Facoltà di Ingegneria, Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale
A.A. 2002/2003 Nuovo Ordinamento

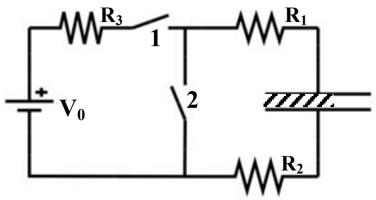
Primo Compitino di Fisica Generale II 31 maggio 2002

Cognome ___________________________ Nome _____________________________

Numero di matricola _________________

Problema 2_4

Un condensatore piano di superficie $\Sigma = 0.52 m^2$ e con le armature distanti $d = 0.4 mm$, inizialmente vuoto, è connesso ad un generatore di tensione $V_0 = 16V$ attraverso le tre resistenze $R_1 = 5K\Omega$, $R_2 = 2.5K\Omega$ e R_3 come in figura. Il condensatore è inizialmente scarico.



1. Calcolare il valore di R_3 se dopo $t = 100\mu s$ dalla chiusura dell'interruttore 1 (con l'interruttore 2 aperto) la tensione sul condensatore si porta al 50% della tensione V_0.
2. Il lavoro fatto dal generatore fino al tempo t.

Una volta caricato <u>completamente</u> il condensatore, vi viene inserito un dielettrico di costante k, di spessore d e che copre $2/3$ della superficie del condensatore. Calcolare:

3. La costante dielettrica k se la carica sul condensatore è aumentata di un fattore 1.25

Infine, l'interruttore 2 viene chiuso e il condensatore fatto scaricare. Calcolare:

4. La potenza dissipata in R_1 dopo $40\mu s$ dall'inizio della fase di scarica.

$R_3 =$	$78K\Omega$	30Ω	$12M\Omega$	$\boxed{5K\Omega}$
$W(t) =$	$4.91\mu J$	$2.6mJ$	$\boxed{1.47\mu J}$	$12.1J$
$k =$	2.51	$\boxed{1.38}$	1.1	3.23
$P_{R_1} =$	$\boxed{10.8mW}$	$22.1W$	$2.3mW$	$5.67\mu W$

Soluzioni:

(1)
$$C = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{d} = 11.5nF$$
$$V_C = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0.5V_0 \to t = \tau \ln(2) = 100\mu s \to \tau = \frac{100\cdot 10^{-6}}{\ln(2)}$$
$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{100\cdot 10^{-6}}{\ln(2)\cdot 11.5\cdot 10^{-9}} = 12.5K\Omega$$
$$R_3 = R - R_1 - R_2 = 12.5 - 5 - 2.5 = 5K\Omega$$

(2)
$$W(t) = Q(t)V_0 = C\frac{V_0}{2}V_0 = \frac{1}{2}CV_0^2 = 1.47\mu J$$

Il condensatore con il dielettrico è equivalente ad una coppia di condensatori in parallelo:
$$Q = C'V_0 = 1.25CV_0 \to C' = 1.25C = 14.4nF$$

(3)
$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \frac{1}{3}\Sigma}{d} = 3.84nF$$
$$C' = C_1 + C_2 \to C_1 = C' - C_2 = 10.56nF$$
$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 k \Sigma \frac{2}{3}}{d} \to k = \frac{3C_1 d}{2\varepsilon_0 \Sigma} = 1.38$$

(4)
$$\tau_1 = (R_1 + R_2)C' = (2.5\cdot 10^3 + 5\cdot 10^3)\cdot 14.4\cdot 10^{-9} = 108\mu s$$
$$i = \frac{V_0}{R_1 + R_2}e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$
$$P_{R_1} = R_1 i^2 = R_1\left(\frac{V_0}{R_1 + R_2}\right)^2 e^{-\frac{2t}{\tau_1}} = 10.8mW$$