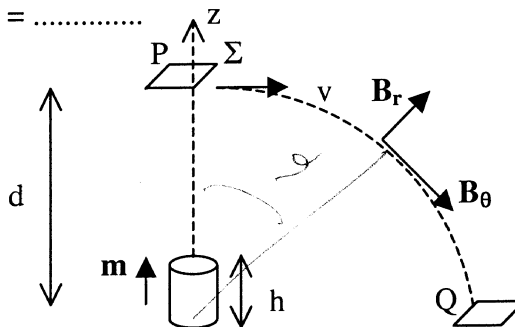
Un dipolo magnetico e' costituito da un cilindretto di ferro di sezione  $\Sigma = 10$  cm<sup>2</sup> e altezza

$h = 10$  cm, magnetizzato con densita' di magnetizzazione  $M = 2 \cdot 10^5$  A/m. Esso genera un campo magnetico di dipolo a distanza  $r \gg h$  (vedi figura):

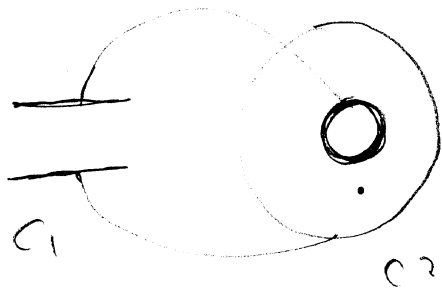
$$\vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_\theta = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \vartheta \vec{u}_r + \sin \vartheta \vec{u}_\theta)$$

dove  $m$  e' il momento di dipolo. Una spira di area  $\Sigma = 10$  cm<sup>2</sup> e resistenza  $R = 0,2$   $\Omega$  e' posta nel punto  $P$  sull' asse  $z$  del dipolo a distanza  $d = 3$  m (si consideri quindi valida l' assunzione  $d \gg h$ ), con il piano della spira perpendicolare all' asse  $z$ . La spira viene spostata con velocita' costante  $v = 2$  m/s lungo la circonferenza di raggio  $d$  fino a raggiungere il punto  $Q$  di figura, mantenendo costante la sua orientazione nello spazio. Calcolare (approssimando come uniforme il campo  $B$  sulla superficie della spira):

- il momento di dipolo magnetico del cilindretto ed il flusso del campo magnetico concatenato con la spira nel punto  $P$ :  $m = \dots$ ,  $\Phi_P = \dots$
- il valor medio della corrente che circola nella spira nel tempo di spostamento della spira da  $P$  a  $Q$ :  $\langle i \rangle = \dots$



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \bar{L}_1}{d} = 2.38 \cdot 10^{-11} \text{ F} \quad (2)$$



$$C_2 = 4\pi \epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 1.67 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

a)

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 4.03 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

$$C_{\text{eq}} = \frac{q_{\text{TOT}}}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = \frac{q_{\text{TOT}}}{C_{\text{eq}}} = 1985 \text{ V}$$

b)

$$q_2 = C_2 \Delta V = 3.3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

$$\phi(E) = 4\pi r_0^2 E(r_0) = \frac{q_2}{\epsilon_0}$$

$$E(r_0) = \frac{q_2}{4\pi \epsilon_0 r_0^2} = 7452 \text{ V/m}$$

c)  $k=2$

$$C_1' = k C_1 = 4.72 \cdot 10^{-11} \text{ F} \Rightarrow C_{\text{eq}}' = 6.39 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

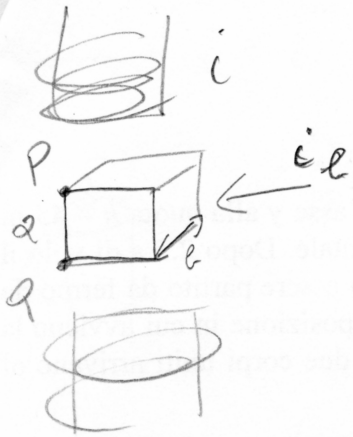
$$\Delta V' = \frac{q_{\text{TOT}}}{C_{\text{eq}}'} = 1252 \text{ V} ; E_1 = \frac{\Delta V'}{d} = 83457 \text{ V/m}$$

$$p = \epsilon_0 (k-1) E_1 = 7.4 \cdot 10^{-10} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_0 = \epsilon_0 E_0 = \epsilon_0 \frac{\Delta V}{d} = 1.17 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

$$E_1 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \Rightarrow \sigma_0 - \sigma_p = E_1 \epsilon_0$$

$$\sigma_p = \sigma_0 - E_1 \epsilon_0 = 4.32 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$



$a = .01 \text{ m}$   
 $b = .001 \text{ m}$   
 $n = 800 \text{ qe/m}$   
 $\mu_m = 2000$   
 $i_e = 10 \text{ A}$

a)  $\bar{v} = a b = 10^{-5} \text{ m}^2; \bar{i} = n_e e v_d = \frac{i_e}{a b}$

$v_d = \frac{i_e}{a b n_e e} = 7.35 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$

b)  $\xi_H = \frac{i_e B}{n_e e d} \Rightarrow B = \frac{n_e e d \xi_H}{i_e} = 12 \text{ T}$

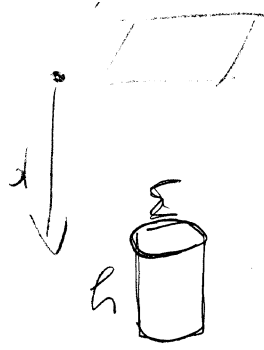
$B = \mu_0 n i \mu_m \Rightarrow i = \frac{B}{\mu_0 n \mu_m} = 7.9 \text{ A}$

$i = \frac{n_e e a \xi_H}{i_e / b n \mu_m} = 7.9 \text{ A}$

c)  $\Pi = (\mu_m - 1) H; H = \frac{B}{\mu_0} \Rightarrow \Pi = \frac{(\mu_m - 1) B}{\mu_0}$

$B = 12 \text{ T}$

$\Rightarrow \Pi = 1.90 \cdot 10^9 \text{ A/m}$



$$\Sigma = 10 \text{ cm}^2$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$H = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}$$

$\dot{q}$

$$R = 2 \Omega$$

(3)

$$d = 3 \text{ mm}$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

a)

$$m = \mu_0 H \Sigma = \mu_0 H h = 20 \text{ A m}^2$$

$$B_n(p) = \frac{\mu_0 m}{4\pi d^3} (2) = 1.49 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$\phi_p = B_n(p) \Sigma = 1.49 \cdot 10^{-10} \text{ Wb}$$

b)

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 4.71 \text{ mm}^2$$

$$t = \frac{S}{v} = 2.36 \text{ s}$$

$$Q = \frac{\Delta \phi}{R} \quad \phi_1 = \phi_p$$

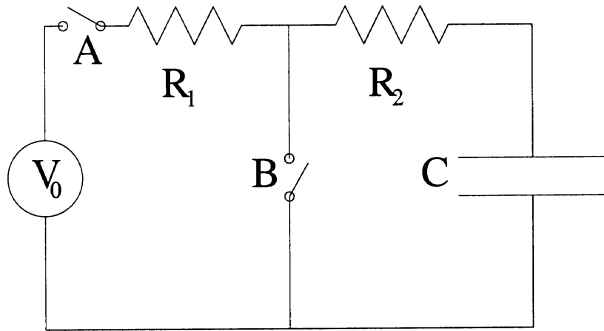
$$\phi_q = \frac{\mu_0 m \Sigma}{4\pi d^3} = 7.4 \cdot 10^{-11} \text{ Wb} = \frac{\phi(p)}{2}$$

$$Q = 3.73 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$\Rightarrow \langle i \rangle = \frac{Q}{t} = 1.58 \cdot 10^{-10} \text{ A}$$

## Problema 1

Un condensatore, di capacità  $C = 1.5\text{nF}$ , è connesso ad un generatore di tensione costante  $V_0 = 450\text{V}$  tramite due resistori in serie, con resistenza  $R_1 = 2.7\text{M}\Omega$  e  $R_2 = 680\text{K}\Omega$ , come mostrato in figura. Inizialmente il condensatore è scarico ed entrambi gli interruttori sono aperti.



Ad un certo istante l'interruttore  $A$  viene chiuso e si attende che il condensatore sia completamente carico.

- Determinare il lavoro  $W_{gen}$  compiuto dal generatore, l'energia  $U_C$  contenuta nel condensatore, l'energia  $U_d$  dissipata in totale e l'energia  $U_1$  dissipata nel resistore 1.

Successivamente l'interruttore  $B$  viene chiuso, in modo da scaricare il condensatore attraverso il solo resistore 2, fino a che la tensione non si riduce a  $V_1 = 0.03V_0$ , e poi riaperto fino a che la tensione non diventa  $V_2 = 0.92V_0$ ; il processo viene quindi ripetuto più volte in modo uguale tra le stesse tensioni  $V_1$  e  $V_2$ .

- Determinare i tempi  $t_1(V_1 \rightarrow V_2)$  e  $t_2(V_2 \rightarrow V_1)$  impiegati in ciascun processo di carica e scarica.

Lavoro fatto dal generatore ed energia elettrostatica:

$$W_{gen} = qV_0 = CV_0^2 = 304\mu\text{J} ; U_C = \frac{1}{2}CV_0^2 = 152\mu\text{J}$$

Energia dissipata:

$$U_d = W_{gen} - U_C = \frac{1}{2}CV_0^2 = 152\mu\text{J} ; U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}U_d = 121\mu\text{J}$$

Costanti di tempo per carica e scarica:

$$\tau_1 = (R_1 + R_2)C = 5.07\text{ms} ; \tau_2 = R_2C = 1.02\text{ms}$$

tempo di carica e scarica:

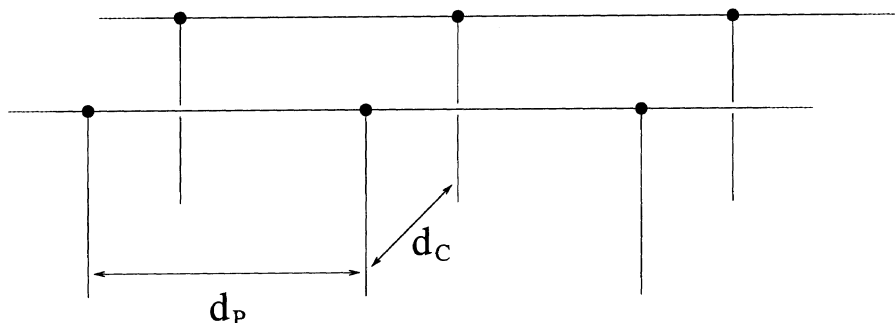
$$V_0 - V_2 = (V_0 - V_1)e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} \Rightarrow t_1(V_1 \rightarrow V_2) = \tau_1 \ln \frac{V_0 - V_1}{V_0 - V_2} = 12.65\text{ms}$$

$$V_1 = V_2 e^{-\frac{t_2}{\tau_2}} \Rightarrow t_2(V_2 \rightarrow V_1) = \tau_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = 3.49\text{ms}$$

## Problema 2

Un impianto industriale assorbe una potenza  $W_E = 35\text{MW}$  prodotta da una centrale che si trova ad una distanza  $L = 12\text{km}$ ; l'energia viene trasportata mediante 2 cavi in alluminio ( di resistività  $\rho = 2.65 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m}$  ) a sezione circolare con raggio  $r = 2\text{cm}$ . La potenza dissipata per effetto Joule non deve superare complessivamente, nei 2 cavi, il valore massimo  $W_D = 30\text{kW}$ .

- Qual è la minima differenza di potenziale  $V_{min}$  che deve essere utilizzata ?
- Se viene utilizzata una differenza di potenziale  $V_E = 200\text{kV}$ , e i pali della linea si trovano ad una distanza  $d_P = 150\text{m}$  tra loro, mentre la distanza tra i cavi è  $d_C = 2.5\text{m}$ , qual è la forza magnetica che agisce su ciascun tratto di cavo ?



Resistenza di ciascun cavo:

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{\rho L}{\pi r^2} = 0.253\Omega$$

Potenza dissipata, corrente massima e tensione minima:

$$W_d = 2Ri_{max}^2 \Rightarrow i_{max} = \sqrt{\frac{W_d}{2R}} = 243\text{A} \Rightarrow V_{min} = \frac{W_E}{i_{max}} = 144\text{kV}$$

Corrente e campo magnetico:

$$i_E = \frac{W_E}{V_E} = 175\text{A} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i_E}{2\pi d_C} = 1.4 \cdot 10^{-5}\text{T}$$

Forza:

$$F = Bd_P i_E = 0.367\text{N}$$

COGNOME .....NOME ..... MATRICOLA.....

### Problema 3

Una bobina, composta da  $N_B = 125$  spire di superficie  $S = 6\text{cm}^2$  e resistenza complessiva  $R = 300\Omega$ , ruota intorno ad un asse complanare ad essa ed ortogonale ad un campo magnetico uniforme  $B = 1.7\text{T}$ ; la velocità angolare è mantenuta costante da un motore di potenza  $P = 2\text{W}$ .

- Determinare la carica  $q$  ( in modulo ) che circola nella bobina in ogni mezzo giro.
- Determinare la f.e.m. massima  $\mathcal{E}_0$  nella bobina e la velocità di rotazione  $\omega$ .

Flusso e carica:

$$\Phi = \Phi_0 \cos \omega t = N_B B S \cos \omega t \quad \Rightarrow \quad \Phi_0 = N_B B S = 0.1275\text{Wb}$$

$$q = 2 \frac{\Phi_0}{R} = 2 \frac{N_B B S}{R} = 0.85\text{mC}$$

Potenza media e f.e.m. massima:

$$P = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{E}_0^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E}_0 = \sqrt{2PR} = 34.64\text{V}$$

f.e.m. indotta e velocità angolare:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_0 \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t \quad \Rightarrow \quad \mathcal{E}_0 = \omega \Phi_0 = \omega N_B B S = 35.7\text{V}$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \frac{\mathcal{E}_0}{N_B B S} = 271.7\text{s}^{-1}$$





**I prova di accertamento di Fisica II per Ingegneria delle  
Telecomunicazioni e dell'Automazione. A.A.2003-2004 Padova, 29 Maggio 2004**

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Problema 1.

Una distribuzione lineare di carica positiva con densità uniforme  $\lambda = 6,28 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$  e' disposta parallelamente ad un piano, caricato anch'esso positivamente, con una densità superficiale  $\sigma = 10^{-8} \text{ C/m}^2$ , alla distanza  $d = 5 \text{ m}$  da esso (vedi figura).

Determinare ( si ricordi che  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$  ):

a ) il campo elettrico  $E(x)$  lungo l' asse  $x$  perpendicolare al piano e passante per la distribuzione lineare di carica e la distanza  $x_0$  da  $O$  del punto  $P_0$  in cui il campo e' nullo ( si ponga l'origine  $O$  dell'asse sulla distribuzione di carica):  $E(x)=\dots\dots\dots$

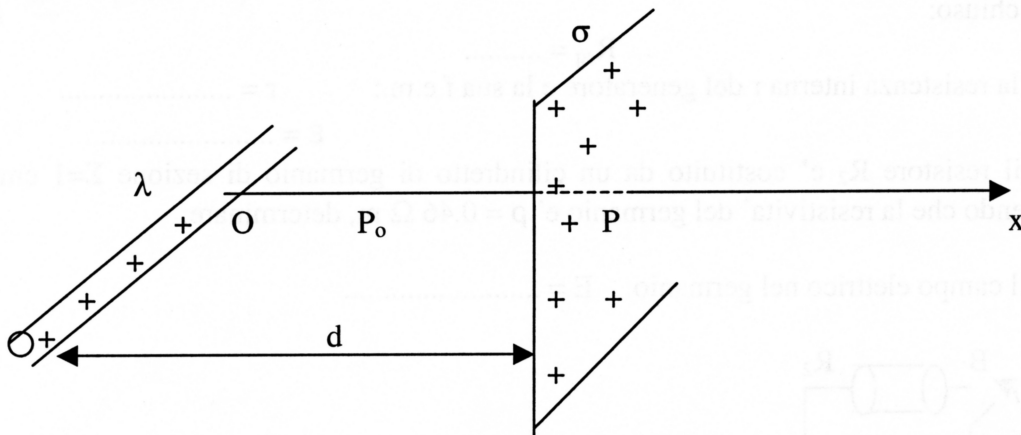
$x_0 = \dots\dots\dots$

b) la differenza di potenziale  $\Delta V = V(P) - V(P_0)$  tra  $P_0$  e il punto  $P$  di intersezione dell' asse con il piano:

$\Delta V = \dots\dots\dots$

Una carica negativa  $q_0 = -10^{-7} \text{ C}$  di massa  $m = 10^{-2} \text{ kg}$ , inizialmente posta in  $P_0$ , viene messa in moto lungo l'asse  $x$  in direzione del piano, con velocità iniziale trascurabile. Determinare:

c) la velocità con cui la carica  $q_0$  colpisce il piano:  $v = \dots\dots\dots$



Problema 2

Un condensatore cilindrico  $C_1$  ed un condensatore piano  $C_2$  sono collegati in parallelo tra loro; un generatore mantiene tra le armature una d.d.p.  $V$ , come mostrato in figura. La lunghezza del condensatore cilindrico e'  $d=0,4$  m ed i raggi delle sue armature interna ed esterna sono  $R_1=1$  cm e  $R_2=3$  cm rispettivamente. Le armature del condensatore piano hanno superficie  $\Sigma=2$  dm<sup>2</sup> e sono distanti  $h=1$  cm. La carica sulle armature del condensatore cilindrico e'  $Q_1=10^{-9}$  C. Determinare:

a) La carica  $Q_2$  sul condensatore piano e la capacita' equivalente del sistema:

$$Q_2 = \dots\dots\dots$$

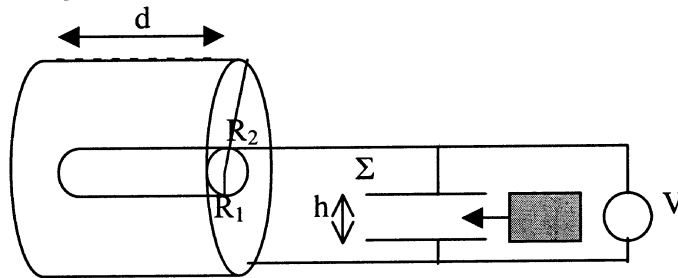
$$C_{eq} = \dots\dots\dots$$

Tra le armature del condensatore piano viene inserito un dielettrico di costante dielettrica relativa  $k=2,2$ . Calcolare:

b) la variazione dell' energia elettrostatica immagazzinata nel sistema ed il lavoro compiuto dal generatore durante l'inserimento del dielettrico:

$$\Delta U_{el} = \dots\dots\dots$$

$$W_{gen} = \dots\dots\dots$$



**Problema 3:**

Nel circuito di figura i due resistori collegati in parallelo tramite un interruttore hanno resistenze  $R_1=40$   $\Omega$  e  $R_2=60$   $\Omega$ . L' amperometro A misura una corrente  $i_1=100$  mA quando l' interruttore in B e' aperto. Con l' interruttore chiuso, l' amperometro misura la corrente  $i_2=150$  mA. Determinare:

a) il valore della resistenza equivalente tra i punti B e C quando l' interruttore e' chiuso:

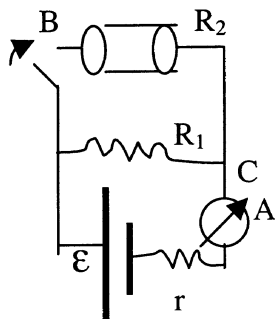
$$R_{eq} = \dots\dots\dots$$

b) la resistenza interna  $r$  del generatore e la sua f.e.m.:  $r = \dots\dots\dots$

$$\mathcal{E} = \dots\dots\dots$$

Se il resistore  $R_2$  e' costituito da un cilindretto di germanio di sezione  $\Sigma=1$  cm<sup>2</sup>, sapendo che la resistivita' del germanio e'  $\rho=0,46$   $\Omega$  m, determinare:

c) il campo elettrico nel germanio:  $E = \dots\dots\dots$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 24 \Omega$$

③

$$2) (R_1 + r) i_1 = (r + R_{eq}) i_2 = \mathcal{E}$$

$$r(i_1 - i_2) = R_{eq} i_2 - R_1 i_1$$

$$r = \frac{R_1 i_1 - R_{eq} i_2}{i_2 - i_1} = 8 \Omega$$

$$\mathcal{E} = 4.8 \text{ V}$$

$$3) V_{bc} = \mathcal{E} - r i_2 = 3.6 \text{ V}$$

$$I_g = \frac{V_{bc}}{R_2} = 60 \text{ mA}$$

$$j = \frac{I_g}{\frac{1}{2}} = 600 \text{ A/m}^2$$

$$E = \rho j = 276 \text{ V/m}$$

$$1) C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(R_2/R_1)} \quad d = 2.02 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

(2)

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 \Sigma}{h} = 1.77 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

$$V = \frac{Q_1}{C_1} = 49.5 \text{ V}$$

$$V = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow Q_2 = Q_1 \frac{C_2}{C_1} = 8.76 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 = 3.79 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

$$2) C_2' = C_2 k$$

$$C_{\text{eq}}' = C_1 + C_2' = 5.91 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

$$U = \frac{1}{2} C_{\text{eq}} V^2 = 4.64 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$\Delta U = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$U' = \frac{1}{2} C_{\text{eq}}' V^2 = 7.24 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$W_{\text{ges}} = 2 \cdot U_{\text{el}} = 5.2 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

(2)

1)  $x < 0$

$$E(x) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$0 < x < d; \quad E(x) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$x > d; \quad E(x) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$\Rightarrow$   
 $0 < x_0 < d$

$$E(x_0) = 0 \quad \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0 \Rightarrow \frac{\lambda}{\pi x_0} = \sigma$$

$$x_0 = \frac{\lambda}{\sigma\pi} = 2 \text{ m}$$

$$2) \quad V(P) - V(P_0) = -\int_{x_0}^d E(x) dx = -\int_{x_0}^d \left( \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) dx$$

$$= -\left[ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln x - \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \right]_{x_0}^d =$$

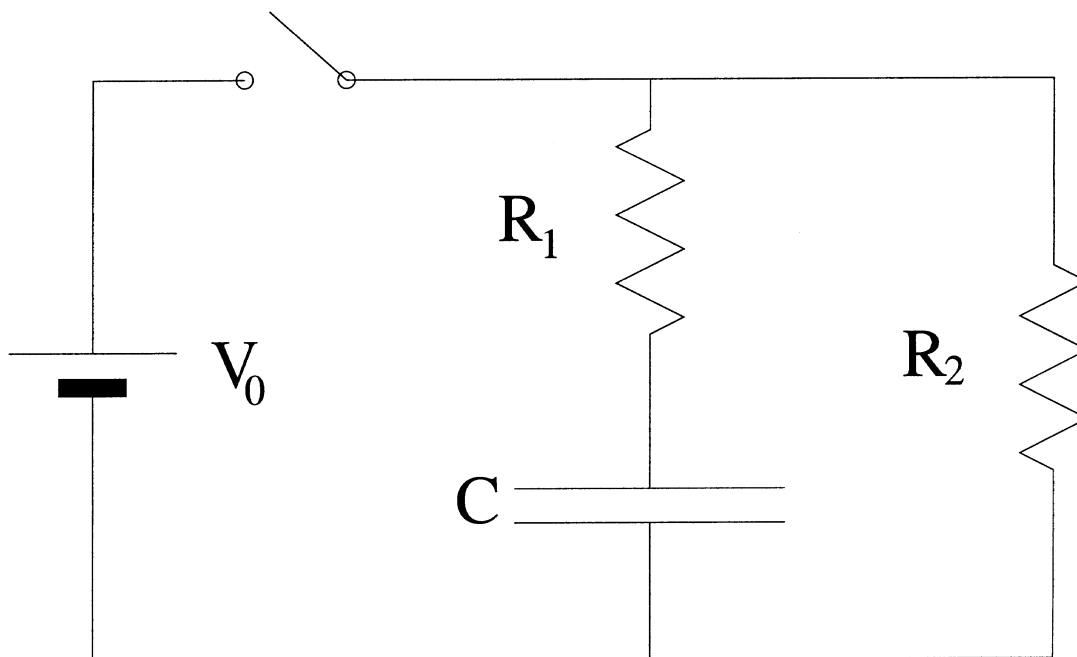
$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (d - x_0) - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{d}{x_0}\right) = \overset{1118}{660} \text{ V}$$

$$3) \quad \frac{1}{2} m v^2 = q \Delta V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q \Delta V}{m}} = 0.115 \text{ m/s}$$

COGNOME .....NOME ..... MATRICOLA.....

**Problema 1**

Un condensatore, costituito da due lamine piane con lati  $a = 2\text{cm}$  e  $b = 12\text{cm}$ , parallele tra loro a distanza  $h = 0.1\text{mm}$ , è connesso in serie ad una resistenza  $R_1 = 680\Omega$  e, tramite un interruttore, ad un generatore di tensione costante  $V_0 = 24\text{V}$ ; in parallelo ad essi è connessa una resistenza  $R_2 = 1200\Omega$ , come mostrato in figura. Il condensatore è inizialmente scarico, l'interruttore viene chiuso e, dopo un tempo  $t_0$  sufficiente per caricare completamente il condensatore, viene aperto per un uguale tempo  $t_0$ , pure sufficiente per scaricare completamente il condensatore; in seguito vengono ripetuti indefinitamente uguali cicli di carica e scarica.



- Qual è la potenza dissipata nella resistenza  $R_2$  mentre l'interruttore è chiuso?
- Qual è l'energia massima immagazzinata nel condensatore?
- Qual è la forza  $F$  tra le lamine?
- Qual è l'energia dissipata nella resistenza  $R_1$  in un processo di scarica?
- Si tracci il grafico della differenza di potenziale  $V_1$  ai capi del condensatore in funzione del tempo: qual è la differenza tra gli intervalli di tempo  $t_A$  e  $t_B$  in cui  $V_1$  è maggiore o minore, rispettivamente, di  $V_0/2$ ?

SCRIVERE LA SOLUZIONE SOLO SU QUESTI FOGLI

$$2) C = \frac{Q_0}{V_0} = 1.1 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$V_0 = R_2 I_2 \quad I_2 = .02 \text{ A} \quad P = R_2 I_2^2 = .48 \text{ W}$$

$$2) W = \frac{1}{2} C V_0^2 = 6.0 \times 10^{-1} \text{ J}$$

$$3) F = - \frac{dW}{dh} ; W = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{h}$$

$$F = \frac{V_0^2 \epsilon_0 \epsilon_r}{2 h^2} = 6.2 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$4) I = \frac{V_0}{R_1 + R_2} e^{-t / (R_1 + R_2) C}$$

$$P_1 = \frac{R_1 V_0^2}{(R_1 + R_2)^2} e^{-2t / (C(R_1 + R_2))}$$

$$W_1 = \int_0^\infty P_1 dt = \frac{(R_1 + R_2) C}{2} \frac{R_1 V_0^2}{(R_1 + R_2)^2} e^{-2t / (C(R_1 + R_2))} \Big|_0^\infty$$

$$= \frac{R_1 V_0^2 C}{2(R_1 + R_2)} = 7.2 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$5) \text{ (a) } V = V_0 - R_2 I_1 = V_0 - R_2 \frac{dQ}{dt}$$

$$I_1 = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} = -C R_2 \frac{dI_1}{dt} \Rightarrow I_1 = I_1^0 e^{-t / (R_2 C)}$$

$$V = V_0 - R_2 I_1^0 e^{-t / (R_2 C)} = V_0 (1 - e^{-t / (R_2 C)})$$

or

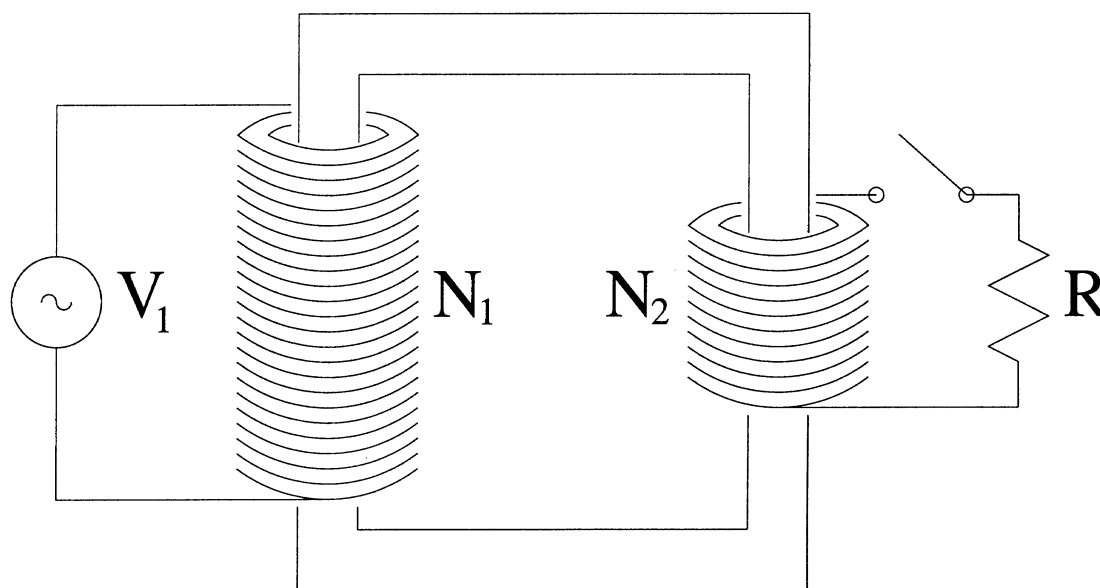
$$I = \frac{V_0}{R_T} e^{-t / (R_T C)} ; R_T = R_1 + R_2$$

$$V = R_I I = V_0 e^{-t / (R_T C)}$$

COGNOME .....NOME ..... MATRICOLA.....

**Problema 2**

Un giogo in materiale ferromagnetico, con permeabilità magnetica relativa  $k = 2200$ , ha forma rettangolare, con lati  $x = 4\text{cm}$  e  $y = 7\text{cm}$  e sezione  $S = 1.8\text{cm}^2$ ; su uno dei lati maggiori è avvolto un primo solenoide composto da  $N_1 = 3800$  spire, connesso ad un generatore di tensione sinusoidale con frequenza  $\nu = 50\text{Hz}$ , mentre sul lato opposto è avvolto un secondo solenoide composto da  $N_2 = 700$  spire, a cui può essere connessa una resistenza  $R = 200\Omega$  chiudendo un interruttore. Mentre l'interruttore è aperto, nel primo solenoide circola una corrente massima  $i_0 = 30.3\text{mA}$ .



- Qual è il campo magnetico massimo all'interno del giogo, con l'interruttore aperto?
- Qual è la tensione efficace  $V_1$  fornita dal generatore?
- Qual è la f.e.m. indotta  $\mathcal{E}$  nel secondo solenoide, con l'interruttore aperto?
- Qual è la corrente massima  $i_1$  che circola nel primo solenoide, se l'interruttore viene chiuso?
- Qual è la potenza spesa dal generatore, in questo caso?

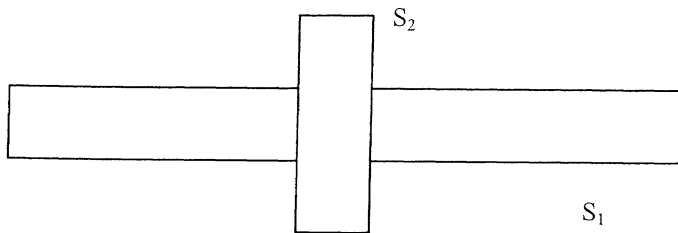
SCRIVERE LA SOLUZIONE SOLO SU QUESTI FOGLI



### Problema 3

Una bobina  $S_2$ , costituita con  $N_2 = 60$  spire, con area  $A_2 = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ , è avvolta intorno alla parte centrale di un lungo solenoide rettilineo  $S_1$ , di area  $A_1 = 5.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  con una densità di spire  $n = 4500$  spire/m. La bobina  $S_2$  e il solenoide  $S_1$  sono coassiali. Determinare:

- l'induttanza per unità di lunghezza del solenoide  $S_1$
- la mutua induttanza dei due circuiti
- la f.e.m. massima indotta in  $S_2$  (in modulo), quando in  $S_1$  circola una corrente  $I_1 = I_0 \cos \Omega t$  ( $I_0 = 2 \text{ A}$  e  $\Omega = 300 \text{ s}^{-1}$ ).



### Terzo problema

Un piano di fili rettilinei indefiniti accostati ha  $n = 800$  fili per metro. Sopra il piano dei fili è posta una spira conduttrice quadrata di lato  $a = 0.15 \text{ m}$ .

1) Calcolare il coefficiente di mutua induzione fili-spira se la spira giace in un piano ortogonale alla direzione dei fili.

2) Ripetere il calcolo se il piano della spira è parallelo alla direzione dei fili.

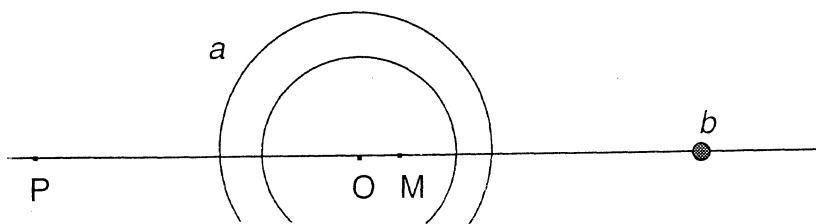
Si supponga che la spira, avente resistenza  $R = 27 \Omega$ , venga fatta ruotare dalla posizione A alla posizione B e che la carica messa di conseguenza in moto nella spira sia  $q = 1.67 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ .

3) Calcolare il valore della corrente che circola in ciascun filo.

### Problema 1

Due conduttori rettilinei e paralleli,  $a$  e  $b$ , sono così costituiti:  $a$  è un cilindro cavo di raggio interno  $r_1 = 0.013 \text{ m}$  ed esterno  $r_2 = 0.019 \text{ m}$ ;  $b$  è un filo di diametro trascurabile rispetto alle altre dimensioni, posto a distanza  $d = 0.05 \text{ m}$  dal centro di  $a$ . Si misura l'induzione magnetica  $B$  generata dai due conduttori nei punti  $O$  (centro  $O$  del conduttore  $a$ ) e  $P$  posto sull'asse comune dei due conduttori a distanza  $x_P = -0.05 \text{ m}$  da  $O$ . Si ottiene:  $B(P) = 0.65 \times 10^{-4} \text{ T}$  e  $B(O) = -0.35 \times 10^{-4} \text{ T}$ . ( $B$  positivo se orientato verso il basso). Determinare:

- intensità e verso della corrente nel filo  $b$
- la densità uniforme di corrente nel conduttore  $a$
- la forza di interazione tra i due fili (per unità di lunghezza)
- l'intensità ed il verso dell'induzione magnetica  $B$  nel punto  $M$  ( $0.005 \text{ metri}, 0$ ) (coordinata calcolata rispetto ad  $O$ )

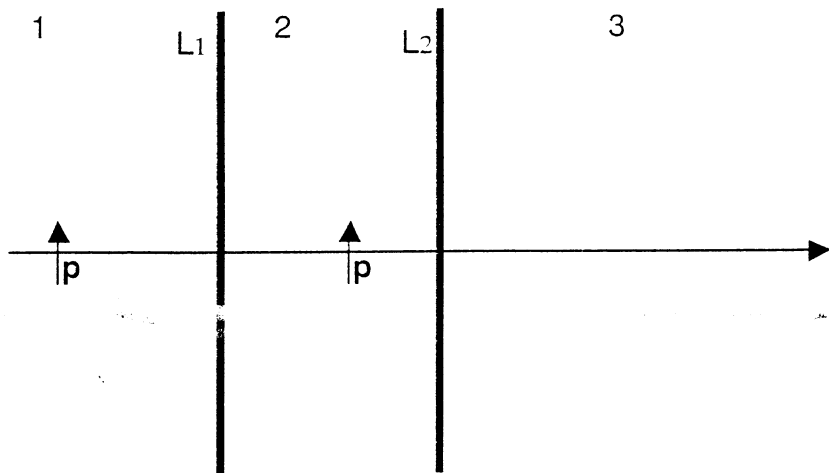


## Problema 2

Due lamine isolanti (infinite)  $L_1$  e  $L_2$  cariche, con densità di carica uniforme, sono disposte parallelamente l'una all'altra. Un piccolo dipolo elettrico di momento dipolare  $p = 10^{-9}$  Cm, posto verticalmente, con il momento dipolare orientato verso l'alto, nel semispazio 1, a sinistra rispetto a  $L_1$ , subisce un momento meccanico massimo  $\tau_1 = 9 \times 10^{-5}$  Nm antiorario, perpendicolare al piano del disegno. Posto invece nello spazio 2, tra le due lamine, presenta un momento massimo  $\tau_2 = 3.1 \times 10^{-5}$  Nm (segno orario, opposto rispetto a  $\tau_1$ ).

Calcolare:

- i campi elettrici nelle tre zone in cui le lamine dividono lo spazio
- la densità di carica superficiale sulle due lamine
- il lavoro compiuto per avvicinare le lastre di  $d = 0.07$  m



## Problema 4 (facoltativo)

Un solenoide toroidale di sezione trasversale quadrata, ha raggio interno  $R = 0.15$  m e lato  $l = 0.05$  m. È costituito da  $N = 1500$  spire ed è percorso dalla corrente  $I = 12$  A. Determinare:

- il coefficiente di autoinduzione
- l'energia magnetica totale accumulata nel solenoide

## Problema 2

Un filo indefinito è carico con densità di carica lineare uniforme positiva  $\lambda = 2 \times 10^{-9}$  C/m. Una particella puntiforme di carica (negativa)  $q = -3.2 \times 10^{-19}$  C e massa  $m = 2 \times 10^{-24}$  kg parte da ferma da una distanza  $d_0 = 1.2$  cm dal filo e transita ad una distanza  $d = 0.7$  cm dallo stesso. Determinare:

- la forza di Coulomb cui è sottoposta la particella nella posizione iniziale.
- la velocità della particella quando transita a distanza  $d$  dal filo

## Terzo Problema

Un condensatore piano è costituito da due lastre parallele conduttrici di superficie  $\Sigma = 1.5 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup> a distanza  $d = 0.007$  m l'una dall'altra. Il condensatore viene connesso ad una batteria e portato alla d.d.p. tra le armature  $V_A - V_B = 35$  volt. Indi viene sconnesso e tra le armature viene infilata completamente una lastra di rame di spessore  $d_0 = 0.002$  m. La lastra è parallela alle armature ed ha superficie  $\Sigma$ .

Determinare:

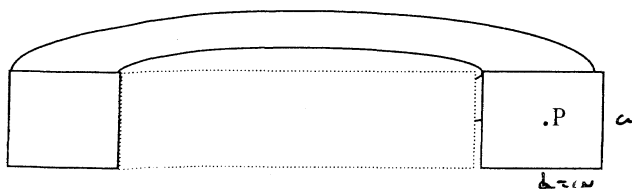
- la carica presente sulle armature del condensatore prime dell'inserimento della lastra
- la d.d.p. tra le armature del condensatore quando la lastra è stata completamente inserita.
- La differenza di energia elettrostatica nel condensatore tra le due configurazioni (lastra inserita configurazione finale)

## Problema 4

Un solenoide toroidale di sezione trasversale quadrata, ha raggio interno  $R = 0.15$  m e il lato del quadrato è  $l = 0.05$  m. Quando il toroide è percorso dalla corrente  $I = 12$  A, l'induzione magnetica nel punto P, al centro della sua sezione quadrata è  $B_P = 20.6$  mT. Determinare:

- il coefficiente di autoinduzione del toroide
- l'energia magnetica in esso accumulata

*20,6 m.elli kse.*



### Problema 3

I condensatori  $C_1 = 0.033 \mu\text{F}$  e  $C_2 = 0.018 \mu\text{F}$ , collegati in serie, sono in parallelo con il condensatore  $C_3 = 22 \text{ nF}$ . Mediante un generatore elettrostatico, si fornisce al circuito la carica  $q = 0.34 \mu\text{C}$ , terminata la carica il generatore viene scollegato. Determinare:

1) la d.d.p. agli estremi di  $C_3$

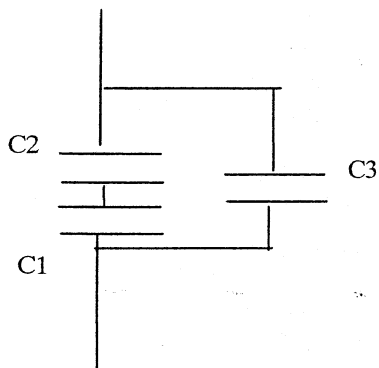
2) le cariche su ciascuno dei tre condensatori

Gli estremi del condensatore  $C_1$  vengono collegati con un filo metallico (cortocircuito).

Calcolare, nella nuova situazione di equilibrio:

3) la d.d.p. agli estremi di  $C_3$

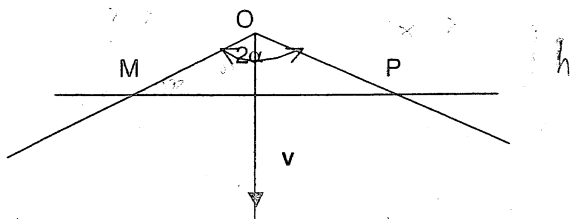
4) la variazione complessiva di energia elettrostatica del sistema rispetto alla configurazione iniziale



### Problema 3

Un filo rettilineo di resistività per unità di lunghezza  $\rho = 0.5 \Omega/\text{m}$  è piegato nel punto  $O$  in modo da formare un angolo  $2\alpha = 120^\circ$ . Un filo  $MP$ , dello stesso materiale e con la stessa resistività, è disposto perpendicolarmente alla bisettrice dell'angolo  $2\alpha$  e forma con il filo piegato un contorno triangolare chiuso  $OMP$ . Questo triangolo è posto in un campo magnetico uniforme  $B = 0.85 \text{ T}$  perpendicolare al piano del triangolo con verso entrante nel foglio. Il filo  $MP$  scivola sul contorno con la velocità costante  $v = 0.25 \text{ m/s}$ . Il moto inizia dal vertice  $O$  del contorno. Trascurando la resistenza dei contatti, determinare:

- il verso e l'intensità della corrente che circola nel triangolo  $OMP$
- l'intensità la direzione e il verso della forza meccanica applicata al lato  $MP$  all'istante  $t_1 = 0.8 \text{ s}$ , che permette che il moto dell'asta avvenga con velocità costante
- il calore totale dissipato nel circuito fino al tempo  $t_1$



### Problema 3

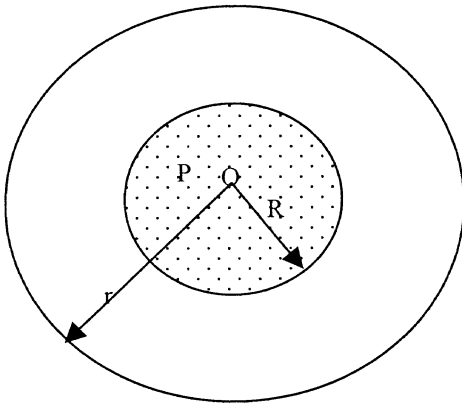
Un elettromagnete circolare di raggio  $R = 0.10$  m produce un campo magnetico a simmetria assiale  $B = 0.55 \cdot (1 - \exp[-3 \cdot t])$  dove  $t$  è il tempo in secondi ed il campo è espresso in tesla. Una spira circolare di raggio  $r = 0.25$  m, costituita da un filo di sezione  $\sigma = 8 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$  e di resistività  $\rho = 9.7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ , è posta in un piano perpendicolare alle linee di campo intorno all'elettromagnete. Calcolare:

- la resistenza totale della spira;
- la corrente indotta nella spira all'istante  $t_1 = 1.5 \cdot 10^{-2}$  s;

Nello stesso istante, un elettrone viene emesso con velocità trascurabile in un punto P a distanza  $d = 0.05$  m dall'asse centrale del magnete.

- il campo elettrico indotto che agisce sull'elettrone;
- l'accelerazione dell'elettrone all'istante  $t_1$  (massa elettrone  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

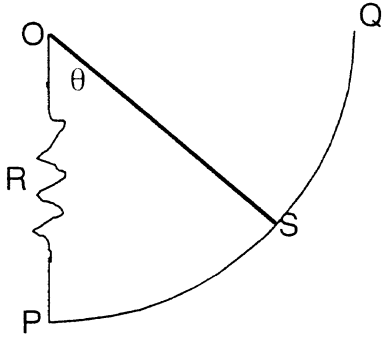
Nelle risposte alle ultime due domande, si trascuri il campo magnetico prodotto dalla corrente indotta nella spira.



Una sbarra di metallo OS di lunghezza  $l=0.85$  m, ruota in un piano orizzontale attorno ad un asse verticale passante per il punto O con velocità costante  $\omega = 0.25$  s<sup>-1</sup>. L'estremo S della sbarra scivola su un filo metallico a forma di arco di circonferenza PQ, di raggio  $l$ . Il filo è collegato al punto O nel tratto PO, mediante una resistenza  $R = 0.7$   $\Omega$ . Un campo magnetico costante e uniforme  $B = 0.4$  T, agisce perpendicolarmente al circuito con verso uscente dal foglio.

Determinare :

- la carica totale indotta nel circuito OPSO quando la sbarra ruota di  $\theta = \pi/2$
- il momento delle forze (rispetto ad O) necessario per mantenere costante la velocità angolare
- il lavoro compiuto da questo momento per fare percorrere alla sbarra un quarto di giro



#### Problema 4

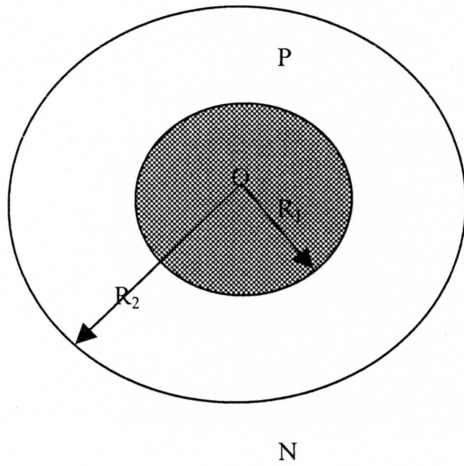
Un solenoide rettilineo indefinito, di sezione circolare (raggio  $R = 25 \times 10^{-2}$  m), è percorso dalla corrente  $i = 3$  A ed ha un coefficiente di autoinduzione per unità di lunghezza  $L = 6.3 \times 10^{-4}$  H/m. Calcolare:

- l'energia magnetica per unità di lunghezza del solenoide
- l'intensità del campo magnetico all'interno del solenoide
- il valore della corrente  $i_s$  che deve percorrere una spira circolare di raggio R per produrre al centro un campo magnetico uguale a quello prodotto dal solenoide

## Problema 2

Su una sfera metallica di raggio  $R_1 = 2$  cm è impressa una carica  $q = 3$  nC. La sfera è racchiusa in un guscio sferico di raggio interno  $R_1$  e di raggio esterno  $R_2 = 4$  cm. Il guscio è costituito da un dielettrico isotropo e omogeneo con costante dielettrica relativa  $k = 2$  e non ha carica impressa. Calcolare:

- il modulo del vettore  $\mathbf{D}$  spostamento elettrico nei punti O (centro della sfera), P (a distanza  $r_P = 3$  cm da O), N (a distanza  $r_N = 5$  cm da O);
- il modulo del campo elettrico  $\mathbf{E}$  nei punti P ed N
- la d.d.p. tra i punti P ed N



### Problema 3

Un elettromagnete circolare di raggio  $R = 0.10$  m produce un campo magnetico a simmetria assiale  $B = 0.55 \cdot (1 - \exp[-3 \cdot t])$  dove  $t$  è il tempo in secondi ed il campo è espresso in Tesla. Una spira circolare di raggio  $r = 0.25$  m, costituita da un filo di sezione  $\sigma = 8 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$  e di resistività  $\rho = 9.7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ , è posta in un piano perpendicolare alle linee di campo intorno all'elettromagnete. Calcolare:

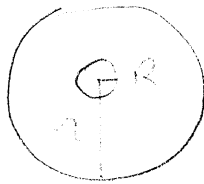
- la resistenza totale della spira;
- la corrente indotta nella spira all'istante  $t_1 = 1.5 \cdot 10^{-2}$  s

Nello stesso istante, un elettrone viene emesso con velocità trascurabile in un punto a distanza  $d = 0.05$  m dall'asse centrale del magnete.

- il campo elettrico indotto che agisce sull'elettrone;
- l'accelerazione dell'elettrone all'istante  $t_1$  (massa elettrone  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

Nelle risposte alle ultime due domande, si trascuri il campo magnetico provocato dalla corrente indotta nella spira.

$$a) R_e = \frac{\rho l}{\sigma} = \frac{\rho 2\pi R}{\sigma} = 0.19 \Omega$$



$$b) i = -\frac{1}{R_e} \frac{d\phi(B)}{dt}$$

$$\phi(B) = \pi R^2 B = \pi R^2 0.55 (1 - e^{-3t})$$

$$i = -\frac{1}{R_e} \pi R^2 0.55 \cdot (-3) e^{-3t} \Rightarrow i(t_1) = 0.261 \text{ A}$$

$$c) \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi(B)}{dt}; \quad \phi = \pi d^2 0.55 (1 - e^{-3t})$$

$$\pi d^2 \cdot \pi d^2 0.55 \cdot (-3) e^{-3t}$$

$$E = \frac{d \cdot 0.55 \cdot (-3) e^{-3t}}{\pi} = 0.039 \text{ V/m}$$

$$d) a = \frac{E}{m} = \frac{0.039}{9.1 \cdot 10^{-31}} = 4.28 \cdot 10^{28} \text{ m/s}^2$$

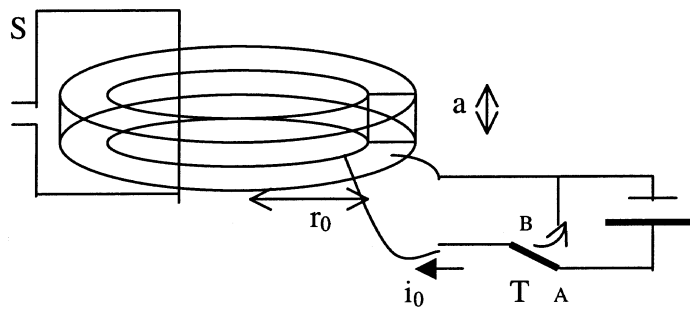




**Problema 3:**

Un solenoide toroidale di raggio interno  $r_0=0,5$  m e sezione quadrata di lato  $a=0.2$  m è costituito da  $N= 500$  spire. L' avvolgimento del toroide ha resistenza totale  $R = 10 \Omega$ . Una singola spira  $S$  (vedi figura) e' concatenata col toroide. All' istante iniziale il toroide e' percorso dalla corrente  $i_0=2$  A e l'interruttore  $T$  viene spostato dalla posizione A alla posizione B escludendo il generatore. Determinare:

- Il campo magnetico nel centro della sezione toroidale e la densita' di energia magnetica all' istante iniziale:  $B_0=.....$ ,  $u_m = .....$
  - il flusso del campo magnetico concatenato con la singola spira del toroide all' istante iniziale ed il coefficiente di autoinduzione del toroide:  $\Phi_1 = .....$ ,  $L = .....$
  - la costante di tempo del processo di azzeramento della corrente nel toroide :  
 $\tau = .....$
- c) la f.e.m. indotta all' istante  $t_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  s nella spira  $S$  :  $\mathcal{E}_i(t_1) = .....$



Problema 1

Una spira rettangolare ABCD di lati  $AD=a = 0,2$  m e  $AB=b = 0,1$  m si muove lungo l'asse x con velocita'  $v = 2$  m/s mantenuta costante, in una regione di spazio nella quale vi e' un campo magnetico non uniforme diretto perpendicolarmente alla spira (vedi figura), che varia secondo la legge  $B(x) = \alpha x$ , con  $\alpha = 0,05$  T/m. La spira ha resistenza  $R = 0.2 \Omega$ . Calcolare:

- a) il flusso concatenato con la spira quando il lato AB e' nella posizione  $x_1 = 1$  m :

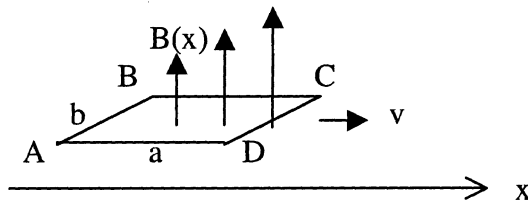
$$\Phi_1 = \dots\dots$$

- b) la f.e.m. indotta sulla spira [suggerimento: si consideri la funzione  $\Phi(x)$ , dove x e' la posizione del lato AB della spira, e si utilizzi la relazione:  $d\Phi(x(t))/dt = (d\Phi/dx) \cdot (dx/dt)$  ] :

$$\mathcal{E} = \dots\dots$$

- c) la forza che deve essere applicata alla spira per mantenere costante la sua velocita' :

$$F = \dots\dots\dots$$



Problema 2

Un protone (massa  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg, carica  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C) entra con velocita'  $v_0 = 6 \cdot 10^4$  m/s in un solenoide rettilineo indefinito, avente  $n=1000$  spire/metro. Il vettore  $v_0$  forma l'angolo  $\theta=85^\circ$  con l'asse z del solenoide. Si osserva che il passo della traiettoria elicoidale del protone nel solenoide e'  $p = 2$  cm. Determinare:

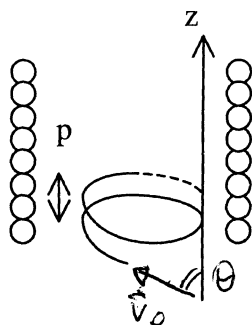
- a) il periodo di rivoluzione del protone all' interno del solenoide:  $T = \dots\dots$   
 b) il campo magnetico nel solenoide e la corrente che circola nelle spire (si ricordi che la

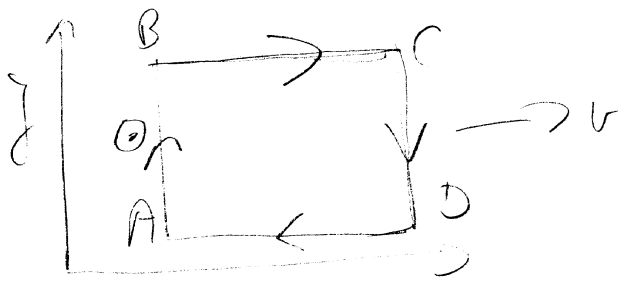
permeabilita' magnetica nel vuoto vale  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m) :

$$B = \dots\dots\dots, i = \dots\dots\dots$$

- c) il raggio di curvatura della traiettoria elicoidale:

$$r = \dots\dots\dots$$





71

$$AD = a = 0.2 \text{ m} \quad (1)$$

$$AB = l = 0.1 \text{ m}$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$B(x) = \alpha x$$

$$\alpha = 0.5 \text{ T/m}$$

$$R = 0.2 \Omega$$

1)  $\phi (AB = x_1 = 1 \text{ m})$

2)  $\mathcal{E}$

3)  $F$

$$\phi = \int_{x_1}^{x_1+a} l B(x) dx = \int_{x_1}^{x_1+a} l \alpha x dx = \frac{l \alpha x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_1+a} =$$

$$= \frac{l \alpha}{2} [(x_1+a)^2 - x_1^2] = \frac{l \alpha}{2} [x_1^2 + a^2 + 2ax_1 - x_1^2] =$$

$$= \frac{l \alpha}{2} [a^2 + 2ax_1] = 0.0011 \text{ Wb}$$

2)  $\phi(x) = \frac{l \alpha}{2} (a^2 + 2ax)$

$$\mathcal{E} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{dx} \frac{dx}{dt} = l \alpha \frac{d\phi}{dx} = l \alpha \frac{2a}{2}$$

$$= 0.002 \text{ V}$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

3) Corrente indotta série

$$\overline{F_{ind}} = \overline{F_{AB}} + \overline{F_{CO}} \quad \text{diretta verso destra} \Rightarrow \text{desaffluo}$$

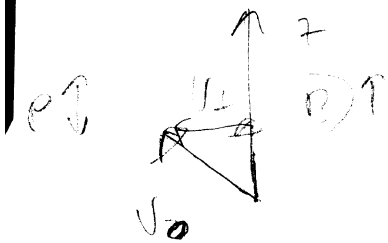
Ma forza verso destra affluo.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = .01 \text{ A}$$

$$|F_{AB}| = I l dx$$

$$|F_{CO}| = I l d (n+a)$$

$$\Rightarrow |F| = I l d a = 10^{-5} \text{ N}$$



$$1) v_0 \sin \alpha T = P \Rightarrow T = \frac{P}{v_0 \sin \alpha} = 3.8 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

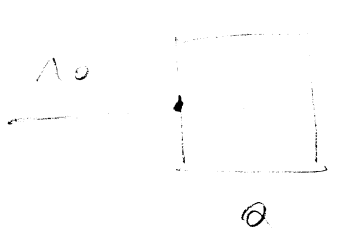
$$2) \vec{F}_c = q \vec{v}_0 \wedge \vec{B} \quad F_c = e v_0 B \sin \alpha = e v_{\perp} B$$

$$m \frac{v_{\perp}^2}{r} = e v_{\perp} B \Rightarrow m \omega^2 r = e \omega r B$$

$$B = \frac{m \omega}{e} = \frac{2\pi m}{e T} = 0.017 \text{ T}$$

$$B = \mu_0 n I \Rightarrow I = \frac{B}{\mu_0} = 13.7 \text{ A}$$

$$3) \begin{matrix} v_{\perp} = \omega r \\ \parallel \\ v_0 \sin \alpha \end{matrix} \quad r = \frac{v_{\perp}}{\omega} = v_0 \frac{\sin \alpha T}{2\pi} = 0.36 \text{ m}$$



- $r_0 = .5 \text{ m}$
- $a = .2 \text{ m}$
- $R = 10 \Omega$
- $N = 500$
- $I_0 = 7 \text{ A}$

1)  $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi(r_0 + \frac{a}{2})} = 3.34 \cdot 10^{-6} \text{ T}$

$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = .044 \text{ J/m}^3$

2)  $\phi = \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \cdot 2\pi r \cdot dr = \int_{r_0}^{r_0+a} \mu_0 N I dr$

$= \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \cdot 2\pi \cdot \frac{r_0+a}{1} = \frac{\mu_0 N I (r_0+a)}{1} = 1.35 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$

$\phi = L I N \Rightarrow L = \frac{N \phi}{I} = \frac{6.75 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}}{7 \text{ A}} = 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

3)  $\tau = \frac{L}{R} = \frac{3.4 \cdot 10^{-3} \text{ H}}{10 \Omega} = 3.4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

4)  $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$   
 $\phi_s = \frac{N \phi}{I} = 1.35 \cdot 10^{-5} \text{ Wb} \quad K = \frac{\phi_s}{I} = 6.75 \cdot 10^{-6} \text{ H}$

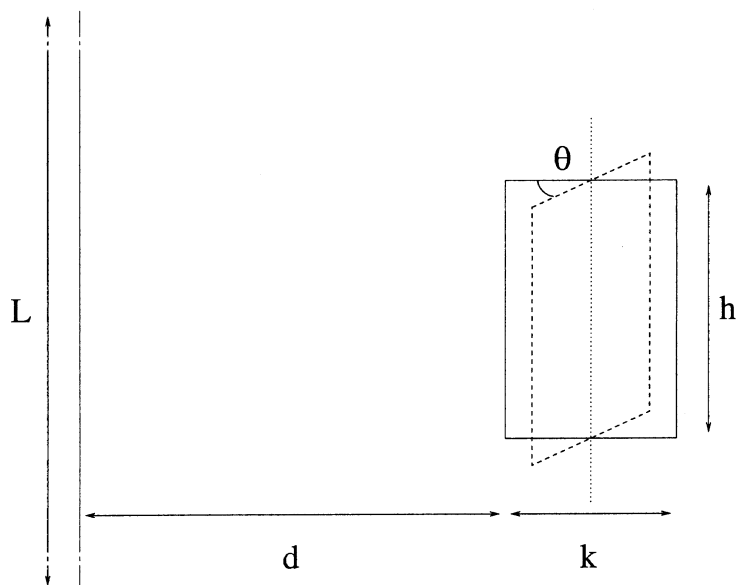
$\mathcal{E}_s = -\frac{d\phi_s}{dt} = -K \frac{dI}{dt} = -K I_0 \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau} = \frac{K R I_0}{L} e^{-t/\tau}$

$= \frac{1.35 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 7}{3.4 \cdot 10^{-3}} e^{-t/\tau} = 5.5 \cdot 10^{-4} \text{ V}$

COGNOME .....NOME ..... MATRICOLA.....

## Problema 1

Un filo rettilineo in ferro, di resistività  $\rho = 9.7 \cdot 10^{-8} \Omega m$ , ha lunghezza  $L = 6.5m$  e sezione circolare con raggio  $t = 0.2mm$  ed è percorso da una corrente  $I_F = 27A$ . Una spira rettangolare, con lati  $h = 3cm$  e  $k = 2cm$ , è disposta con i lati maggiori paralleli al filo ed è percorsa da una corrente  $I_S = 4A$ . La spira può ruotare intorno ad un asse parallelo passante per il suo centro e parallelo agli assi maggiori; inizialmente essa si trova sullo stesso piano del filo, con il lato più vicino a distanza  $d = 5cm$  da esso, e successivamente viene ruotata di un angolo  $\theta = 30^\circ$ .



- Qual è la differenza di potenziale  $V$  ai capi del filo?
- Qual è la forza complessiva  $F$  che agisce sulla spira nella posizione iniziale?
- Qual è il momento  $J$  che agisce sulla spira nella posizione finale?
- Qual è il lavoro  $W$  necessario per portare la spira dalla posizione iniziale a quella finale?

COGNOME .....NOME ..... MATRICOLA.....

**Problema 2**

Due solenoidi di uguale lunghezza  $h = 15\text{cm}$  sono costituiti ciascuno da  $N = 350$  spire; il primo ha resistenza  $R_1 = 130\Omega$  e sezione  $S_1 = 8\text{cm}^2$  ed il secondo, posto all'interno del primo con gli assi paralleli, ha resistenza  $R_2 = 80\Omega$  e sezione  $S_2 = 6\text{cm}^2$ . Ciascuno dei due solenoidi può essere connesso ad un generatore che fornisce una corrente continua  $I = 40\text{A}$  mentre i capi dell'altro sono collegati tra loro, oppure i due solenoidi possono venire connessi in serie tra loro in modo che la corrente circoli in essi con verso opposto.

- Qual è la carica  $q_1$  che circola nel primo solenoide se il secondo viene connesso al generatore?
- Qual è la carica  $q_2$  che circola nel secondo solenoide se il primo viene connesso al generatore?
- Qual è l'energia  $W$  immagazzinata nel sistema se entrambi i solenoidi sono connessi in serie al generatore?
- Qual è la frequenza di risonanza  $\nu$  se entrambi i solenoidi vengono connessi in serie ad un condensatore di capacità  $C = 1.5\text{nF}$  ?

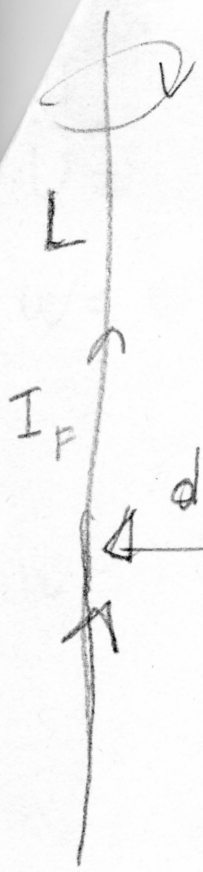


COGNOME .....NOME ..... MATRICOLA.....

### Problema 3

Una lampada, posta ad una altezza  $h = 3.2m$  rispetto al fondo di una piscina in cui l'acqua raggiunge il livello  $k = 1.8m$ , emette luce di lunghezza d'onda  $\lambda = 440nm$  con una potenza complessiva  $P = 70W$ . L'indice di rifrazione dell'acqua è  $n_A = 1.33$ .

- Qual è il campo elettrico efficace  $E_{eff}$  immediatamente al di sopra il livello dell'acqua?
- Qual è l'intensità luminosa immediatamente al di sotto del livello dell'acqua?
- Qual è lo spessore minimo di uno strato di liquido, con indice di rifrazione  $n_L = 1.5$ , che galleggia sull'acqua, per cui si ha interferenza distruttiva tra le onde riflesse?
- Qual è la profondità apparente di un oggetto posto sul fondo?



$$\rho = 9.7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$$

$$L = 6.5 \text{ m}$$

$$t = 1.2 \text{ mm}$$

$$I_F = 17 \text{ A}$$

$$h = 3 \text{ cm}$$

$$k = 2 \text{ cm}$$

$$I_S = 4 \text{ A}$$

$$d = 5 \text{ cm}$$

$$\theta = 30^\circ$$

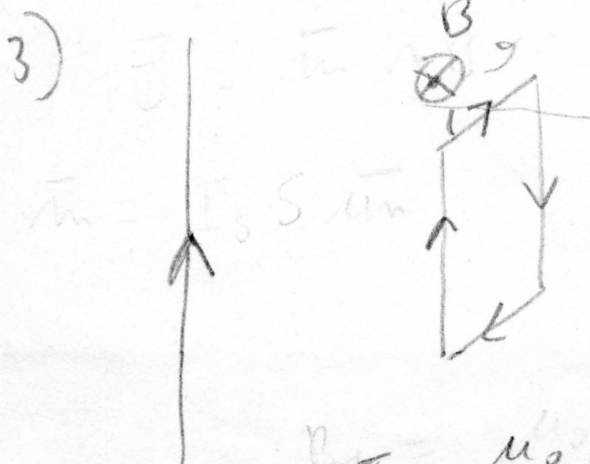
$$1) \quad V = RI \quad R = \frac{\rho L}{S} = 5 \Omega$$

$$S = \pi t^2 = 1.26 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$V = 135 \text{ V}$$

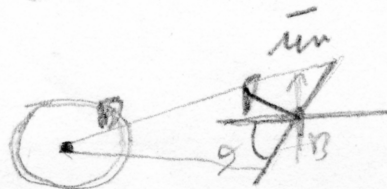
$$2) \quad F = \frac{\mu_0 I_F I_S h}{2\pi d} \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d+k} \right)$$

$$= 3.7 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$



$$\vec{J} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$\vec{m} = I_S S \vec{n}, \quad \vec{n} =$$



$$3) \quad \vec{J} = \frac{\mu_0 I_F I_S S \sin \theta}{2\pi (d+k/2)} = 1.2 \text{ dN} \cdot \text{m}$$

$$V = U_f - U_i$$

$$U_i = -mB$$

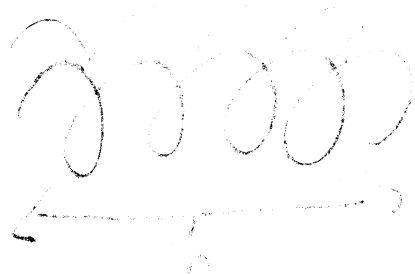
$$U = -m \cdot B$$

$$U_f = -mB \cos \theta$$

$$W = -mB (\cos \theta - 1) \Rightarrow B = \frac{6 \text{ J}}{2\pi (d + \frac{d}{2})} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$m = \frac{1}{2} S = 0.0014 \text{ Am}^2$$

$$W = 2.9 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$



$$N = 350$$

$$I = 60 \text{ A}$$

$$\begin{cases} R_1 = 130 \Omega \\ S_1 = 8 \text{ m}^2 \\ R_2 = 90 \Omega \\ S_2 = 6 \text{ m}^2 \end{cases}$$

1)

$\Phi_1$  con 2 cores of ferromagnetic

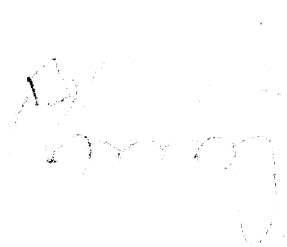
$$\Phi_1 = \frac{\Delta \phi}{R_1}$$

$$B_2 = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{l} = 0.118 \text{ T}$$

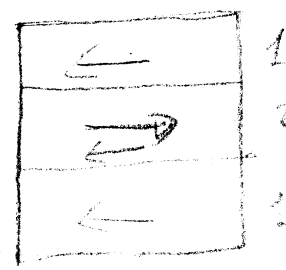
$$\Phi_f = B_2 S_2 N = 0.025 \text{ We}$$

$$\Phi_i = 1.9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

2)  $B_1 = B_2$       $\Phi_2 = \frac{\Delta \phi}{R_2} = 3.1 \cdot 10^{-4} \text{ C}$   
 $\Phi'_2 = \Phi_2$



$$\frac{1}{2} L I^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} \tau$$



$$W = \frac{B^2}{2\mu_0} (S_1 - S_2) l = 0.17 \text{ J}$$

$$B_1 = \mu_0 n I$$

$$B_2 = B_1$$

h)  $C = 1.5 \text{ mF}$

$$R_T = 210 \Omega$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{1}{2} L I^2 = W ; L = \frac{2W}{I^2} = 2.1 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

$$283.6 \text{ kHz}$$

oppo:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l_1}$$

$$\phi = B S_1 = \frac{\mu_0 N^2 I S}{l_1} = L_1 I$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l_1}$$

$$\phi_{12} = B_2 N S_2 = \mu_0 N I S_2$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 I S_2}{l_2} \Rightarrow \mu = \frac{\mu_0 N^2 S_2}{l_2} = L_2$$

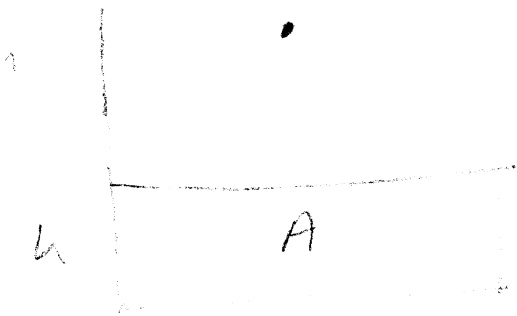
$$L_1 = \frac{\mu_0 N^2 S_1}{l_1}$$

$$\phi_{21} = B_1 N S_2 = \mu_0 N I S_2$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 N^2 S_2}{l_2}$$

$$\mu = \frac{\mu_0 N^2 S_2}{l_2} = L_2$$

$$L_T = L_1 + L_2 - 2\mu$$



- $h = 3.2 \text{ m}$
- $k = 1.8 \text{ m}$
- $\lambda = 460 \text{ nm}$
- $P = 20 \text{ W}$
- $n_A = 1.33$

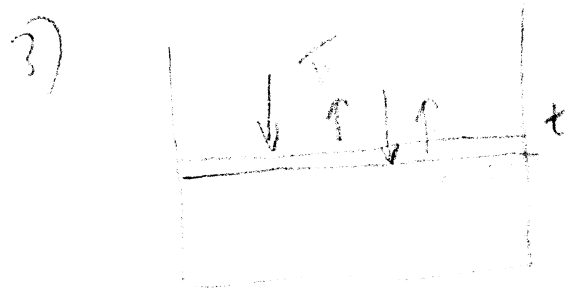
1) 
$$I = \frac{P}{4\pi(h-A)^2} = 2.84 \text{ W/m}^2$$

$$= \epsilon_0 c E_{\text{eff}}^2 \Rightarrow E_{\text{eff}} = \sqrt{I/\epsilon_0 c} = 32.2 \text{ V/m}$$

2) 
$$\frac{I_t}{I_i} = T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \Rightarrow I_t = I_i \cdot T = 2.28 \text{ W/m}^2$$

- $n_1 = 1$
- $n_2 = 1.33$

$n_2 = 1.5$



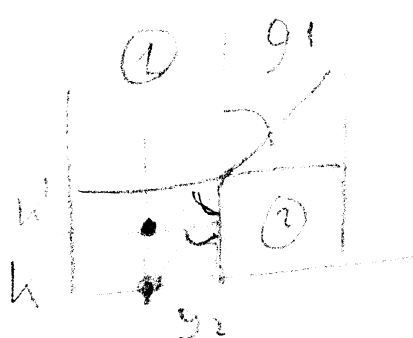
for  $\lambda_0$ :  $\pi$  phase shift

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda'} \Delta n t + \pi = (2k+1)\pi$$
  
 $k=1$

$$\frac{2\pi}{\lambda'} 2t + \pi = 3\pi$$

$$\frac{4t}{\lambda'} + 1 = 3 \quad ; \quad \lambda' = \frac{\lambda}{n} \quad ; \quad \frac{4t n}{\lambda} = 2$$

$$n_2 t = 1 \quad t = \frac{\lambda}{2n} = 1.47 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$



$$\frac{h}{g_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{g_1}{g_2}$$

$$g_2 = \frac{m_1}{m_2} g_1 \quad \frac{g_2}{g_1} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$k \tan \theta = k' \tan \theta$$

$$k' = \frac{k \tan \theta}{\tan \theta} = k \frac{g_2}{g_1} = k \frac{m_1}{m_2} = 1.35 m$$