MESSA IN ORBITA di SATELLITI

$$\frac{V^2}{2} - \frac{GM_\oplus}{r} = -\frac{GM_\oplus}{2a}$$

· per la messa in orbita

$$-\frac{GM_\oplus}{r_\oplus} + \frac{GM_\oplus}{2a} = -\frac{1}{2}V^2$$

$$V_{fuga} \Rightarrow \sqrt{\frac{2GM_\oplus}{R_\oplus}} \simeq 11.2 \text{ Km/s}$$

$$\simeq 59.7 \frac{\text{Km}}{\text{s}}$$

GIOVE
$R_G = 71398$ Km
$M_G = 318\ M_\oplus$
$R_T = 6378$ Km

MOTO del RAZZO:

$$(m + dm)(V + dV) + (V_e - V)\,dm = mV$$

$$\Delta V = V_e \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right) \qquad dm = m(t) - m(t_0)$$

$$m\frac{dV}{dt} = -V_e\frac{dm}{dt}$$

$$\boxed{m\frac{dV}{dt} = -V_e\frac{dm}{dt} + F_G + F_D}$$

$$\frac{dm}{dt} < 0$$

DEFINIZIONI

<u>IMPULSO SPECIFICO</u> $I_{sp} = \frac{V_e}{g}$ s

<u>SPINTA</u> $-F_{sp} = I_{sp}\, g\frac{dm}{dt} = V_e\frac{dm}{dt}$ N

• $\Delta V = V_e \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right)$

2)

$$V(t) = \int_{t_0}^{t} \frac{F_{sp}}{m}\, dt + \int_{t_0}^{t} \left(-\frac{F_D}{m} - g\right) dt$$

MOTO VERTICALE

- $V(t) = V_e \ln\left(\frac{m_0}{m_0 - qt}\right) - gt$

- $d(t) = V_e \left(t + t \ln\left(\frac{m_0}{m_0 - qt}\right) + \frac{m_0}{q} \ln\left(\frac{m_0 - qt}{m_0}\right)\right) - \frac{1}{2} g t^2 + \dots$

$$q = \left|\frac{dm}{dt}\right|$$

(passing) MISSILI MULTISTADIO

DEFINIZIONI

$$m_0 = m_p + m_s + m_L$$

m_L = payload
m_p = propellente
m_s = struttura

rapporto di massa $\quad Z = \frac{m_0}{m_s + m_L}$

rapporto del payload $\quad \lambda = \frac{m_L}{m_p + m_s}$ $\qquad Z = \frac{1+\lambda}{\varepsilon + \lambda}$

coefficiente di struttura $\quad \varepsilon = \frac{m_s}{m_p + m_s}$

$$\Delta V = V_e \ln Z$$

③

Ex:

$m_L = 1000$ u

$m_s = 2000$

$m_p = 12000$

$m_0 = 15000$

$I_{sp} = 311\ s \Rightarrow V_e = 3048\ m/s$

$\varepsilon = \frac{1}{7}$ $\lambda = \frac{1}{14}$ $Z = 5$ 80% propellente

$\Delta V = V_e \ln Z = 4906\ m/s$

(per un orbita LEO $\Delta v \sim 7900\ m/s$).

• LEO h ~ 200 - 2000 Km

• Space station 320 Km

2 STADI:

STESSO m_0 e m_L

$m_0 = m_{s1} + m_{p1} + m_{s2} + m_{p2} + m_L$

$m_{02} = m_{s2} + m_{p2} + m_L$

RICHIEDIAMO CHE: • $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{m_{02}}{m_0 - m_{02}} = \frac{m_L}{m_{02} - m_L}$

m_0, m_L DATI

ε dato

$m_{02}^2 = m_0 m_L \Rightarrow 3873 = m_{02} \rightarrow \lambda_1, \lambda_2$

• $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{m_{s1}}{m_0 - m_{02}} = \frac{m_{s2}}{m_{02} - m_L}$

Z UGUALI

$m_{s1} = 1590$ $m_{s2} = 410$

$Z = \frac{1+\lambda_1}{\varepsilon_1 + \lambda_1} = \frac{1+\lambda_2}{\varepsilon_2 + \lambda_2} = 2.75$

$\lambda = 0.348$

$\varepsilon = 0.143 = \frac{1}{7}$

• $\Delta V = V_e \ln Z + V_e \ln Z = \boxed{6157\ m/s} > 4906\ m/s$

4) Ex:

3 STADI $\Delta V_T = 10.42$ km/s

(GTO a orbita geosincrona)

T = giorno siderale = 23 h 56 min

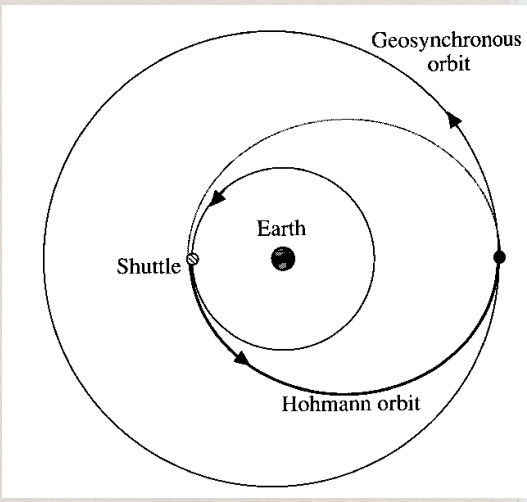
(giorno solare) = 24 h

- GOES
- METEOSAT

h = 35 785 km

r = 42155 km

V_{orb} = 3.07 km/s



GEOSTAZIONARIO se
- SU EQUATORE
- ecc = 0

$\varepsilon_1 = 0.08$, $\varepsilon_2 = 0.09$, $\varepsilon_3 = 0.10$

$V_{e1} = 3.7$ km/s, $V_{e2} = 3.7$ km/s, $V_{e3} = 4.2$ km/s

$m_L = 1000$ kg

$$Z_1 = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_L}{\varepsilon_1 m_1 + m_2 + m_3 + m_L} = 2.385$$

$$Z_2 = \frac{m_2 + m_3 + m_L}{\varepsilon_2 m_2 + m_3 + m_L} = 2.120$$

$$Z_3 = \frac{m_3 + m_L}{\varepsilon_3 m_3 + m_L} = 2.871$$

$\Rightarrow \Delta V = 10.42$ km/s

$\eta = 0.334$

$m_1 = 14791$

$m_2 = 5017$

$m_3 = 2625$

- $m_0 = m_1 + m_2 + m_3 + m_L = 23433$ kg

4-bis

Table 5.3
One Two, and Three-Stage Rockets
Similar Stages (Equal ε and λ)
$V_e = c = 3048$ m/s ($I_{sp} = 311$ s)

	1 stage	2 stage	3 stage	
			specified m_L	specified Δv
m_{o1}	15000	15000	15000	15000
m_{o2}	—	3873	6082	4926
m_{o3}	—	—	2466	1618
m_{s1}	2000	1589	1274	1393
m_{s2}	—	411	517	457
m_{s3}	—	—	209	150
m_{p1}	12000	9536	7644	8681
m_{p2}	—	2464	3099	2851
m_{p3}	—	—	1257	936
m_L	1000	1000	**1000**	532
ε	0.143	0.143	0.143	0.138
λ	0.0714	0.348	0.682	0.489
Δv (m/s)	4906	6157	6514	**7905**
$m_{s_{TOT}}$	2000	2000	2000	2000
$m_{p_{TOT}}$	12000	12000	12000	12468
Z	5	2.75	2.039	2.374

GUANTITÀ SPECIFICATA NELLO STUDIO

← FISSATA!

ε fissato
λ libero

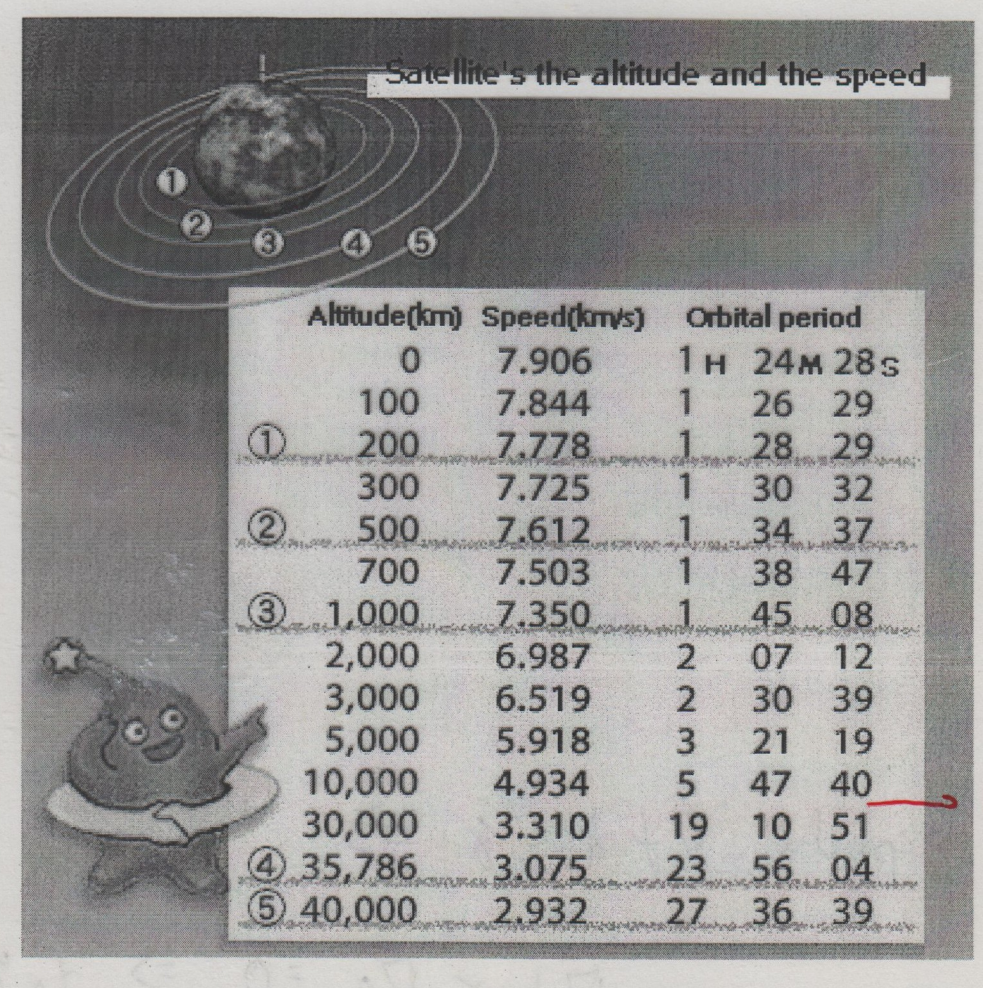
½!

$\Delta v = 4906$ $\Delta v = 6157$ ⇓ $\Delta v = 6515$ m/s $\Delta v = 7906$ m/s

JAPANESE

ONLINE SPACE NOTES / Artificial Satellites

The Altitude and Velocity of Satellites



	Altitude(km)	Speed(km/s)	Orbital period		
	0	7.906	1 H	24 M	28 S
	100	7.844	1	26	29
①	200	7.778	1	28	29
	300	7.725	1	30	32
②	500	7.612	1	34	37
	700	7.503	1	38	47
③	1,000	7.350	1	45	08
	2,000	6.987	2	07	12
	3,000	6.519	2	30	39
	5,000	5.918	3	21	19
	10,000	4.934	5	47	40
	30,000	3.310	19	10	51
④	35,786	3.075	23	56	04
⑤	40,000	2.932	27	36	39

GPS
~ 20000 km

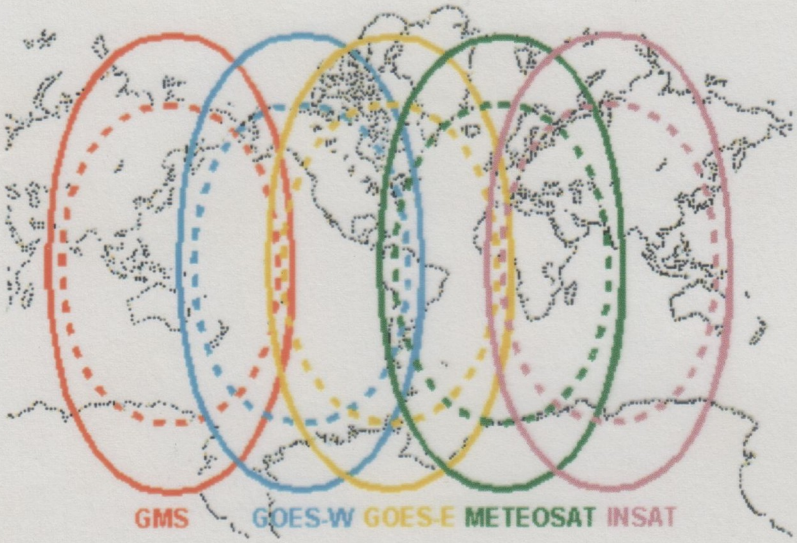
The higher a satellite's altitude, the lower its velocity can be

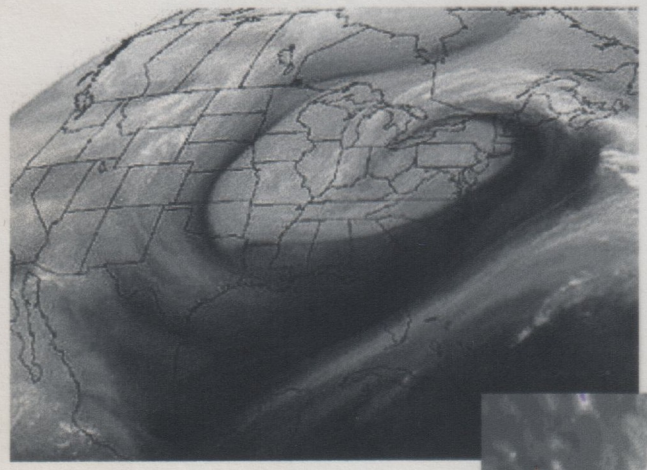
The speeds of satellites vary according to their distance from the Earth's surface. Because the gravitational force is weaker

SATELLITI METEO · GEOSTAZIONARI

4 per COPRIRE tutta la TERRA

pesa ~ 2000 kg





- DIVERSI FILTRI
- RISOLUZIONE ~ 1 km

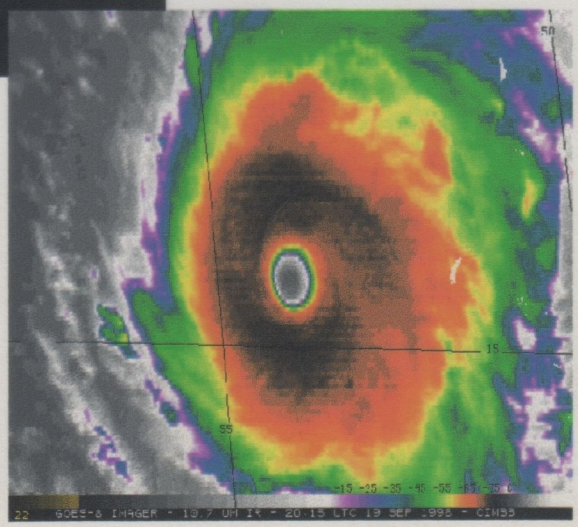


IMMAGINE IR

1) TIPI di MOTORI

- PROPELLENTE LIQUIDO
- PROPELLENTE SOLIDO
- MOTORE A IONI

→ PROPELLENTE LIQUIDO

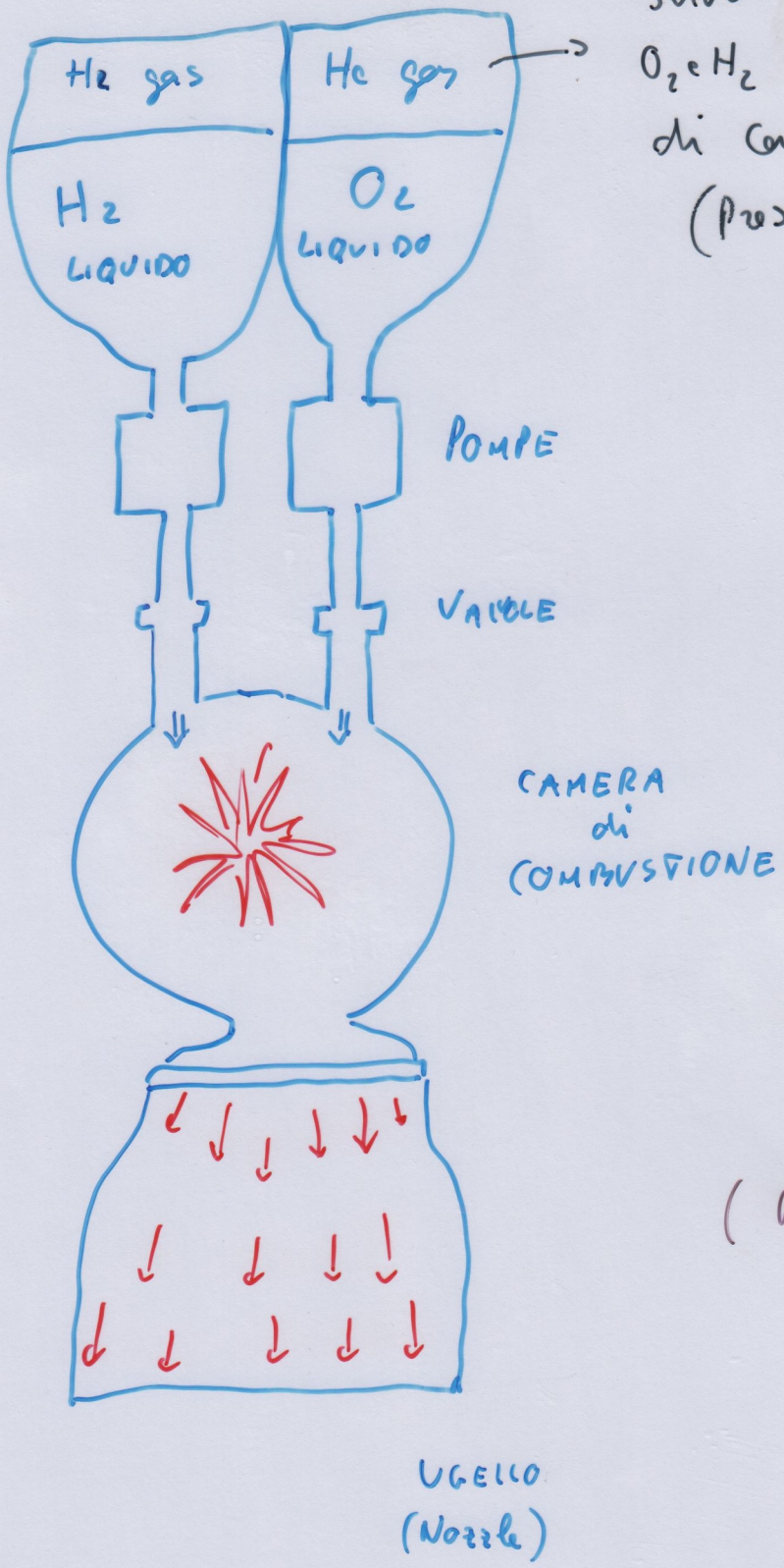
VANTAGGI:
- ALTO IMPULSO SPECIFICO ($V_e >>$)
- PUÒ ESSERE ACCESO & SPENTO

SVANTAGGI:
- BASSA DENSITÀ del PROPELLENTE → MAGGIORE PESO dei SERBATOI
- LA TEMPERATURA DEVE ESSERE BASSA (He e H liquidi)
  - difficoltà nel maneggiarli
  - ulteriore peso nei serbatoi
  - Deve essere caricato al momento del lancio

LH_2 $T = -253°C$

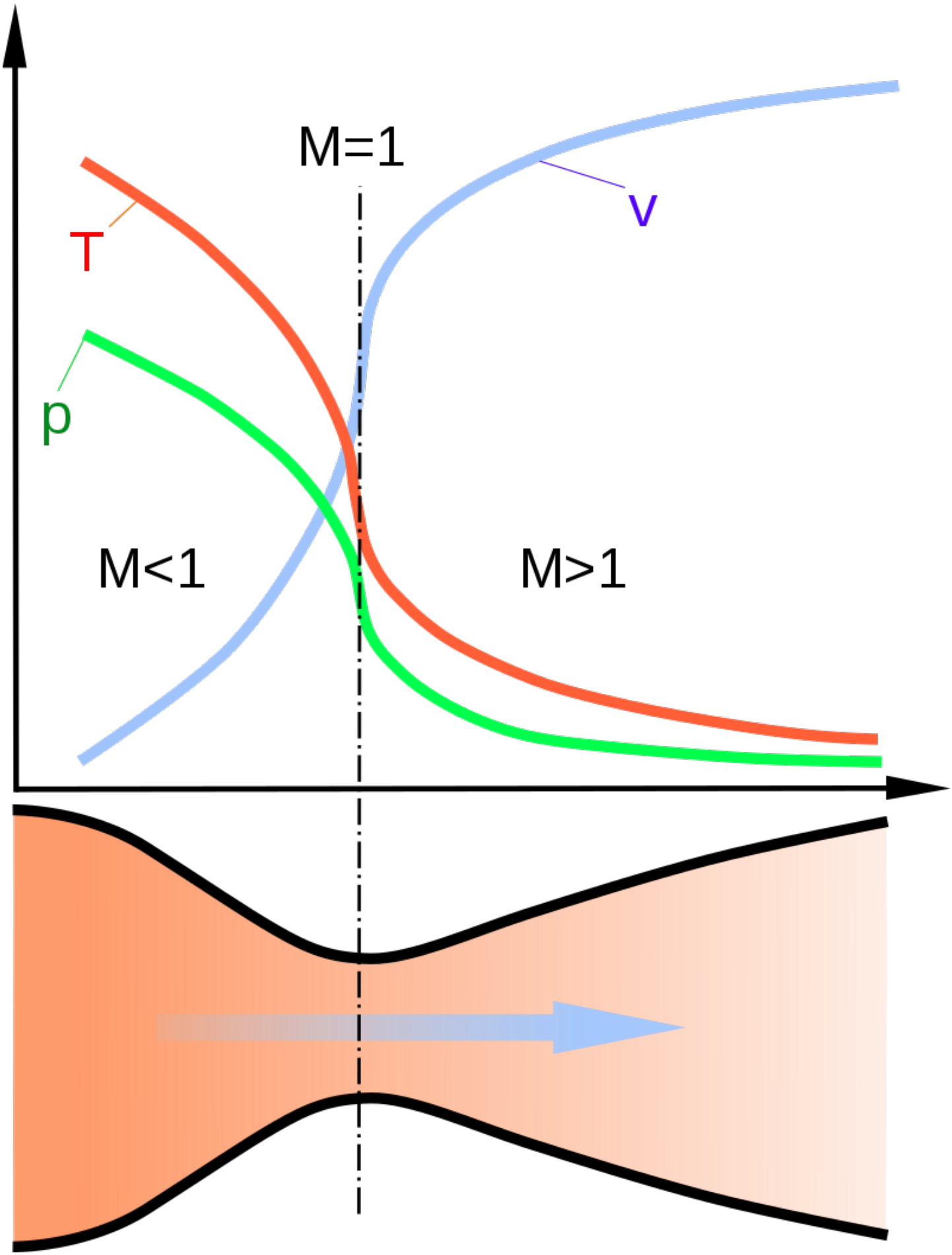
LO_2 $T = -183°C$

$$\boxed{I_{sp} \simeq 400 - 450 \ s} = \frac{V_e}{g}$$



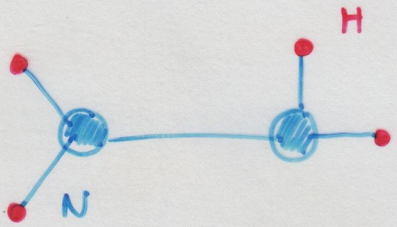
(Goddard, 1920)

SPESSO H_2 e O_2 vengono fatti passare attraverso le strutture per RAFFREDDARE → alla stessa tempo si espandono ⇒ iniezione + efficiente.


M=1
T
v
p
M<1
M>1

ALTRI PROPELLENTI LIQUIDI:

IDRAZINA (N_2H_4)



a contatto con alluminio-iridio (catalizzatore) si decompone in GAS CALDI (N_2, H_2, NH_3)

$I_{sp} \simeq 230-240$ s

VANTAGGI:
- SI CONSERVA a TEMPERATURA AMBIENTE (0°)
- SI AUTO-ACCENDE
- SI PUÒ SPEGNERE

- UTILIZZATO PER MOTORI DI MANOVRA

KEROSENE + LO_2

$I_{sp} \simeq 300$ s

3- bis)

PROPELLENTE SOLIDO

VANTAGGI:

- STRUTTURA PIÙ LEGGERA
- NON RICHIEDONO ACCORGIMENTI PER LO STOCCAGGIO

SVANTAGGI:

- NON POSSONO ESSERE SPENTI
- BASSO $I_{sp} \simeq 200-280$ s

PROPELLENTI:

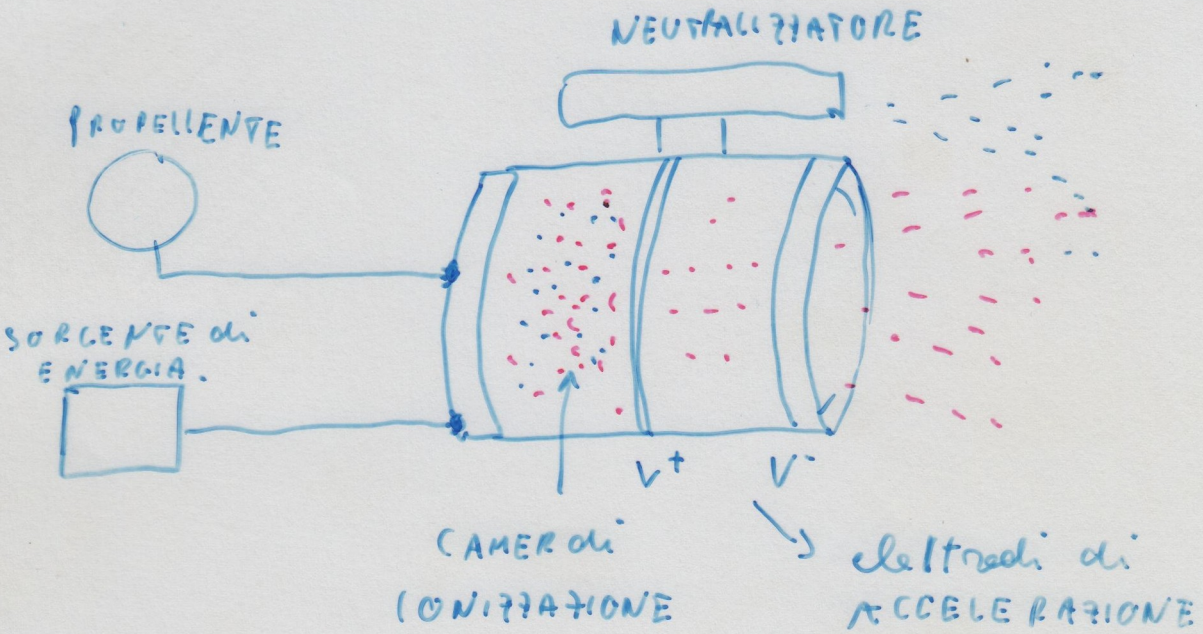
- OMOGENEI → nitrocellulosa, nitroglicerina
  $I_{sp} \leq 210$ s
- COMPOSITI → [AMMONIO PERCLORATO NH_4ClO_4, ALLUMINIO (in polvere, POLIURETANO]
  $I_{sp} \leq 280$ s

MOTORE A IONI

VANTAGGI:
- GRANDE $I_{sp} \sim 3000 - 4000$ s
- LEGGERO, poco combustibile

SVANTAGGI:
- POCA SPINTA
- IMPULSO ESTESO NEL TEMPO (MESI O ANNI)

— SOLO NAVIGAZIONE nello SPAZIO —



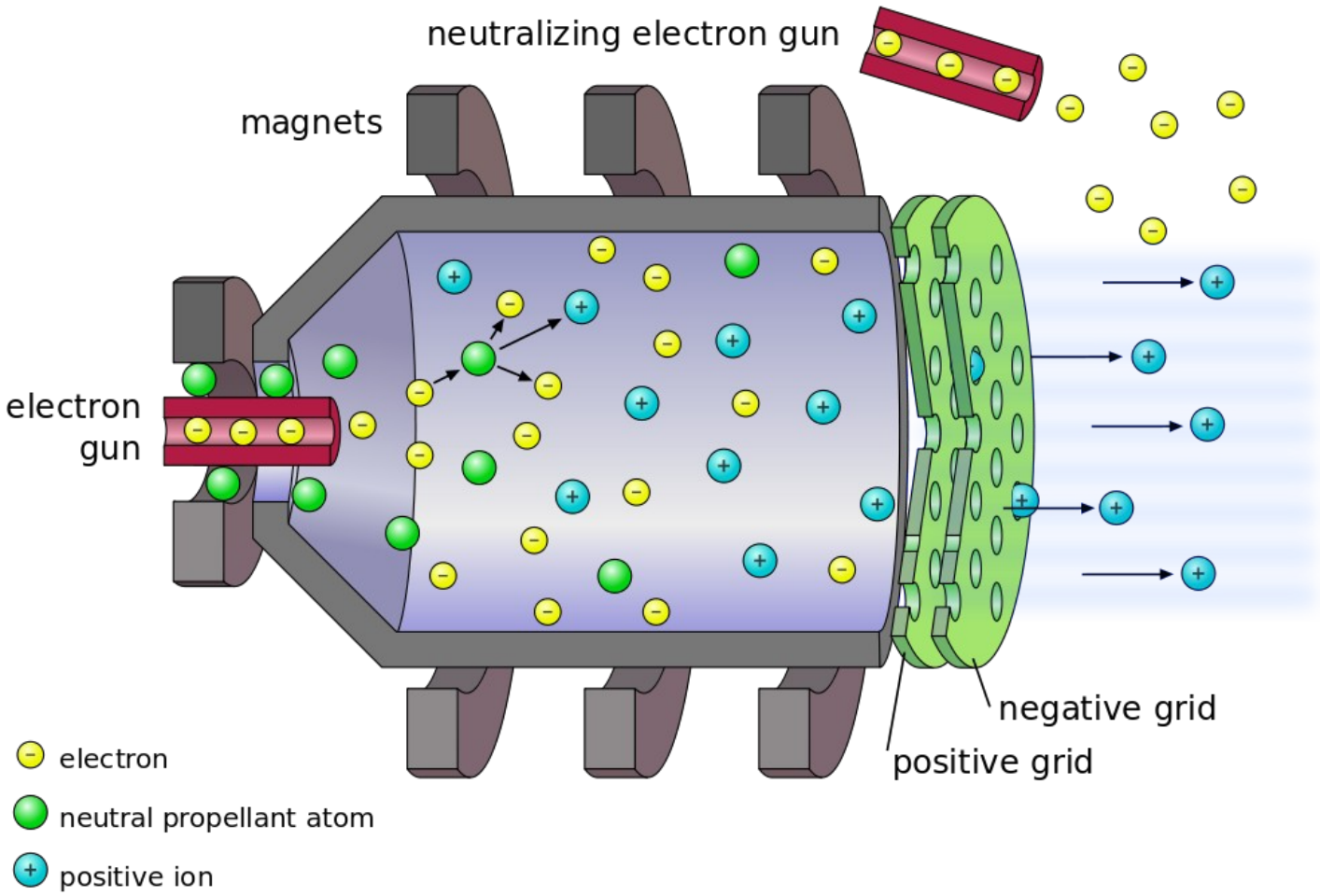
e^- sparati contro propellente (gas Xeno)

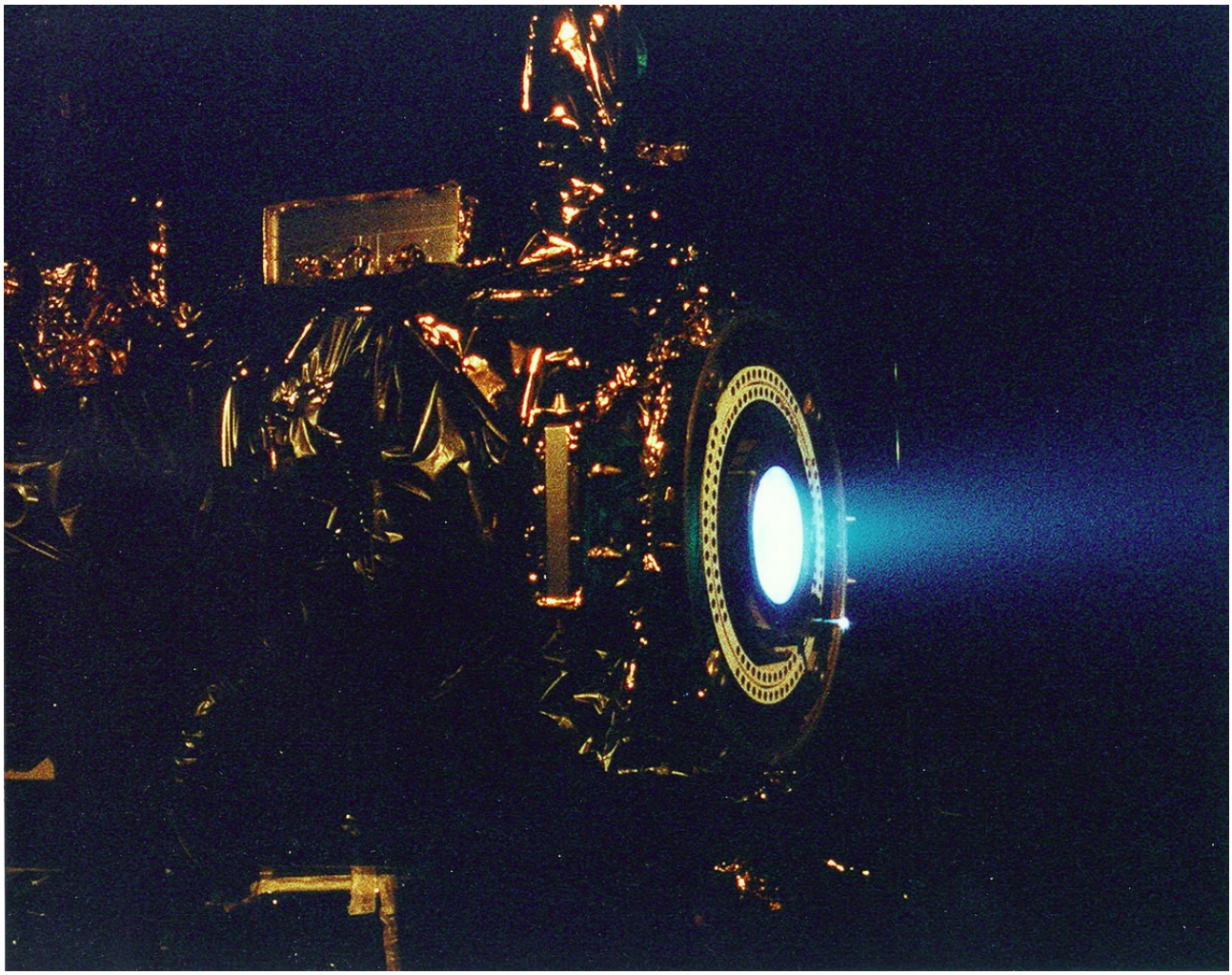
Xe^+

- NEUTRALIZZATORE SPARA FUORI e^- PER EVITARE CHE IL MOTORE SI CARICHI NEGATIVAMENTE di e^-.

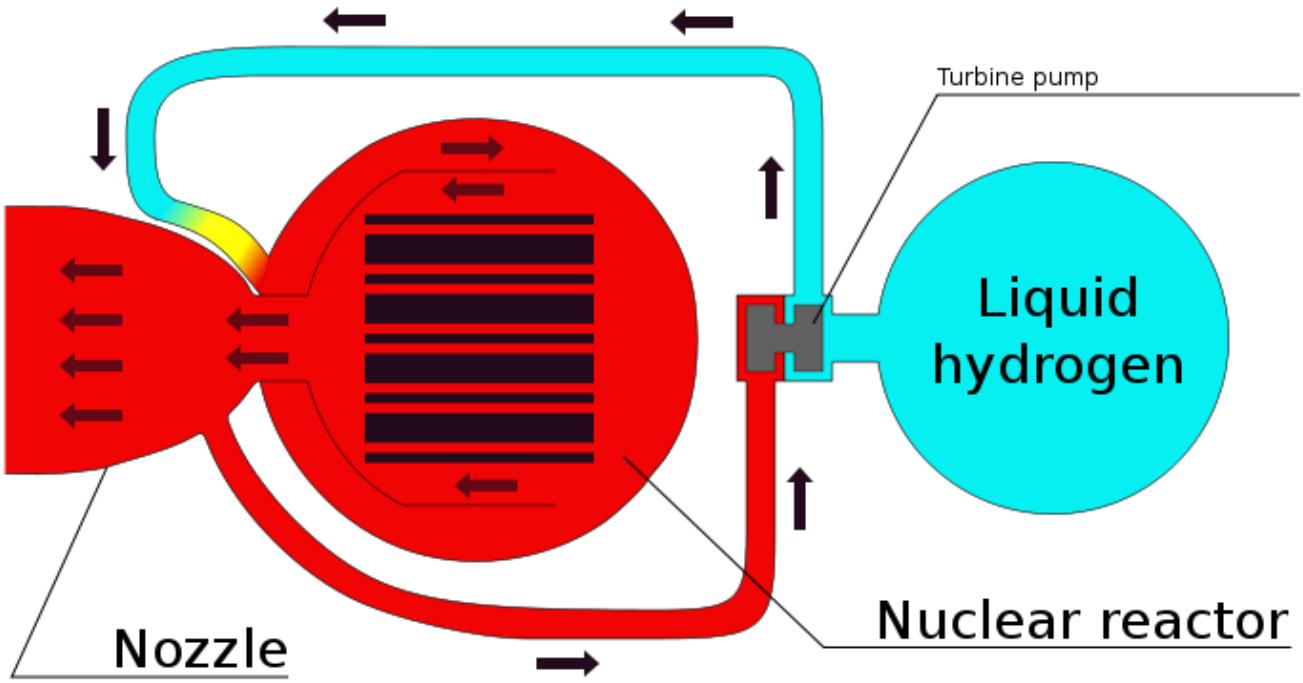
SORGENTI di ENERGIA del MOTORE: PANNELLI SOLARI, PILE ATOMICHE.

$\Delta V \sim 5$ Km/s DEEP SPACE 1, HAYABUSA, DAWN


neutralizing electron gun
magnets
electron gun
negative grid
positive grid
electron
neutral propellant atom
positive ion

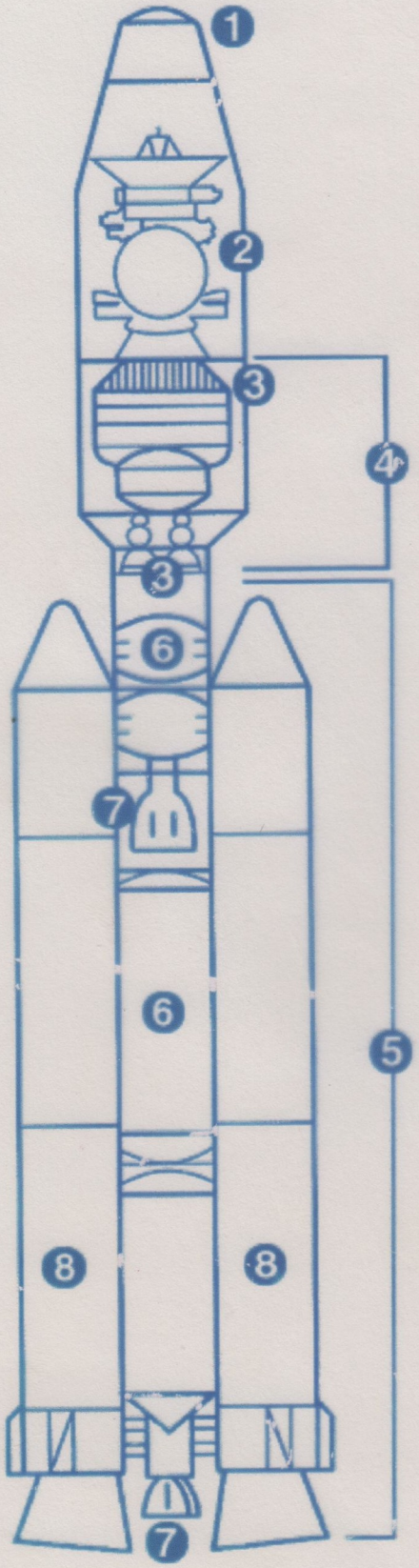


Motori nucleari: progetti NERVA (USA)e RD-0410 (Russia) negli anni 80-90. Il reattore serve a produre l'energia termica per riscaldare il gas (idrogeno) per l'espulsione. Questi progetti sono poi stati abbandonati.



Per viaggio su Marte motore nucleare molto piu' efficiente degli altri motori esistenti.

5



1. Payload Fairing → Carenatura
(McDonnell Douglas)

Length: 20.1 m (66 ft)
Diameter: 5 m (16.7 ft)
Structure: Aluminum isogrid

2. Cassini Spacecraft (JPL)

3. Guidance and Navigation
(Honeywell)

Guidance computer and control system, including ring laser gyroscope

4. Centaur Upper Stage
(Lockheed Martin Astronautics)

Length: 8.8 m (29 ft)
Diameter: 4.3 m (14 ft)
Propulsion: 2 engines (Pratt and Whitney)
Propellant: Liquid hydrogen and liquid oxygen
Thrust: 147,000 N (33,000 lbf)
I_{sp}: 444 sec

5. Titan IVB Lower Stage

6. Liquid-Propellant Rockets
(Stage I and Stage II)
(Lockheed Martin Astronautics)

Length: 36 m (118 ft)
Diameter: 3 m (10 ft)
Structure: Aluminum skin (Stringer)

$N_2H_4 + C_2H_8N_2$

7. Stage I and Stage II Engines
(Aerojet)

N_2O_4 → Aerozine → Miscela di Idrazina

Propellant: N204-Aerozine 50
Thrust: Stage I: 2.4 million N (548,000 lbf, total for 2 engines), Stage II: 467,000 N (105,000 lbf)
I_{sp}: Stage I: 302 sec, Stage II: 316 sec

8. Solid-Propellant Rocket Motors
(Alliant Techsystems)

Length: 34.3 m (112.4 ft)
Diameter: 3.2 m (10.5 ft)
Thrust: 15.2 million N (3.4 million lbf, total for 2 motors)
I_{sp}: 286 sec

- PROPELLENTE SOLIDO ⇒ UNA VOLTA ACCESO NON SI PUÒ PIÙ SPEGNERE
- LIQUIDO ⇒ GRAZIE ALLE VALVOLE, SI PUÒ ACCENDERE E SPEGNERE

1-0)

DIFFERENZIAZIONE IMPLICITA

Data la curva $f(x,y)=0$ trovare la tangente $\frac{dy}{dx}$.

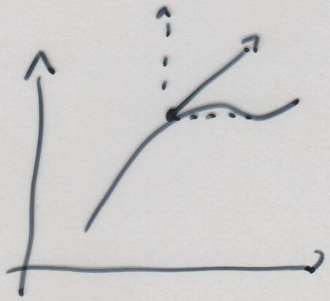
$$\frac{df}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dx} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dx} = 0$$

(perché $f(x,y)=0$ su tutto il dominio)

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

coefficiente angolare m.

Ora



per trovare le componenti del vettore tangente

Data $dx\,\bar{e}_x \rightarrow \frac{dy}{dx}\cdot dx\,\bar{e}_y$ $\quad \begin{pmatrix} dx \\ \frac{dy}{dx}dx \end{pmatrix}$

Se prendo $-\frac{\partial f}{\partial y}\bar{e}_x \rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}\bar{e}_y$ $\quad \begin{pmatrix} -f_y \\ f_x \end{pmatrix}$

VETTORE TANGENTE

oppure $\begin{pmatrix} +f_y \\ -f_x \end{pmatrix}$

NON È DEFINITO IL VERSO DELLA CURVA (def. implicita)

1) PROCEDIMENTI di OTTIMIZZAZIONE

- MOLTIPLICATORI di LAGRANGE e minimo vincolato

Data una funzione $f(x,y)$, gli estremi di f (massimi o minimi relativi) sono quei punti x_0, y_0 tali che $\bar{\nabla} f|_{x_0,y_0} = 0 \Rightarrow df = f_x\,dx + f_y\,dy = 0$

Data una curva parametrica $(x(t), y(t))$, per trovare il minimo di f lungo la curva $h(t) = f(x(t), y(t))$ si cerca il punto $x_0, y_0 \to (t_0)$ tale che $f_x(x_0,y_0)\dot{x}(t_0) + f_y(x_0,y_0)\dot{y}(t_0) = \dot{h}(t_0) = \emptyset$

$\bar{\nabla} f \cdot \bar{V}_T = 0$ con $\bar{V}_T$ = vettore tangente alla curva

Se la curva è definita in modo implicito $g(x,y) = \emptyset$ allora la tangente in x_0, y_0 è $(-g_y(x_0,y_0), g_x(x_0,y_0))$ e quindi la condizione di ESTREMO VINCOLATO è: $\bar{\nabla} f \cdot (-g_y, g_x) = \emptyset$

quindi $\boxed{\bar{\nabla} f \parallel \bar{\nabla} g} \to f_x g_y - f_y g_x = \emptyset$

cioè $-f_x g_y + f_y g_x = 0$

2)

CONDIZIONE NECESSARIA AFFINCHÈ x_0, y_0 SIA UN ESTREMO RELATIVO PER f CON IL VINCOLO CHE $g(x,y)=0$ È CHE SI VERIFICHI LA CONDIZIONE:

$$f_x g_y - f_y g_x = \emptyset$$

$$h = f + \lambda g$$

INTRODUCENDO UNA NUOVA FUNZIONE $h(x,y,\lambda)$ CON λ NUOVA VARIABILE, ALLORA LA CONDIZIONE PRECEDENTE È EQUIVALENTE a:

$$\begin{cases} h_x = f_x + \lambda g_x = 0 \\ h_y = f_y + \lambda g_y = 0 \\ h_\lambda = g = 0 \end{cases}$$

λ = MOLTIPLICATORE di LAGRANGE.

$$= -\frac{f_y}{g_y} = -\frac{f_x}{g_x}$$

Cioè SI CERCANO I MINIMI di h

Ex: data la curva $g(x,y) = (x^2+y^2)^2 - 2(x^2-y^2) = 0$

Trovare il valore massimo di y.

$f(x,y) = y \qquad g(x,y) = 0$

$$\begin{cases} 0 + \lambda(4x(x^2+y^2) - 4x) = 0 \\ 1 + \lambda(4y(x^2+y^2) + 4y) = 0 \\ (x^2+y^2)^2 - 2(x^2-y^2) = 0 \end{cases}$$

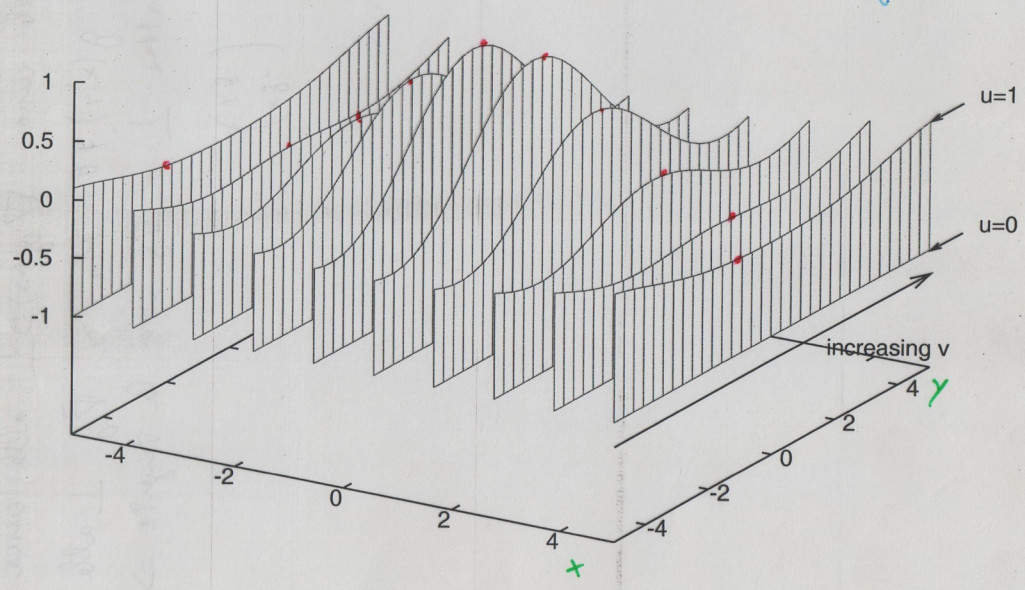
4 soluzioni

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{4}$

$\vdots \qquad \vdots$

"fence plot" using separate parametric surfaces

$$\begin{cases} f(x,y) = \dfrac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ g(x,y) = x - a = 0 \end{cases}$$



1-Bis

1.

Trovare il massimo di $f(x,y) = x+y$ sul cerchio $x^2+y^2=1$ (condizione)

Si pone $g(x,y) = x^2+y^2-1 = 0$

$$h(x,y) = x+y+\lambda(x^2+y^2-1)$$

$$\left.\begin{aligned} h_x &= 1+2\lambda x = 0 \\ h_y &= 1+2\lambda y = 0 \end{aligned}\right\} \; x=y$$

$$h_\lambda = x^2+y^2-1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x^2=1$$

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ e $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\lambda = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad$ $= -\dfrac{f_x\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{g_x\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$ ...

MAX. $\qquad$ min.

TEORIA di Markowitz: costruzione di un portfolio azionario ottimale.

Insieme di titoli di cui si sa:

Rendimento atteso $E(R_i)$

Rischio σ_i

Correlazioni $\rho_{i,j}$

$$U = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_m) \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,m} \\ \vdots & & & \\ \rho_{m,1} & \cdots & & 1 \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}$$

vettore di pesi con $\sum_i w_i = 1$

Si fissa un rendimento atteso (vincolo)

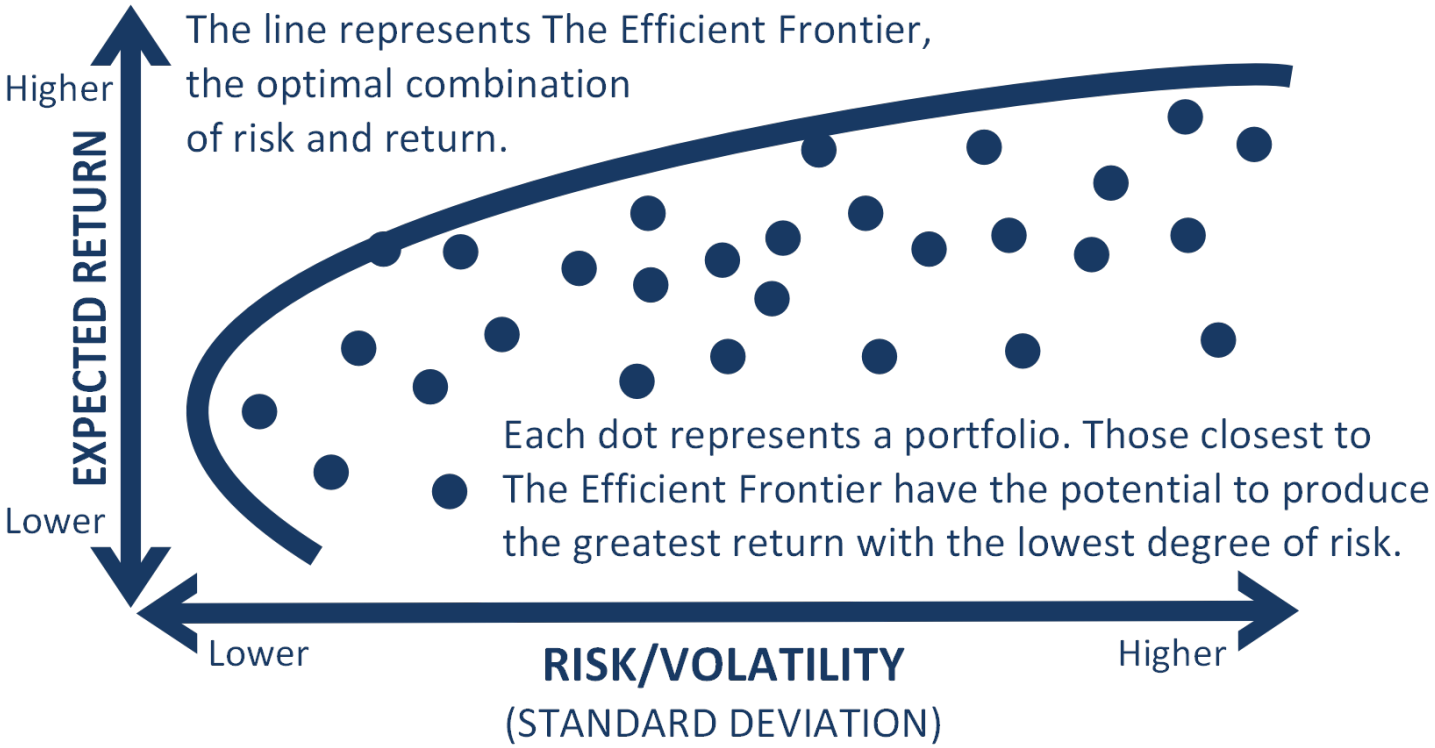
$$\sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) = R^*$$

e si minimizza il rischio

$$\text{Min} \sum_{i,j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}$$

$$L = \sum_{i,j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} + \lambda\left(R^* - \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)\right) + \gamma\left(1 - \sum_{i=1}^{n} w_i\right)$$

NORMALIZZAZIONE


The line represents The Efficient Frontier,
the optimal combination
of risk and return.
Higher
EXPECTED RETURN
Lower
Each dot represents a portfolio. Those closest to
The Efficient Frontier have the potential to produce
the greatest return with the lowest degree of risk.
Lower
RISK/VOLATILITY
(STANDARD DEVIATION)
Higher

2) - bis

PROBLEMA:

DATO $\underline{m_L}$, Dato $\underline{\Delta V_T}$, trovare $\underline{m_1}$ e $\underline{m_2}$ $\left(\overset{m_{p_1}+m_{s_1}}{\overset{\shortparallel}{m_1}}\right)$ (o $m_1 \dots m_n$) che minimizzano $\underline{M} = m_1 + m_2 = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

$$\Delta v_1 = V_{e1} \ln\left(\frac{m_1 + m_2 + m_L}{\varepsilon_1 m_1 + m_2 + m_L}\right)$$

$$\Delta v_2 = V_{e2} \ln\left(\frac{m_2 + m_L}{\varepsilon_2 m_2 + m_L}\right)$$

($V_{e1}, V_{e2}, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ DATI)

$$\begin{cases} f = M = m_1 + m_2 = \sum_{i=1}^{n} m_i \\ g = \Delta v_1 + \Delta v_2 - \Delta v_T = \sum_{i=1}^{n} \Delta v_i - \Delta v_T = 0 \end{cases}$$

$$h = f + \eta g$$

MINIMIZZAZIONE
$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial m_i} + \eta \frac{\partial g}{\partial m_i} = 0 \\ g = 0 \end{cases}$$

caso a 2 stadi

caso a n stadi

$3 \cdot (n+1)$ equazioni $\Rightarrow$ $\underline{m_i, \eta}$

3)

Si dimostra che si può esprimere tutto in funzione di $z_1, z_2 \dots$

$$f = \sum_{i=1}^{N} \left[\ln(1-\varepsilon_i) + \ln z_i - \ln(1-\varepsilon_i z_i) \right]$$

$$g = \Delta V_T - \sum_{i=1}^{m} V_{ei} \ln z_i$$

$$z_i = \frac{m_i + m_{i+1} + \dots m_L}{\varepsilon m_i + m_{i+1} \dots m_L}$$

SOLUZIONE:

$$\frac{\partial f}{\partial z_i} + \eta \frac{\partial g}{\partial z_i} = \left(\frac{1}{z_i} + \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i z_i} \right) + \eta \left(-\frac{V_{ei}}{z_i} \right) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$z_i = \frac{\eta V_{ei} - 1}{\eta V_{ei} \varepsilon_i}$$

SOLUZIONE

$$\downarrow$$

$$g = \Delta V_T - \sum_{i=1}^{m} V_{ei} \ln \left(\frac{\eta V_{ei} - 1}{\eta V_{ei} \varepsilon_i} \right) = 0 \Rightarrow \eta$$

$$\Downarrow$$

da qui ricavo η il moltiplicatore di L.

SOLUZIONE NUMERICA

$$\downarrow$$

z_i