

CAPITOLO 3 – Forze non gravitazionali

- **Effetto Poynting-Robertson** sulle particelle di polvere interplanetaria.
- **Effetto Yarkovsky** su meteoriti e asteroidi
- **Effetto di drag del gas** del disco protoplanetario sui planetesimi.

3-1 Poynting-Robertson drag e pressione di radiazione

- Leggi dell'emissione
- Effetto Poynting-Robertson: approccio semiclassico
- Come il P-R drag modifica le orbite eliocentriche
- Derivazione relativistica del P-R drag

(Burns, Lamy, & Soter, Icarus 40, 1-48, 1979)

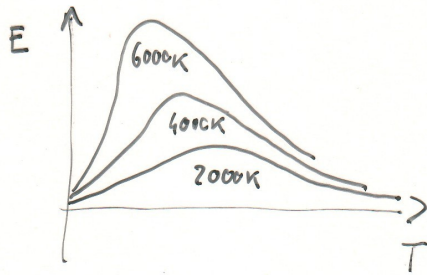
Leggi dell'emissione di radiazione.

- Energia emessa da un corpo nero in funzione di λ & T : Planckiana

$$E(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

- Energia totale emessa a tutte le λ : Stefan-Boltzmann $E = \sigma T^4$ $\sigma = 5.6705 \times 10^{-8} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$

- Valore di λ a cui si ha il picco di Energia emessa: Wien $\lambda_{\text{MAX-E}} = \frac{3 \times 10^7}{T}$



T	λ_m	Tipo di RADIAZIONE
30 - 4000 K	0.01 - 7×10^{-5} m	INFRAROSSO
4100 - 7400	7×10^{-5} - 4×10^{-5}	VISIBILE
7300 - 3×10^6	4×10^{-5} - 10^{-7}	ULTRA VIOLETO
3×10^6 - 3×10^8	10^{-7} - 10^{-9}	X
\vdots	\vdots	\vdots

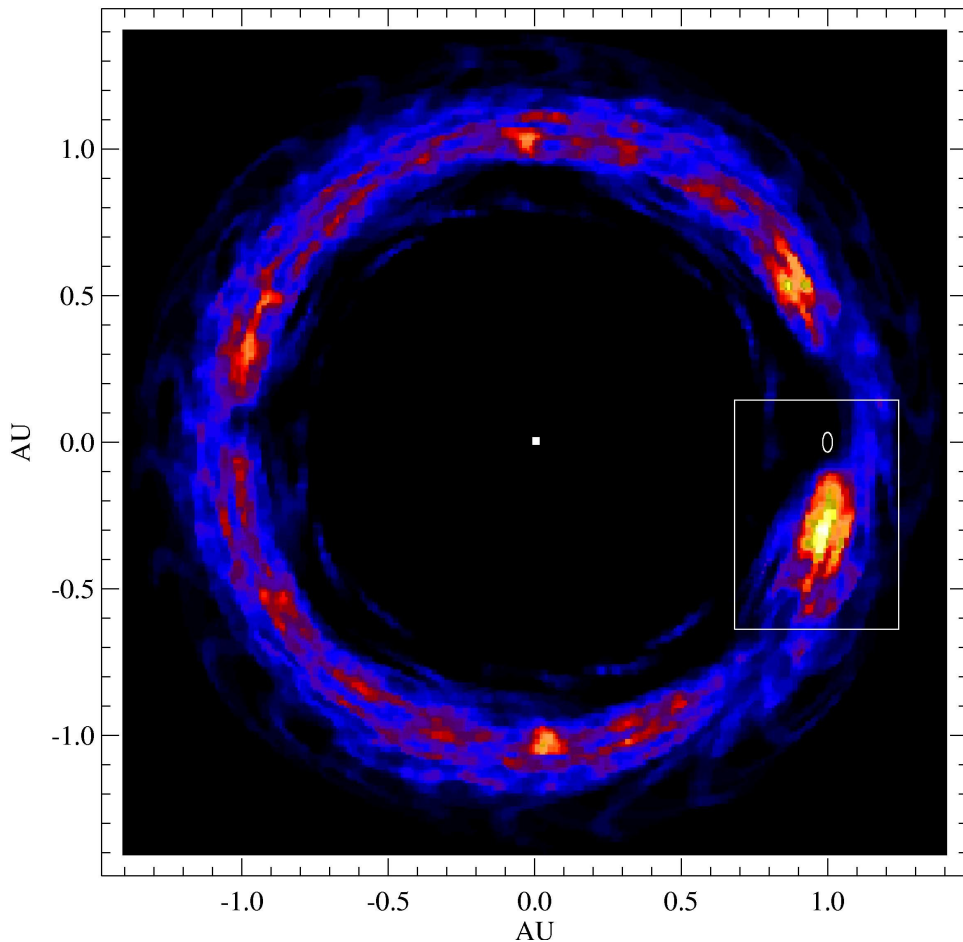
Particelle di polvere

- Il disco protoplanetario che circonda una stella in formazione è composto da gas e polvere (silicati...). La polvere si accumula formando oggetti più massivi fino ai planetesimi (corpi rocciosi di qualche chilometro di diametro)
- Nel Sistema Solare attuale la polvere viene prodotta nelle collisioni tra asteroidi nella Main Belt. La luce zodiacale è prodotta da queste particelle di polvere interplanetaria
- Polvere viene emessa dalle comete attive in prossimità del loro perielio.
- La polvere interplanetaria può avere origine anche al di fuori del Sistema Solare e provenire dalla nostra Galassia.

Luce zodiacale.



IRAS e COBE hanno osservato la distribuzione della polvere: non è regolare. Ad esempio, attorno alla Terra esiste un anello di polvere più denso di particelle catturate in risonanza. La dimensione media di queste particelle è $100\mu\text{ m}$ (misure sulle dimensioni sono ottenute da particelle che impattano la Terra).

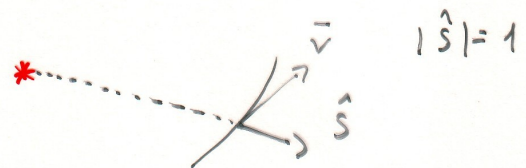


Formula di Robertson per particelle di polvere perfettamente assorbenti

- FLUSSO di ENERGIA di RADIAZIONE

$$\bar{S} = \frac{\bar{E} \times \bar{B}}{\mu_0} \approx 1.35 \cdot 10^6 \text{ erg } \frac{\text{s}}{\text{cm}^2} \text{ a } 1 \text{ AU}$$

- EFFETTO DOPPLER $S' = S \left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right)$ $\hat{r} = \bar{V} \cdot \hat{S}$



- PRESSIONE di RADIAZIONE

$$\bar{F}_p = \left(\frac{S'A}{c}\right) \hat{S}$$

A = area della particella

- POYNTING-ROBERTSON DRAG

Radiation riemessa in infrarosso equivale a massa espulsa $m = \frac{S'A}{c^2} = \frac{mc^2}{c^2}$ Questa

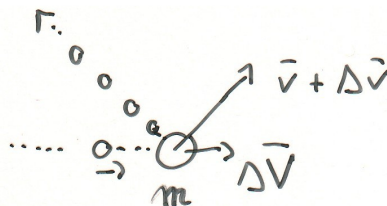
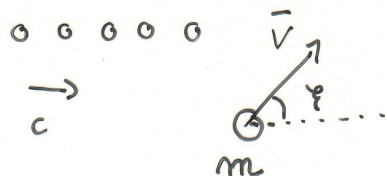
'massa' viene espulsa in avanti \rightarrow rincula

$$\bar{F}_D = -\left(\frac{S'A}{c^2}\right) \bar{V}$$

$$\bar{F} = \bar{F}_p + \bar{F}_D = \left(\frac{S'A}{c}\right) \left(\hat{S} - \frac{\bar{V}}{c}\right) = \frac{SA}{c} \left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) \left(\hat{S} - \frac{\bar{V}}{c}\right) \approx$$

$$\approx \frac{SA}{c} \left[\left(1 - \frac{\dot{r}}{c}\right) \cdot \hat{S} - \frac{\bar{V}}{c} \dots \right] \quad \frac{\dot{r}}{c} \frac{\bar{V}}{c^2} \text{ piccolo.}$$

Particelle assorbenti e riflettenti : approccio semiclassico



M = massa di proiettili di secondo. In realtà poiché la particella si sposta con velocità $v \cos \xi$ lungo l'asse x , la massa di 'fotoni' che colpisce m risulta $M' = M \left(1 - \frac{v \cos \xi}{c}\right)$. Di questa

$f M'$ è ASSORBITA e $g M'$ è RIFLESSA

Per la conservazione della quantità di moto lungo x, y , assumendo che la \bar{v} cambi in $\bar{v} + \Delta \bar{v}$ e $\Delta \bar{v}$ (lungo l'asse x), si ottiene:

- $$m v \sin \xi = (m + f M') (v + \Delta v) \sin \xi + g M' (v \sin \xi + v \sin \xi)$$

Asse y

- $$M c + m v \cos \xi = (m + f M') [(v + \Delta v) \cos \xi + \Delta V] + g M' (c - v \cos \xi + v \cos \xi) + (M - M') c$$

Asse x

Sapendo che $M \ll m$

$$\Delta v = - (1+g) \frac{M' v}{m}$$

Nella direzione di v

$$\Delta V = (1+g) \frac{M' c}{m}$$

Nella direzione x

Allora $\Delta \bar{v} + \Delta V = - (1+g) \frac{M' \bar{v}}{m} + (1+g) \frac{M' c}{m} \hat{s}$

$M' =$ massa di fotoni che colpisce la
particella $= \frac{S' A}{c^2}$

$$m \bar{v} = \frac{S' A}{c^2} (1+g) \left[c \hat{s} - \bar{v} \right] = \frac{S A}{c} Q_{PR} \left[\left(1 - \frac{\bar{v}}{c}\right) \hat{s} - \frac{\bar{v}}{c} \right]$$

$$Q_{PR} = 1+g$$

$$Q_{PR} = 1$$

particella completamente
ASSORBENTE

Formula di
Robertson

$$Q_{PR} = 2$$

riflessione perfetta all'indietro

Drag deriva
dalla
riflessione

$$\bullet \quad m \bar{v} = \frac{S A}{c} Q_{PR} \hat{s}$$

Pressione di radiazione

$$\bullet \quad m \bar{v} = \frac{S A}{c} Q_{PR} \left(-\frac{\bar{v}}{c} \hat{s} - \frac{\bar{v}}{c} \right)$$

P-R drag

Effetti del P-R drag

PERIELIO $\Rightarrow r_p = a(1-e) \quad v^2 = \frac{\mu}{a} \frac{(1+e)}{(1-e)}$

$$E = \frac{\mu}{2a} \frac{(1+e)}{(1-e)} - \frac{\mu}{a(1-e)}$$

$$E' = \frac{\mu}{2a} \frac{(1+e)}{(1-e)} - \frac{\mu'}{a(1-e)} = \frac{\mu(1+e-2+2\beta)}{2a(1-e)} =$$

La velocità orbitale non cambia all'espulsione dal corpo parente.

$$e-1+2\beta \geq 0$$

$$\beta \geq \frac{(1-e)}{2}$$

Al perielio è più facile che avvenga l'espulsione dal SS. In particolare se l'eccentricità del corpo parente è prossima a 1 come nelle comete

• ALL' AFELIO

$$\beta \geq \frac{(1+e)}{2}$$

particelle emesse da cometa:

$$e = 0.9 \Rightarrow \beta \geq \frac{0.1}{2}$$

espulsione!

$$5.7 \times 10^{-5} \frac{Q_{PR}}{SS} \geq 0.05$$

Condizione per l'espulsione sul raggio della particella

$$s \leq \frac{5.7 \times 10^{-5} Q_{PR}}{8 \times 0.05} \approx 5.7 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$s \approx 3 \mu\text{m}$$

$$Q_{PR} \approx 1.5$$

Effetti del P-R drag sulle orbite eliocentriche

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = - \left(\frac{M}{a} \right) Q_{PR} \frac{(2 + 3e^2)}{(1 - e^2)^{3/2}}$$

$$\left\langle \frac{de}{dt} \right\rangle = - \frac{5}{2} \left(\frac{\eta}{a^2} \right) Q_{PR} e \frac{1}{(1 - e^2)^{5/2}}$$

$$\eta = 2.53 \times 10^{11} \text{ g s}$$

Pressione di radiazione e P-R drag dovute al vento solare

$$\bar{F}_{rad} = \frac{SA}{c} Q_{PR} \left(1 - \frac{v}{c} \right) \left[\bar{s} - \frac{\bar{v}}{c} \right] = \frac{SA}{c} Q_{PR} \left(1 - \frac{v}{c} \right) \left(\frac{\bar{c} - \bar{v}}{|\bar{c}|} \right)$$

$$\bar{F}_{sw} = \left(n m \frac{u^2}{2} \right) A \cdot C_D \cdot \frac{(\bar{w} - \bar{v})}{|\bar{w}|}$$

\uparrow
 E energia di S

$$\bar{u} = \bar{w} - \bar{v}$$

\bar{w} = Solar wind velocity

n = number density

m = massa

$$\bar{F}_{sw} = \sum_s \bar{F}_{sw}^s$$



vento solare ha molte componenti: (p^+, e^-, \dots)

Esempi di evoluzione orbitale di particelle di polvere

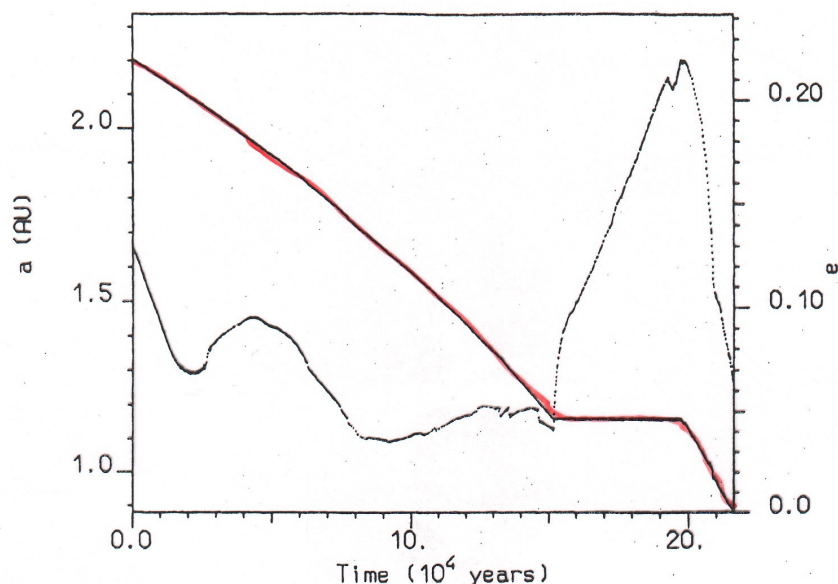
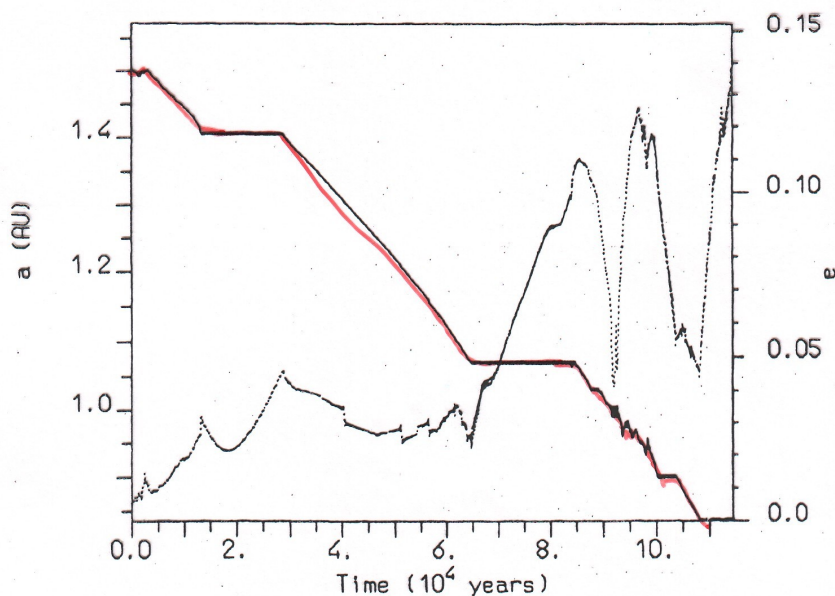


Fig. 3. Combined view of the semimajor axis and eccentricity evolution for a $30\ \mu\text{m}$ dust particle started at the inner edge of the main belt. The initial conditions are $a = 2.2\ \text{AU}$, $e = 0.14$ and $i = 5^\circ$ rad. The orbital decay is interrupted at $a = 1.1588\ \text{AU}$, where the particle is trapped for $\sim 45\ 000\ \text{yr}$ in the 4/5 outer resonance with the Earth. The orbital eccentricity grows larger than 0.2 during the resonance trapping

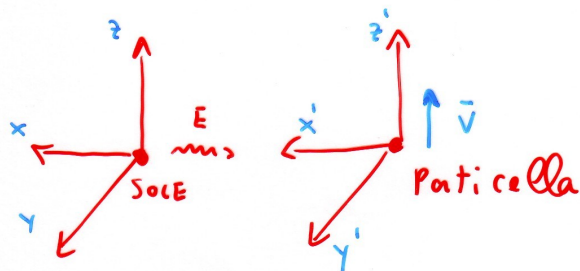


Il decadimento orbitale causato dal P-R drag ($da/dt < 0$) viene interrotto temporaneamente da risonanze orbitali di moto medio con i pianeti terrestri.

Derivazione relativistica dell'equazione del P-R drag.

Trasformazione di Lorentz con v lungo asse z :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma ct - \beta\gamma z \\ x \\ y \\ -\beta\gamma ct + \gamma z \end{pmatrix} \quad \beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$



- Trattiamo caso semplificato: ORBITA CIRCOLARE $\vec{v} \perp \vec{r}$

Quadrivettore MOMENTO dei fotoni, nel sistema inerziale del SOLE:

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} E/c \\ -E/c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

per i fotoni $p_x = -E/c$

Passando al sistema di riferimento della particella:

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E/c \\ -E/c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma E/c \\ -E/c \\ 0 \\ -\beta\gamma E/c \end{pmatrix}$$

Se c'è riflessione ($Q_{PR} > 1$) allora parte di \vec{p}' viene RIFLESSA.

NB: Quando c'è riflessione $Q_{PR} > 1$ e il 4 vettore è diretto in senso OPPOSTO.

$$\vec{p}'_R = \begin{pmatrix} \gamma E/c \\ -E/c(1-Q_{PR}) \\ 0 \\ -\beta\gamma E/c(1-Q_{PR}) \end{pmatrix}$$

Attenzione! Nel termine p_0 (energia) c'è sia la parte riflessa all'indietro $\gamma E/c (1 - Q_{PR}) = \gamma E/c g$ ma è incluso anche il termine di riemissione isotropa (nel sistema della particella) $g E/c f$. La somma dei due dà $g E/c$. La parte riemessa non dà contributo al momento (isotropa!).

Si esegue *Trasf. di Lorentz inversa* per ricavare \bar{p}_R nel sistema inerziale del sole
(*trasf. inversa: si sostituisce v con $-v$*)

$$\bar{p}_R = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma E/c \\ -E/c(1-Q_{PR}) \\ 0 \\ -\beta\gamma E/c(1-Q_{PR}) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \gamma^2 E/c & -\beta^2 \gamma^2 E/c (1-Q_{PR}) \\ -E/c(1-Q_{PR}) & \\ 0 & \\ \beta\gamma^2 E/c & -\beta\gamma^2 E/c (1-Q_{PR}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E/c(\gamma^2 - \beta^2 \gamma^2 + \beta^2 \gamma^2 Q_{PR}) \\ -E/c(1-Q_{PR}) \\ 0 \\ \beta\gamma^2 E/c Q_{PR} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} E/c(1 + \beta^2 \gamma^2 Q_{PR}) \\ -E/c(1-Q_{PR}) \\ 0 \\ \beta\gamma^2 E/c Q_{PR} \end{pmatrix}$$

Adesso possiamo calcolare la forza che agisce sulla particella nel sistema di rif. inerziale: $\bar{F} = -\Delta \bar{p}$

$$\vec{F} = \vec{P} - \vec{P}_R = \begin{pmatrix} \frac{E}{c} \\ -\frac{E}{c} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{E}{c} (1 + \beta^2 \gamma^2 Q_{PR}) \\ -\frac{E}{c} (1 - Q_{PR}) \\ 0 \\ \beta \gamma^2 \frac{E}{c} Q_{PR} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

- $F_x = -\frac{E}{c} Q_{PR} \quad \vec{u}_x = -\frac{E}{c} Q_{PR} \hat{s}$

- $F_z = \beta \gamma^2 \frac{E}{c} Q_{PR} \approx \beta \frac{E}{c} Q_{PR} = \frac{E}{c^2} Q_{PR} \vec{v}$

F_x = pressione di radiazione

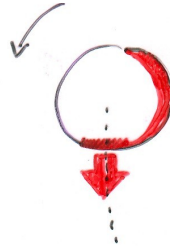
$F_z = \frac{E}{c^2} Q_{PR} \cdot \vec{v} = P-R \text{ drag}$ (7 punta
nella direzione di \vec{v})

$$E = S \cdot A$$

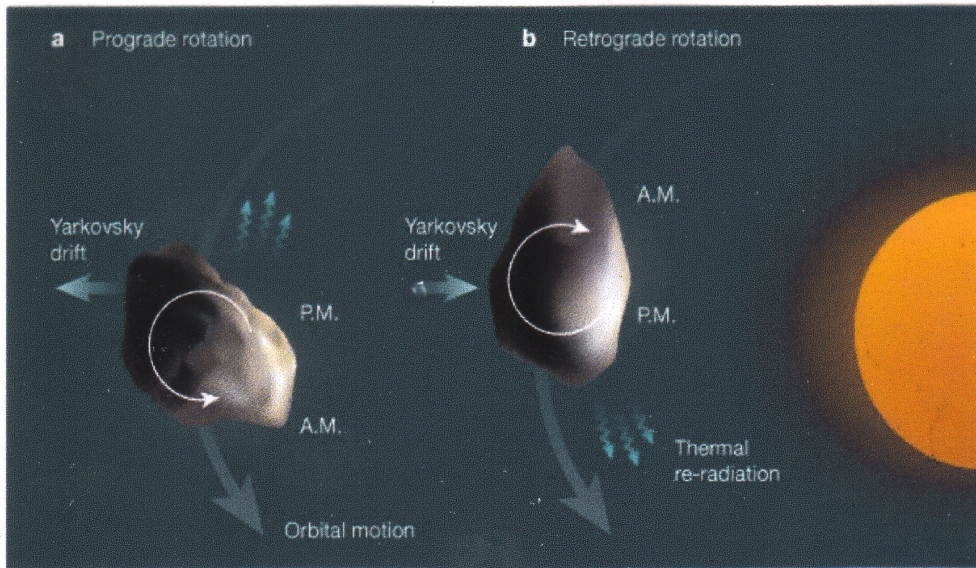
Il termine energetico alla fine risulta maggiore nell'energia emessa, e questo è dovuto alla perdita di energia cinetica da parte della particella per il fenomeno di rinculo.

3-2 Effetto Yarkovsky

1)Diurno



S



$$E \propto \sigma T^4$$

• INERZIA TERMICA

forza per unità
di massa ($= \ddot{a}$)

Integrale di superficie

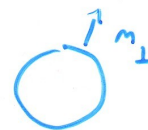
Formula

$$\bar{f} = -\frac{2}{3} \frac{\epsilon \sigma}{mc} \int_S ds T^4 \cdot m_{\perp}$$

$$\dots \bar{p} = \frac{\epsilon \sigma}{c} T^4 \cdot m_{\perp}$$

σ = Stef. Boltzmann

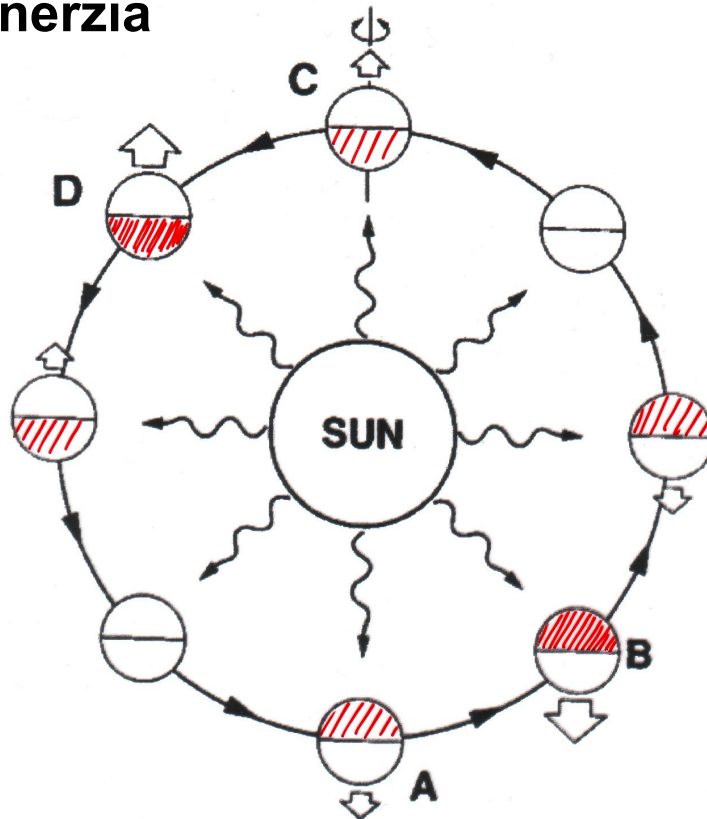
ϵ = emissività
nell'infrarosso



Per trovare T sulla superficie \Rightarrow risolvere le
equazioni del TRASPORTO di CALORE.

Parametro fondamentale dell'effetto Yarkovsky è l'inerzia termica. Oggetti troppo piccoli non possiedono inerzia

termica
sufficiente
per
causare
l'effetto
Yarkovsky



2) Effetto stagionale \Rightarrow sempre diminuzione di $a \rightarrow F_m(R, \theta)$ negativa.

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_{\text{diurno}} = \frac{8\alpha}{g_m} \frac{\pi R^2 \epsilon_0}{mc} F_w(R, \theta) \cos \gamma$$

• Cambia
sempre con
verso di
rotazione

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_{\text{stagionale}} = \frac{4\alpha}{g_m} \frac{\pi R^2 \epsilon_0}{mc} F_m(R, \theta) \sin^2 \gamma$$



α = ALBEDO

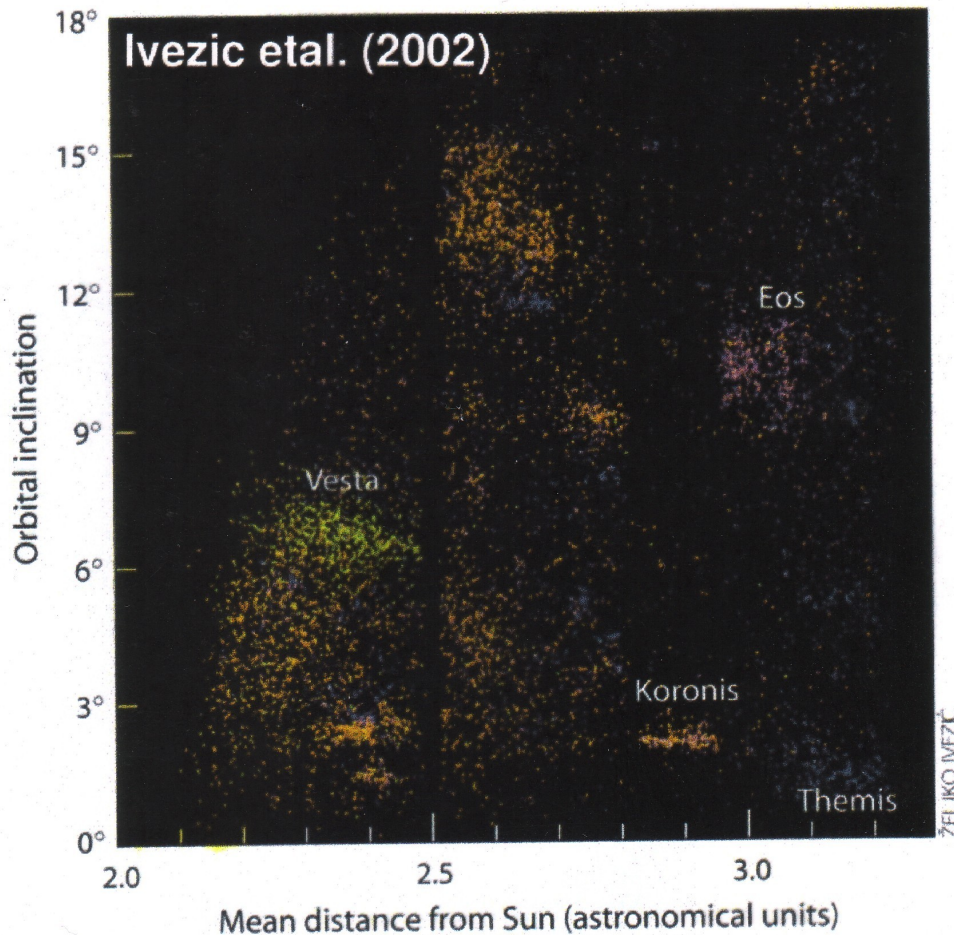
$\epsilon_0 \equiv S$

ω = rotazione

γ = obliquità

m = moto medio

Cosa sono le famiglie di asteroidi e come evolvono nel tempo

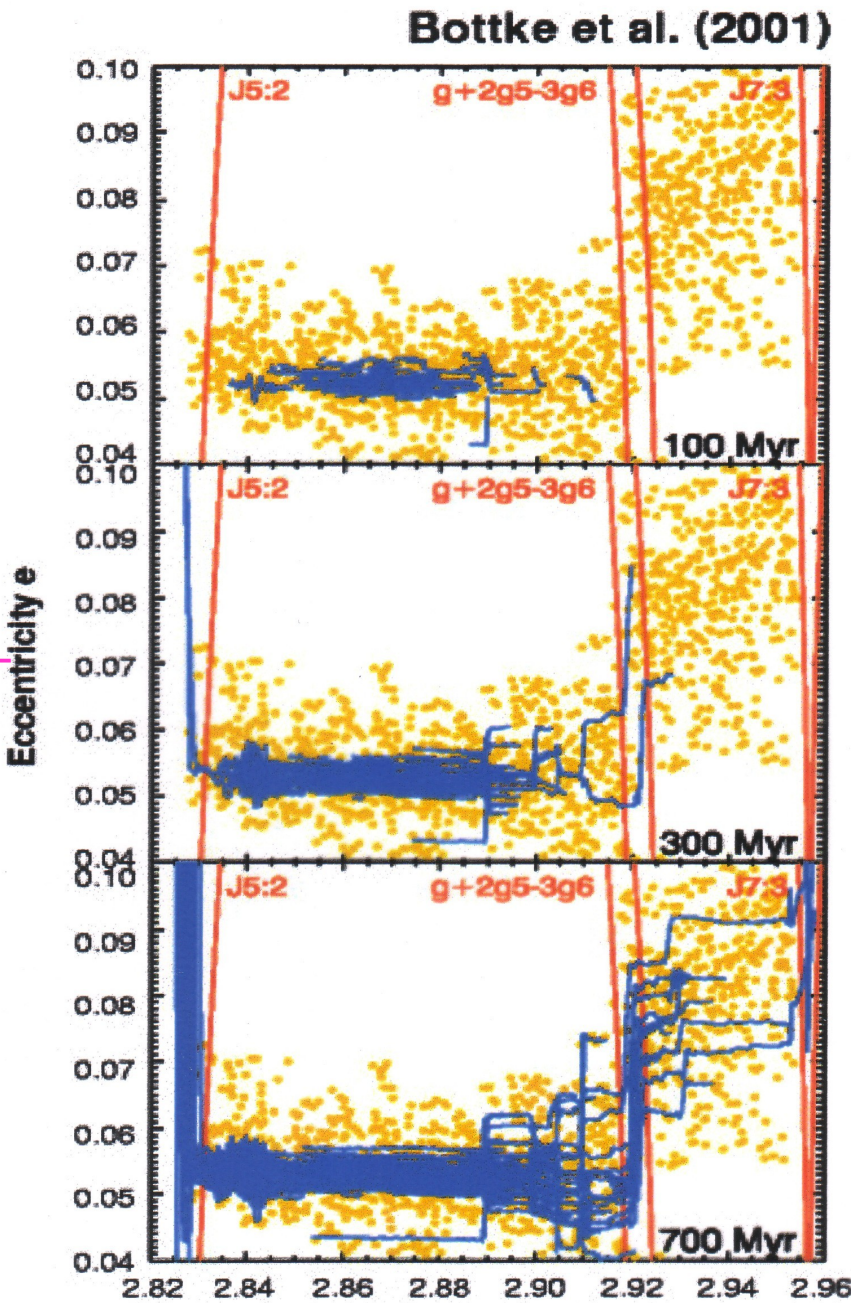


Le famiglie di asteroidi sono il risultato della collisione tra 2 asteroidi nella Main Belt. Appaiono come addensamenti nella distribuzione degli asteroidi nei piani a-e e a-i.

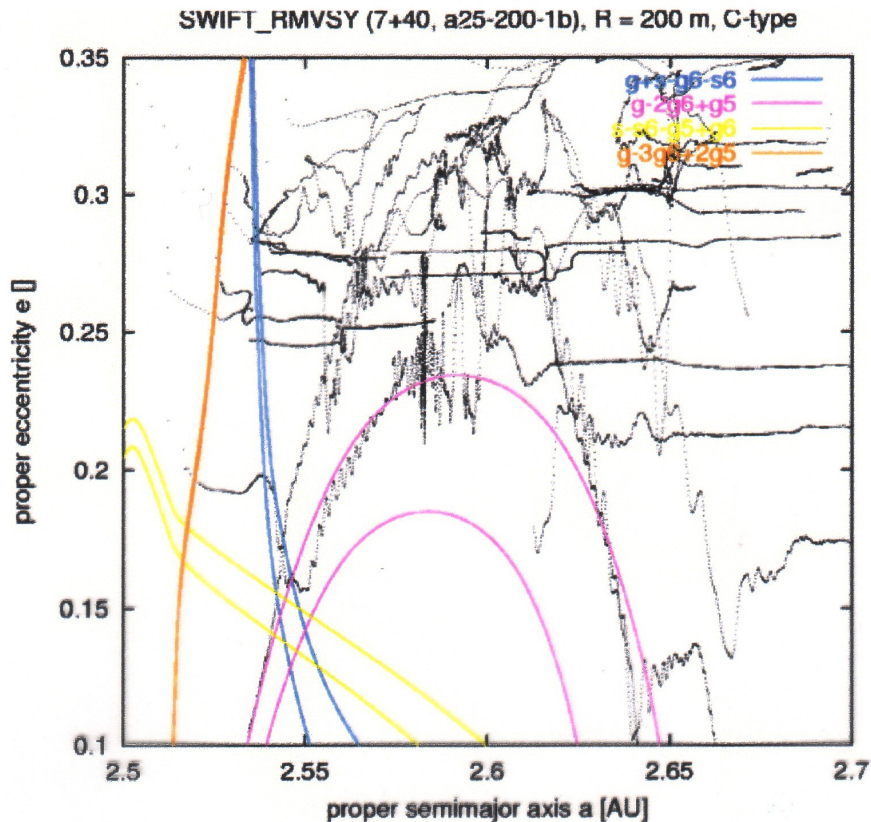
Gli elementi orbitali 'propri' sono gli elementi filtrati dalle perturbazioni planetarie e rispecchiano la distribuzione dei frammenti subito dopo l'impatto. Gli elementi propri sono costanti nel tempo?

Gli elementi propri possono variare nel tempo! La famiglia evolve nello spazio degli elementi orbitali propri.

Ad ogni famiglia di asteroidi viene assegnato il nome dell'asteroide più massivo. Quella in figura è la famiglia di Koronis.

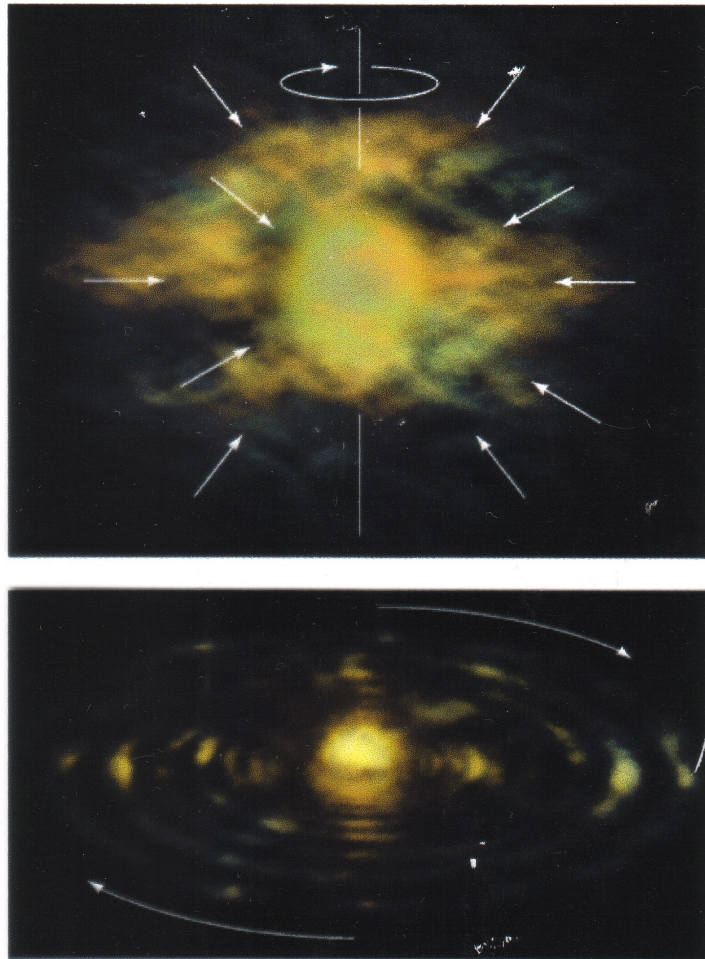


L'effetto Yarkovsky può modificare gli elementi propri. In blue sono rappresentate le traiettorie di quegli asteroidi (diametro < 20 km) che rispondono all'effetto Yarkovsky.



L'effetto Yarkosky contribuisce a rifornire la popolazione degli asteroidi NEO (Near Earth Objects). Dopo una collisione tra due asteroidi si forma una famiglia. Per effetto Yarkovsky alcuni membri di questa famiglia migrano su orbite più interne dove trovano risonanze secolari che ne aumentano l'eccentricità. Incontrano quindi Marte e dopo una serie di incontri ravvicinati con il pianeta entrano ulteriormente nel sistema solare interno intersecando l'orbita della Terra.

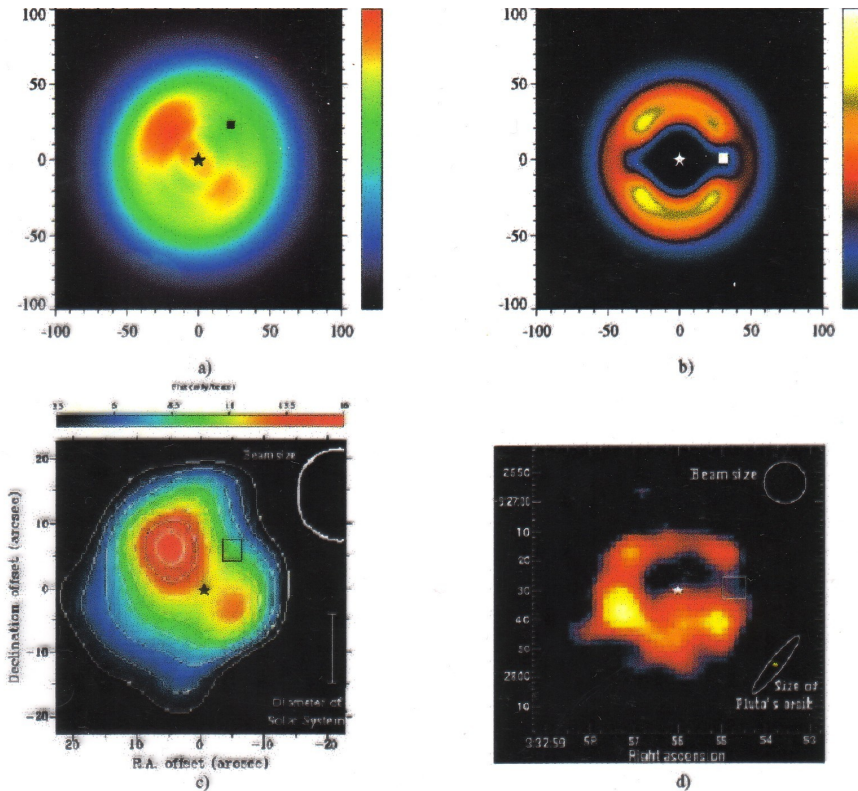
3-3 Gas drag



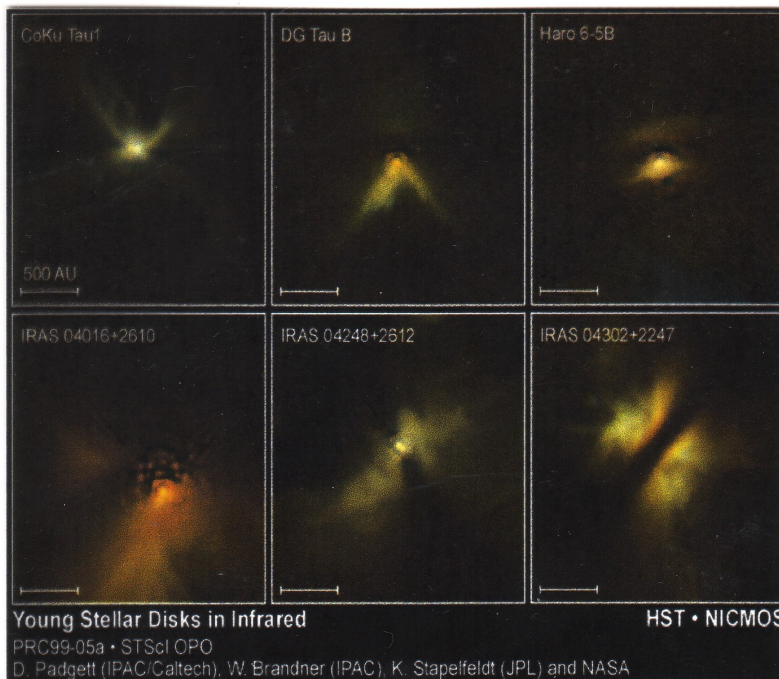
Copyright 1999 John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.

I dischi circumplanetari (o di accrescimento o circumstellari) sono composti da gas (H e He) e polvere. Il disco si forma durante il collasso gravitazionale che porta alla formazione di una protostella. Per la conservazione del momento angolare il materiale più esterno si posiziona sotto forma di disco attorno alla protostella.

Attenzione! C'è differenza tra debris disk e accretion disk.



I dischi di debris sono ciò che rimane dopo il processo di formazione planetaria quindi è composto da polvere e niente gas

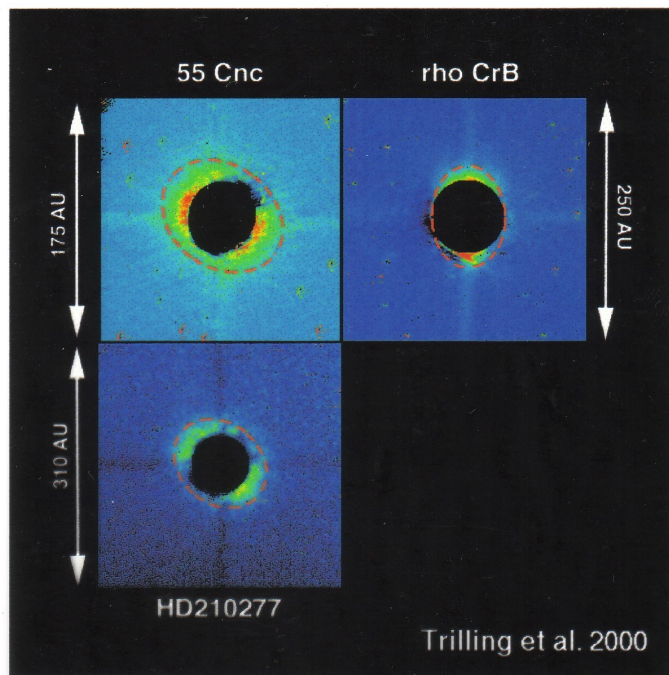


Nei dischi di accrescimento la formazione planetaria è nelle fasi iniziali è il materiale solido è circondato dal gas del disco.

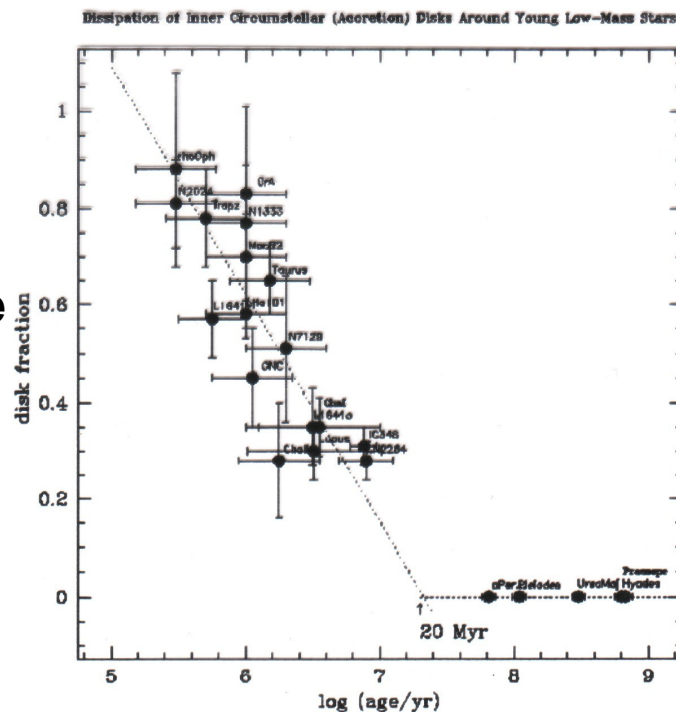


Protoplanetary Disks in the Orion Nebula HST • WFPC2

Altre immagini di dischi protoplanetari.



I dischi di debris sono utili perché permettono di calcolare l'inclinazione delle orbite di pianeti extrasolari noti e eventualmente scoprirne di nuovi



Un interrogativo che riguarda i dischi di accrescimento è il tempo che impiega la componente gassosa per dissiparsi. Nel processo di formazione dei

pianeti giganti la componente gassosa deve essere presente. I tempi stimati sulla base delle osservazioni dei dischi sono da 1-10 Myr

Profili fisici dei dischi di accrescimento e moto del gas

DISCHI di ACCRESCIMENTO:

$$M \approx 0.01 - 0.1 M_{\odot}$$

98% H, He

1-2% elementi pesanti

PROFILI:

$$\rho(r) = \rho_0 r^{-q}$$

$$T(r) = T_0 r^{-\beta}$$

$$\Sigma_d(r) = \Sigma_{od} r^{-\delta}$$

$$\rho_0 \approx 2-3 \times 10^{-9} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$T_0 \approx 200-300 \text{ K}$$

$$\Sigma_{od} \approx 7-10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

$$a = 1 \text{ AU}$$

MOTO del GAS (si esclude TURBOLENZA)

$$r \omega_g^2 = \frac{GM}{r^2} - F(r)$$

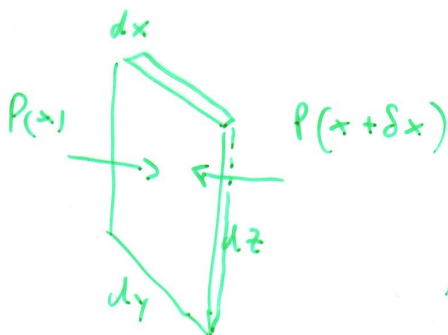
Accelerazione
centrifuga

Forza
gravitazionale

Forza dovuta
al gradiente di
pressione.

$$\omega_K = \left(\frac{GM}{r^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{velocità angolare Kepleriana}$$

$$r \omega_g^2 = r \omega_K^2 - F(r)$$



$$\Delta F = [P(x) - P(x+dx)] \cdot dy dz$$

Forza per unità di volume diventa:

$$F_v = \frac{\Delta F}{V} = \frac{P(x) - P(x+dx)}{dx} = -\frac{dP}{dx}$$

$$F_v = \rho \bar{a} = -\frac{dP}{dx} \quad a = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx}$$

a = accelerazione dell'elemento di volume

ρ = densità

$$r \omega_g^2 = r \omega_K^2 + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr}$$

Per calcolare $\frac{dP}{dz} \Rightarrow$ Equaz. di STATO

$$P = \rho \frac{kT}{m}$$

\nwarrow massa delle molecole (H_2, He_2)

$$\frac{dP}{dz} = \frac{d}{dz} \left(\rho_0 z^{-\alpha} \frac{k T_0 z^{-\beta}}{m} \right) = - \frac{k}{m} (\alpha + \beta) \rho_0 T_0 z^{-\alpha-\beta-1}$$

$$W_g^2 = W_K^2 - \frac{k}{m z} (\alpha + \beta) \rho_0 T_0 \frac{z^{-\alpha-\beta-1}}{\rho_0 z^{-\alpha}} \dots g(z)$$

$$= \frac{GM}{z^3} \left(1 - \frac{k}{m} (\alpha + \beta) \frac{1}{z^2} T_0 z^{-\beta} \frac{z}{GM} \right) =$$

$$= \frac{GM}{z^3} (1 - 2\eta(z)) = W_K^2(z) (1 - 2\eta(z))$$

$$\eta(z) = \frac{\pi}{16} (\alpha + \beta) \frac{c_m^2}{V_K^2}$$

$$c_m = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

mean thermal velocity

$$W_g(z) = W_K(z) (1 - 2\eta(z))^{\frac{1}{2}}$$

$$\eta \approx 1 \cdot 10 \times 10^{-3}$$

Calcolo esplicito della forza dovuta al gas drag

$$f_D = \frac{1}{2} C_D (\pi r_p^2) \cdot \rho_g \cdot u^2$$

u = velocità relativa capo-gas

$$\vec{f}_D = -\frac{1}{2} C_D (\pi r_p^2) \rho_g \vec{u} \cdot u$$

Ex: per $i = 0$

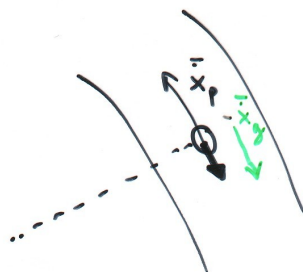
$$\begin{cases} \dot{x}_p = -\frac{ma}{\sqrt{1-e^2}} \sin f \\ \dot{y}_p = \frac{ma}{\sqrt{1-e^2}} (e + \cos f) \end{cases}$$

per il
corpo

$$\begin{cases} \dot{x}_g = -\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f} \cdot \sin f \cdot \frac{w_g}{a w_g \cos f} \\ \dot{y}_g = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f} \cdot \cos f \cdot \frac{w_g}{a w_g \cos f} \end{cases} \quad \begin{matrix} -a w_g \sin f \\ a w_g \cos f \\ x_e \equiv 0 \end{matrix}$$

per il
gas

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \dot{x}_p - \dot{x}_g \\ \dot{y}_p - \dot{y}_g \\ 0 \end{pmatrix}$$



Variazione degli elementi orbitali di un planetesimale indotta dal gas drag

Si scompone \vec{f}_D in F_R, F_t, F_i lungo la direzione radiale, tangente, e \perp al piano orbitale e si usano eq. di Gauss:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = \frac{2}{m(1-e^2)^{1/2}} \left\{ F_R e \sin f + F_t \frac{a(1-e^2)}{r} \right\} \\ \frac{de}{dt} = \frac{(1-e^2)^{1/2}}{ma} \left\{ F_R \sin f + F_t (\cos E + \cos f) \right\} \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{ma(1-e^2)^{1/2}} F_i \frac{r}{a} \cos(f + \omega) \end{cases}$$

Si media su un periodo orbitale

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = \int_0^{2\pi} \frac{da}{dt} dM$$

↑
anomaly media

$$\begin{cases} \left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = - \frac{2a}{\tau_0} \left[(0.97e + 0.64i + \eta) \eta + 0.35e^3 + 0.16i^3 \right] \\ \left\langle \frac{de}{dt} \right\rangle = - \frac{e}{\tau_0} (0.77e + 0.64i + \eta) \\ \left\langle \frac{di}{dt} \right\rangle = - \frac{i}{2\tau_0} (0.77e + 0.85i + \eta) \end{cases}$$

$\propto \frac{1}{s} \cdot D$

$T_K =$
Keplerian period

$$\tau_0 = 365 \cdot \frac{1}{C_D} \left(\frac{m}{10^{21}} \right)^{1/2} \left(\frac{a}{1.5 \cdot 10^{13}} \right)^{-1} \left(\frac{\rho}{10^{-9}} \right)^{-1} T_K$$

Esempio numerico di orbita di planetesimo perturbata dal gas drag. Il semiasse maggiore decresce nel tempo.

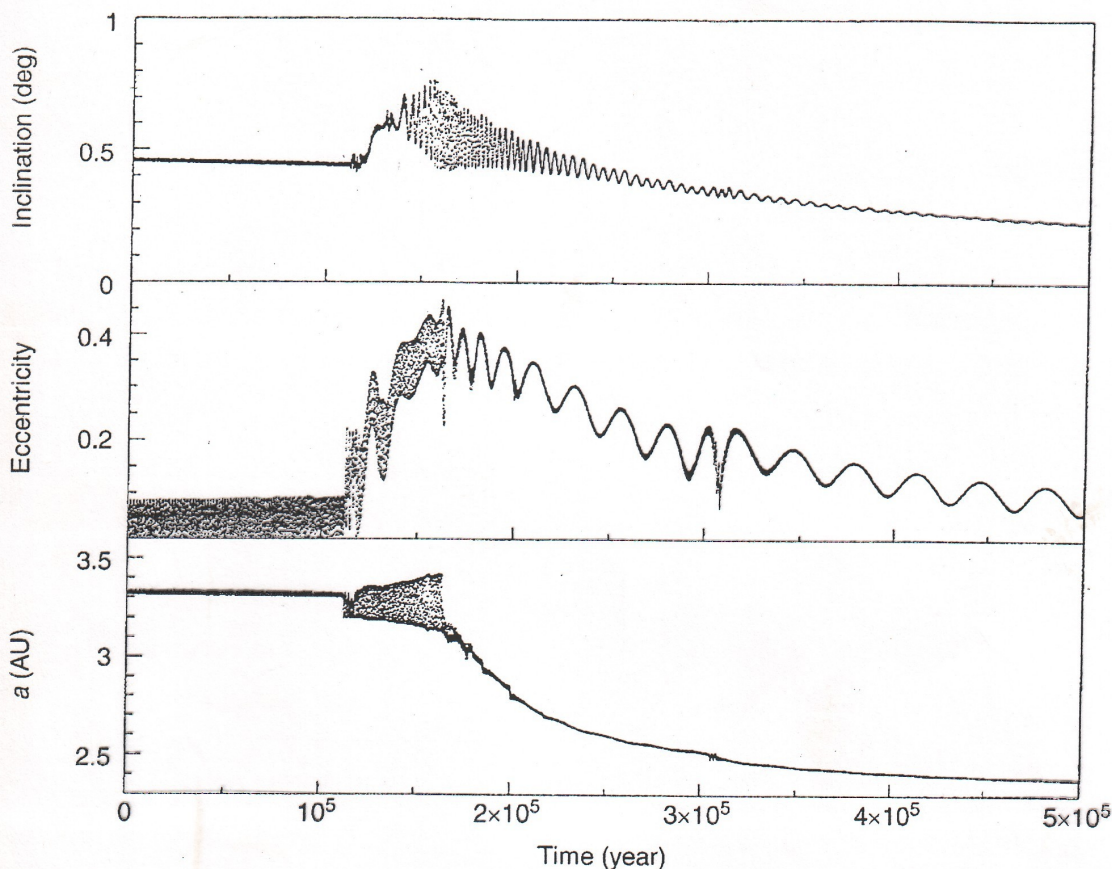


Figure 3. Temporary trapping in the 2:1 resonance of a 300 km size planetesimal.

In questo caso particolare il planetesimo attraversa la risonanza in moto medio 2:1 con Giove e l'eccentricità viene di conseguenza aumentata. La velocità con cui il planetesimo migra verso l'interno diventa di conseguenza maggiore.

Rilevanza del gas drag nelle fasi iniziali di formazione dei pianeti

- Mantiene basse le velocità relative tra i planetesimi. Questo favorisce la formazione di oggetti più massivi dopo gli impatti tra planetesimi.
- La combinazione di gas drag e risonanze può portare a planetesimi su orbite molto eccentriche -> formazione di onde di shock e condrule.
- NB: vita media del gas è di pochi Myr.

Formazione dei pianeti in sistemi stellari binari



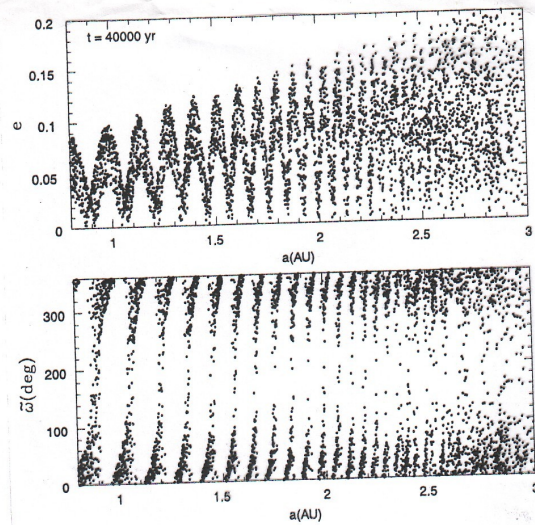
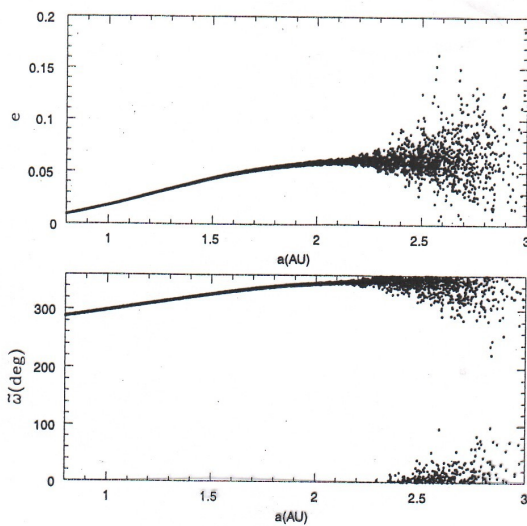


FIG. 1c

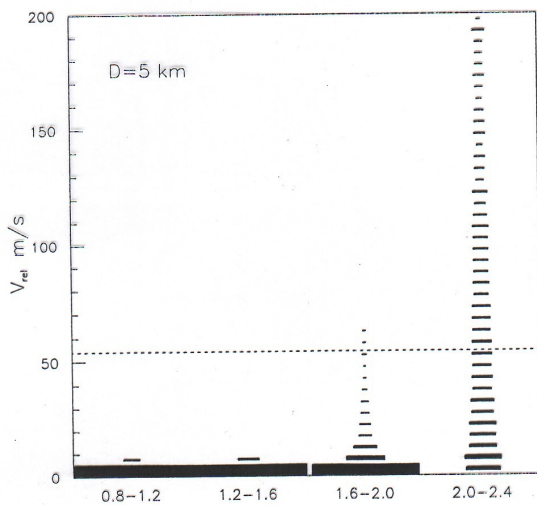


FIG. 8a

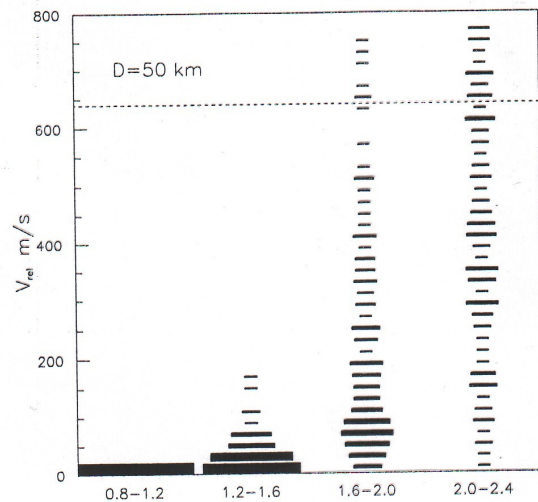


FIG. 8b

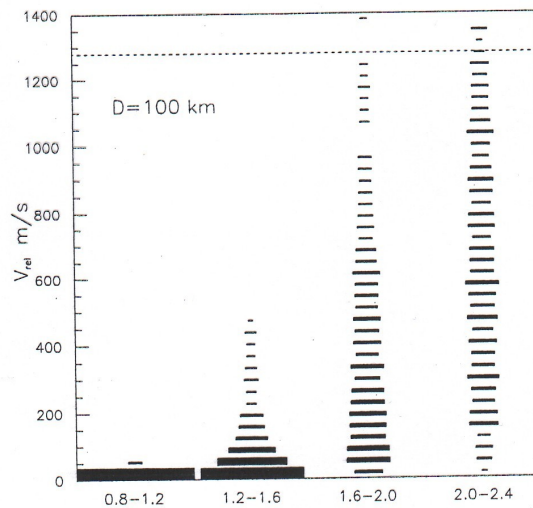


FIG. 8c

Le perturbazioni gravitazionali della stella compagna aumentano la velocità relativa ma.....

Il gas drag permette di ridurre queste velocità e permette l'accrescimento dei planetesimi fino a formare pianeti!