

Cognome _____ Nome _____

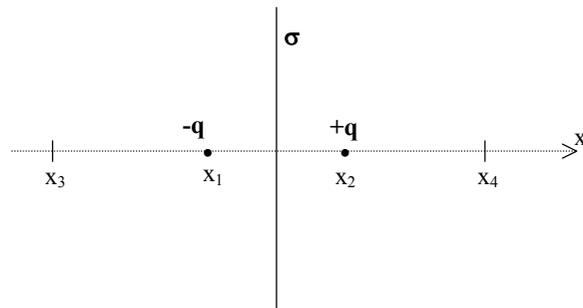
Numero di matricola _____

Problema 1_3

Due cariche puntiformi $q_1 = -q$ e $q_2 = +q$ sono poste rispettivamente a $x_1 = -1m$ e $x_2 = 1m$. Sul piano $x=0$ (piano yz) è presente una densità di carica uniforme σ . Sapendo che $q = 10^{-5} C$ e che $\vec{E}(x_4 = 3m, 0, 0) = 0$ calcolare:

- La densità di carica σ
- Il lavoro fatto dalle forze elettrostatiche per portare una carica $q_0 = 10^{-4} C$ da x_4 alla parte opposta $x_3 = -x_4$

$\sigma =$	$-3 \cdot 10^{-7} C/m^2$	$45 \cdot 10^{-7} C/m^2$	$-2.1 \cdot 10^{-9} C/m^2$	$31.2 \cdot 10^{-3} C/m^2$
$W =$	1.1J	2.1mJ	4.5J	9.2KJ



Soluzioni

$$E(x_4) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{(x_4 - x_1)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(x_4 - x_2)^2} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \right) \vec{u}_x = 0$$

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(3+1)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(3-1)^2} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

$$(1) \quad -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{16} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{4} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{16} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{16}$$

$$\sigma = -\frac{q}{4\pi} \frac{3}{8} = -3 \cdot 10^{-7} C/m^2$$

Si può trascurare per simmetria il lavoro fatto dal piano σ , si considerano solo quindi i potenziali delle due cariche:

$$W = -q_0 \Delta V = q_0 (V_{IN} - V_{FIN})$$

$$V_{IN} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-q}{3+1} + \frac{q}{3-1} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{q}{4} + \frac{q}{2} \right)$$

$$(2) \quad V_{FIN} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-q}{3-1} + \frac{q}{3+1} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-q}{2} + \frac{q}{4} \right)$$

$$W = q_0 (V_{IN} - V_{FIN}) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{q}{4} + \frac{q}{2} + \frac{q}{2} - \frac{q}{4} \right)$$

$$W = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(q - \frac{2}{4}q \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{2}q \right) = \frac{q_0 q}{8\pi\epsilon_0} = 4.5J$$