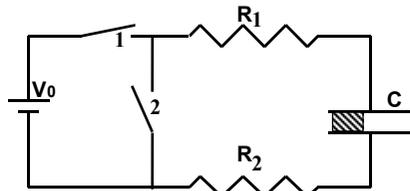


Cognome _____ Nome _____

Numero di matricola _____

Problema 2_2

Un condensatore piano di superficie $\Sigma = 0.25m^2$ e con le armature distanti $d = 0.5mm$, inizialmente vuoto, è connesso ad un generatore di tensione $V_0 = 12V$ attraverso le due resistenze $R_1 = 10K\Omega$ ed $R_2 = 20K\Omega$ come in figura. Il condensatore è inizialmente scarico.



1. Calcolare dopo quanto tempo dalla chiusura dell'interruttore 1 (con l'interruttore 2 aperto) il condensatore si porta al 50% della tensione massima V_0 .

Una volta caricato completamente il condensatore, in esso viene inserito un dielettrico di costante $k=1.5$, di spessore d e che copre 1/3 della superficie del condensatore. Calcolare:

2. L'incremento di carica sul condensatore.

Infine, l'interruttore 2 viene chiuso e il condensatore fatto scaricare. Calcolare:

3. La potenza dissipata in R_1 dopo $30\mu s$ dall'inizio della fase di scarica.
4. L'energia dissipata in R_2 durante tutta la fase di scarica.

$t =$	$92\mu s$	$5.6\mu s$	$193ns$	$2.33ms$
ΔQ	$1.8pC$	$3.8\mu C$	$5.5mC$	$8.8nC$
$P_{R_1} =$	$1.09mW$	$23mW$	$9.2W$	$78.3\mu W$
$W_{R_2} =$	$248nJ$	$3.01mJ$	$7.09\mu J$	$1.01J$

Soluzioni:

$$C = \frac{\epsilon_0 \Sigma}{d} = 4.43nF$$

$$(1) \quad \tau = (R_1 + R_2)C = (10 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3) \cdot 4.43 \cdot 10^{-9} = 132.8\mu s$$

$$V_C = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0.5V_0 \rightarrow t = \tau \ln(2) = 92\mu s$$

Il condensatore con il dielettrico è equivalente ad una coppia di condensatori in parallelo:

$$(2) \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 k \frac{\Sigma}{3}}{d} = 2.21nF, C_2 = \frac{\epsilon_0 \frac{2}{3}\Sigma}{d} = 2.95nF, C' = C_1 + C_2 = 5.16nF$$

$$\Delta Q = (C' - C)V_0 = (5.16 \cdot 10^{-9} - 4.43 \cdot 10^{-9}) \cdot 12 = 8.8nC$$

$$\tau_1 = (R_1 + R_2)C' = (10 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3) \cdot 5.16 \cdot 10^{-9} = 154.8\mu s$$

$$(3) \quad i = \frac{V_0}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

$$P_{R_1} = R_1 i^2 = R_1 \left(\frac{V_0}{R_1 + R_2}\right)^2 e^{-\frac{2t}{\tau_1}} = 1.09mW$$

$$(4) \quad W_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} W_{TOT} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{2} C' V_0^2 = 248nJ$$