15

Facoltà di Ingegneria-Prova scritta di Fisica 2 Corsi di laurea in Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio e in Ingegneria Civile- Padova 18 giugno 2007

Cognome.......................Nome.......................matricola.............corso di laurea.........

Problema 1

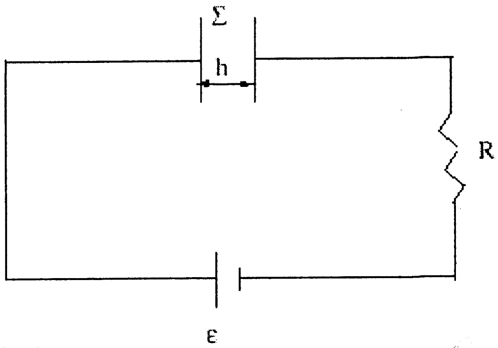
Un condensatore piano, inizialmente scarico, con armature di superficie $\sum = 0.1\ m^2$ distanti h=1 mm l'una dall'altra, viene caricato da un generatore di forza elettromotrice costante ε attraverso la resistenza R, come in figura.
Il lavoro compiuto dal generatore per caricare completamente il condensatore è $W_g=3\times10^{-6}$ J.
Calcolare:

1) la f.e.m. ε;
2) la resistenza R, se dopo un tempo t_1= 2μs dall'inizio del processo di carica la corrente che circola nel circuito $i(t_1) = i(0)/3$.

3) **(T)** Si dimostri che il lavoro compiuto per effetto Joule nel circuito durante il processo di carica è uguale all'energia immagazzinata nel condensatore:

Quando il condensatore è completamente carico, si stacca il generatore e si inserisce un materiale isolante di costante dielettrica relativa, k = 1.8, che riempie tutto il condensatore

4) Determinare la densità di energia elettrostatica nel dielettrico;



$C = \frac{\Sigma \varepsilon_0}{h} = 8.85\cdot10^{-10}$ F

$i(t_1) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t_1/\tau} = \frac{\varepsilon}{3R}$

2057 Ω

3. $\int_0^\infty R i^2 \, dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^\infty e^{-2t/\tau} \, dt =$

$= $ [illegible] RC [illegible]

[illegible]

4. [illegible]

$C' = \kappa C \; ; \; V' = \frac{CV}{C'} = \frac{V}{\kappa}$

$U = \frac{1}{2} \kappa C \frac{V^2}{\kappa^2} = \frac{CV^2}{2\kappa} \Rightarrow u = \frac{CV^2}{2\kappa A d} = 8.3 \cdot 10^{-3} \ J/m^3$

[illegible]: $u = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} \kappa \varepsilon_0 \frac{E_0^2}{\kappa^2} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{\kappa} =$

$\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0}{\kappa} \frac{\mathcal{E}^2}{d^2} = 8.3 \cdot 10^{-3} \ J/m^3$

18

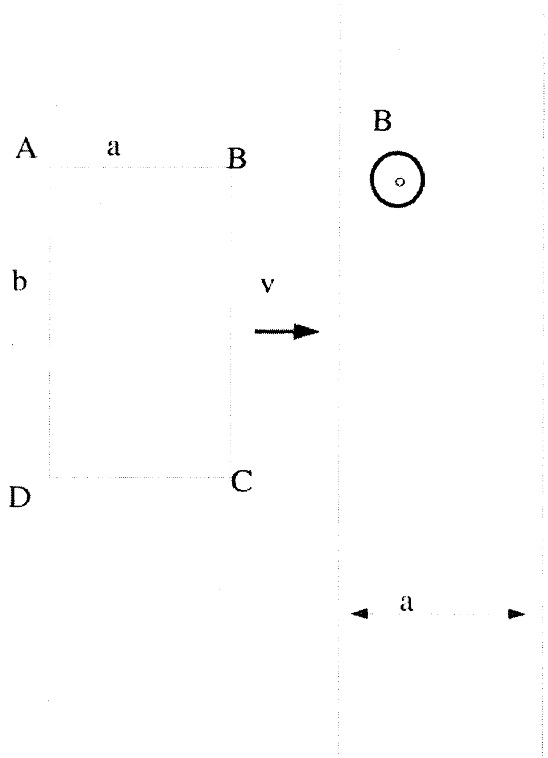
Problema 2

Una spira rettangolare piana, di lati a=5 cm, b=10 cm e resistenza R=40 Ω si muove su un piano con velocità v. All'istante t = 0 essa entra in una regione, larga come la spira, in cui è presente un campo magnetico B_0=3.0 T, perpendicolare al piano della spira e uscente da esso, come indicato in figura.
La corrente indotta nella spira durante l'attraversamento della regione in cui e` presente il campo magnetico è costante in modulo ed è i = 0.1 A.

3
1) Durante l'attraversamento del campo la velocità è costante? Perché?
2) Determinare la velocità v della spira.
3) Determinare il lavoro meccanico della forza esterna applicata alla spira durante l'attraversamento della regione con campo magnetico;

4
Teoria:

4) Partendo dall'espressione della forza di Lorentz per un elettrone: **F** = -|e|**v** × **B**, dimostrare che la forza magnetica su un conduttore percorso da una corrente i è: **F**=∫i**dl**×**B**; l'integrale di linea è esteso a tutta la lunghezza del conduttore.
5) Dimostrare che il lavoro della forza esterna è uguale in modulo al lavoro fatto dalla corrente nel circuito.



1)

$\frac{d\Phi}{dt} = -B\ell v$; $i = \frac{B\ell v}{R}$

$v = \frac{iR}{B\ell}$ 13.3 m/s

3) $F = i\ell B \Rightarrow W = 2a F = 2a i \ell B = \dots$

4) $F_L = -e\bar{v}\times\bar{B}$

$d\bar{F} = n I\, ds\, \bar{F}_L = -I\, ds\, n e\, \bar{v}\times\bar{B}$

$\dots ds\, \bar{j} \times \dots = \dots d\bar{j}\times\bar{B}$

$$5)\quad W_R = \int_0^{2a/v} R i^2\, dt = \int_0^{2a/v} R\frac{B^2\ell^2 v^2}{R^2}\, dt = \frac{2a v B^2 \ell^2}{R}$$

$$W_F = 2aF = 2a i \ell B = 2a\frac{v\ell^2 B^2}{R}$$

BIANCO

Facoltà di Ingegneria-Prova scritta di Fisica 2 Corsi di laurea in Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio e in Ingegneria Civile- Padova 15 giugno 2007

Cognome.......................................Nome..........................matricola..............corso di laurea..........

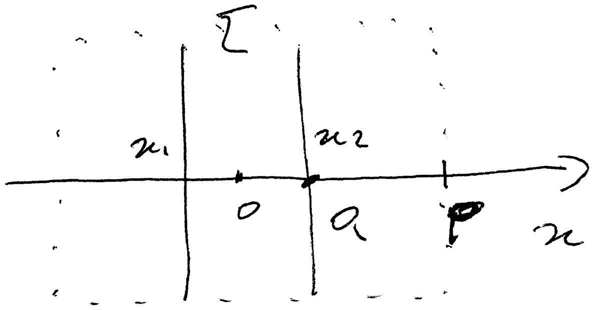
Problema 1

Si consideri, in un sistema di coordinate xyz, lo strato di spazio Σ parallelo al piano yz e compreso tra le coordinate x_1 = -5.0 cm e x_2 =5.0 cm.. Σ è indefinito e uniformemente carico, con densità di carica (negativa) costante $\rho = -20.0\ nC/m^3$. Ad un certo istante, una particella puntiforme con carica (positiva) $q = 3.2\times10^{-19}C$ e massa $m = 1.25\times10^{-18}$ kg, si trova con velocità trascurabile nel punto P di coordinata x =10.0 cm di questo spazio. La particella acquista velocità per l' azione del campo sulla sua carica e transita per il punto Q di coordinata x_Q = 5.0 cm con velocità v_Q.

a) Calcolare la forza agente sulla particella nel punto P;
b) calcolare la velocità v_Q della particella quando raggiunge il punto Q.:
c) **(T)** Utilizzando il teorema di Gauss calcolare il campo nei punti M (x_M = 2.5 cm) e N (x_N = -3 cm).
d) calcolare la d.d.p. V(M) –V(N).
e) **(T)** Rappresentare con un grafico (E= E[x]) l'andamento del campo E in funzione della coordinata x.

a) $\bar{F} = q\bar{E}$; $\int_\sigma \bar{E}\cdot\bar{u}_n\, d\sigma = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$2E\sigma = \frac{\sigma(x_2-x_1)\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{(x_2-x_1)\rho}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho x_2}{\varepsilon_0} = 113\ V/$



$\bar{F} = -3.6\cdot10^{-17}\ N\ \bar{u}_x$

b) $F = ma \Rightarrow a = F/m$

$v^2 = 2(x_p - x_q)\, a = 2(x_p - x_q)\, F/m$

$v = \sqrt{\frac{2F}{m}(x_p - x_q)} = 1.7\ m/s$

c) $2 E \sigma = \frac{\sigma_2 |x| e}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(x) = -\frac{|e| x}{\varepsilon_0} u_x$

$E(M) = -\frac{(x_M)|e|}{\varepsilon_0} \bar{u_x} = -56.5\ V/m\ \bar{u_x}$

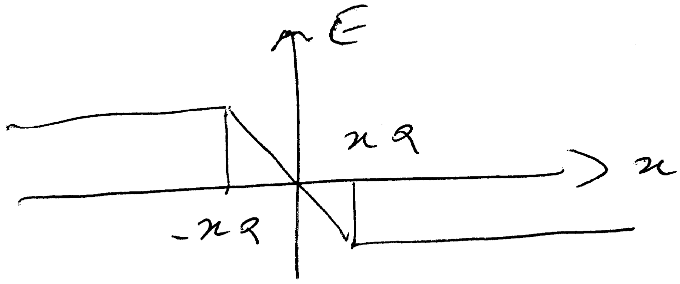
$E(N) = -\frac{(x_N)|e|}{\varepsilon_0} u_x = 67.8\ V/m\ \bar{u_x}$

d) $V(M) - V(N) = -\int_N^M -\frac{|e| x}{\varepsilon_0} \bar{u_x} \cdot u_x\, dx =$

$= \frac{|e|}{\varepsilon_0} \int_{x_N}^{x_M} x\, dx = \frac{|e|}{\varepsilon_0} \frac{x^2}{2} \Big|_{x_N}^{x_M} = \frac{|e|}{2\varepsilon} (x_M^2 - x_N^2)$

$= -0.310\ V$

e)

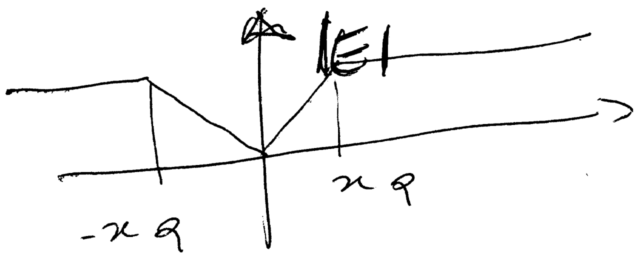


$E(x) = -\frac{x|e|}{\varepsilon_0} \quad -x_Q \leq x \leq x_Q$

$E(x) = -113\ V \quad x > x_Q$

$= +113\ V \quad x < x_Q$

offre:



BIANCO

Problema 2

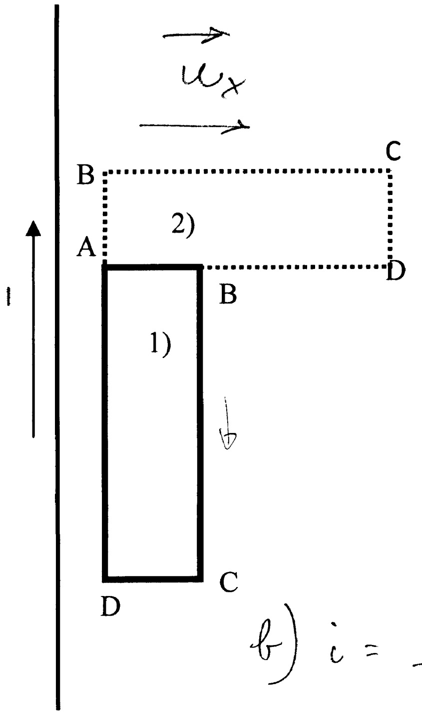
Un filo rettilineo ed indefinito, di diametro trascurabile, è percorso da una corrente variabile, $I(t) = I_o + A_1 * t$ [I_o =60.0 A e A_1 = 1550 A/s] nell'intervallo di tempo t_1, tra l' istante iniziale e l' istante t_1 = 0.01 s. Dopo quest'istante, per $t > t_1$, la corrente nel filo resta costantemente uguale a I (t_1) = 75.5 A. Una bobina piana rettangolare ABCD è costruita con un filo di sezione Σ = 1.5 mm^2 ~~e~~ di resistività ρ = 1.8 x10^{-8} Ω m ed è composta da N_1 = 35 spire sovrapposte, di lati AB = a = 2 cm e BC = b = 14 cm. Inizialmente la bobina ha il lato AB perpendicolare al filo ~~e~~ ed A dista d = 0.3 cm da questo. Bobina e filo sono sempre complanari. Calcolare, nel transiente:

a) La f.e.m. indotta nella bobina;
b) La corrente indotta;
c) La forza magnetica massima agente sul lato AD fra l'istante iniziale e l'istante t_1;
d) (T) discutere il segno della corrente indotta in relazione al segno della variazione del flusso concatenato alla bobina alla luce della legge di Lenz

All'istante $t_2 >> t_1$, la corrente nella bobina si è ridotta a zero e la corrente nel filo è costante. In quet'istante, si fa ruotare la bobina in verso antiorario attorno ad un asse passante per il vertice A e perpendicolare al foglio. Si passa dalla posizione 1) iniziale, alla posizione 2), raggiunta quando il lato AB della bobina è parallelo al filo.

e) Calcolare la carica totale indotta nella bobina con questa rotazione;
f) (T)dimostrare che la carica indotta è la medesima nei due casi seguenti: a) la rotazione avviene in verso antiorario con un moto generico, in modo che la bobina partendo da 1) raggiunga 2) e vi stia in quiete; b) la bobina è posta in rotazione con moto angolare uniforme in verso antiorario e transita con velocità angolare $\omega > 0$ per la posizione 2).

orientazione i in verso orario; $\vec{n}$ entrante



a) $$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = N\int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I b\, dx}{2\pi x} = \frac{N\mu_0 I(t) b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{N\mu_0 A_1 b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) =$$

$$= -2\times10^{-7}\times1550\times0{,}14 \ln\frac{2{,}3}{0{,}3}\times35 = -3{,}09\times10^{-3}\,V$$

b) $$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} \qquad R = \frac{\rho N (a+b)2}{\Sigma} = 0{,}134\,\Omega$$

$i = -0{,}023$ A verso opposto a quello scelto, quindi antiorario

c) $$F_{AD}^{(max)} = B(A)\, i\, b N = \frac{\mu_0 I(t_1)\, i\, b N}{2\pi d} = 5.67\times10^{-4}\,N\,\vec{u}_x$$

1 - la corrente indotta è $i_i < 0$ antiorario.

Provoca un campo B uscente dal foglio. Rispetto all'orientazione scelta si ha $\Delta\Phi(i_{ind}) < 0$

la aumento della corrente nel filo provoca invece una

$\Delta\Phi > 0$ rispetto all'orientazione presente

$\Delta\Phi_{ind}$ è opposto a $\Delta\Phi_{filo}$ come da legge di Lenz

$$\Phi_{in} = \frac{N \mu_0 I(t_2) b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

$$\Phi_{finale} = \frac{N \mu_0 I(t_2) a}{2\pi} \ln\left(\frac{d+b}{d}\right)$$

$$q = \frac{1}{R} \frac{N \mu_0 I}{2\pi} \underbrace{\left(b \ln\frac{(d+a)}{d} - a \ln\left(\frac{d+b}{d}\right)\right)}_{0{,}208} = 8{,}20 \times 10^{-4} C$$

$$q = \int_0^t i\, dt = \int_0^t -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} dt = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_{in}}^{\Phi_f} d\Phi = \frac{\Phi_i - \Phi_f}{R}$$

non dipende dal percorso