

# CAPITOLO 5

- **La Luna**
- **Formazione del 'bulge' mareale**
- **Ritardo mareale**
- **Interazione tra rotazione del pianeta e orbita del satellite mediata dalla marea**
- **Interazioni mareali per i satelliti dei pianeti giganti**

1-

# La Luna: Fact sheet

$$M = 7.349 \times 10^{22} \text{ Kg} \quad (0.012 M_{\text{terra}})$$

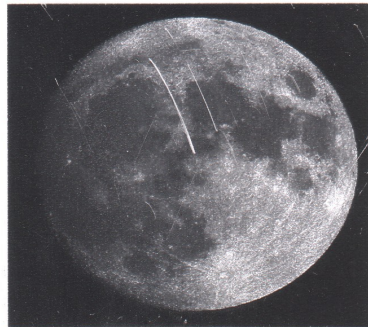
$$R = 1738 \text{ Km} \quad (g \sim 3.4 \frac{g}{\text{cm}^3})$$

$$a = 0.3844 \times 10^6 \text{ Km}$$

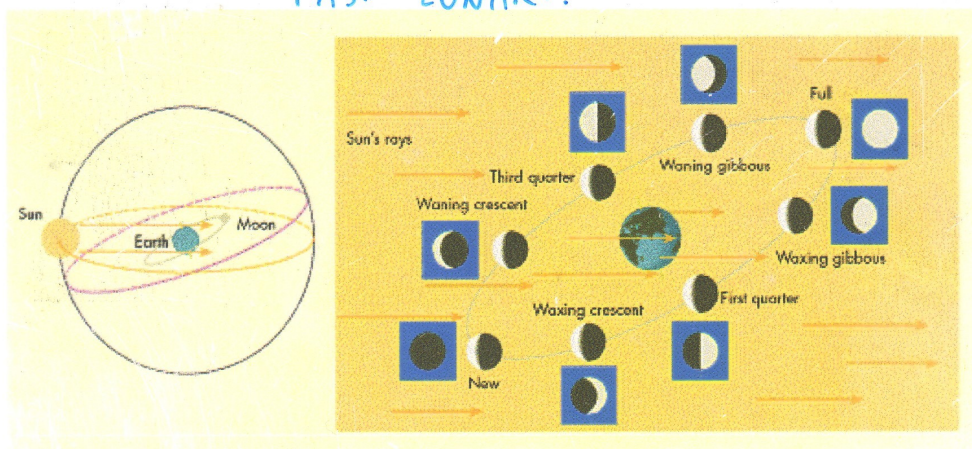
$$T_{\text{rev}} = 27.32 \text{ giorni}$$

$$i \approx 5^\circ$$

$$e \approx 0.055$$



## FASI LUNARI.



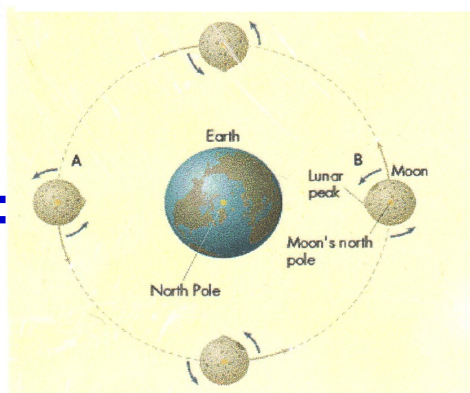
## Rotazione sincrona

● Mese siderale:

$T=27.3$  giorni

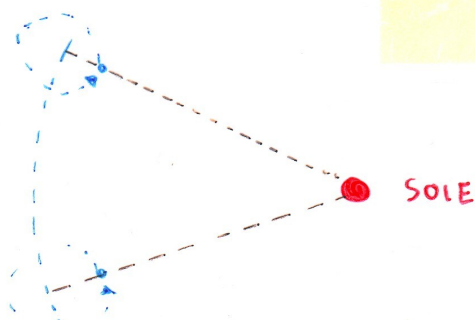
● Mese sinodico:

$T=29.5$  giorni



● Eclissi  $\Rightarrow$   
linea dei  
nodi attraversata.

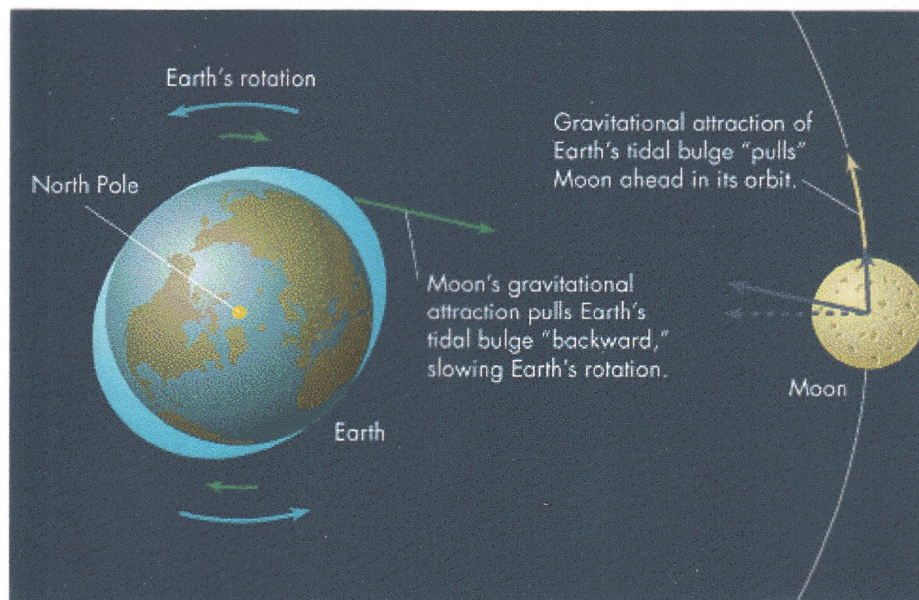
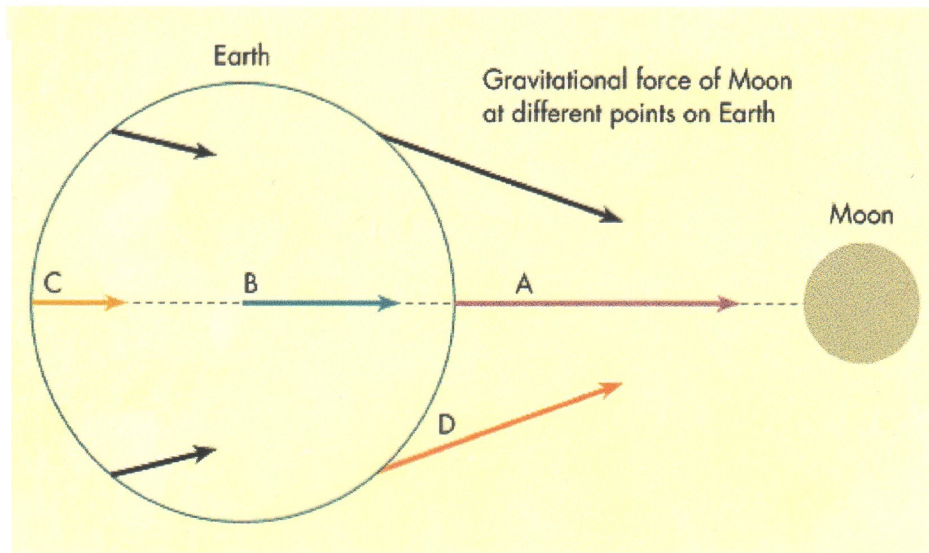
$T_{\text{se}} = 18.61 \text{ yr}$   
di perturbazioni  
del Sole.



Al termine di ogni orbita  
la Luna deve fare più  
strada per raggiungere la  
congiungente Terra-Sole

# Effetti mareali dovuti al gradiente di gravità. Le dimensioni dell'orbita sono comparabili con le dimensioni dei corpi.

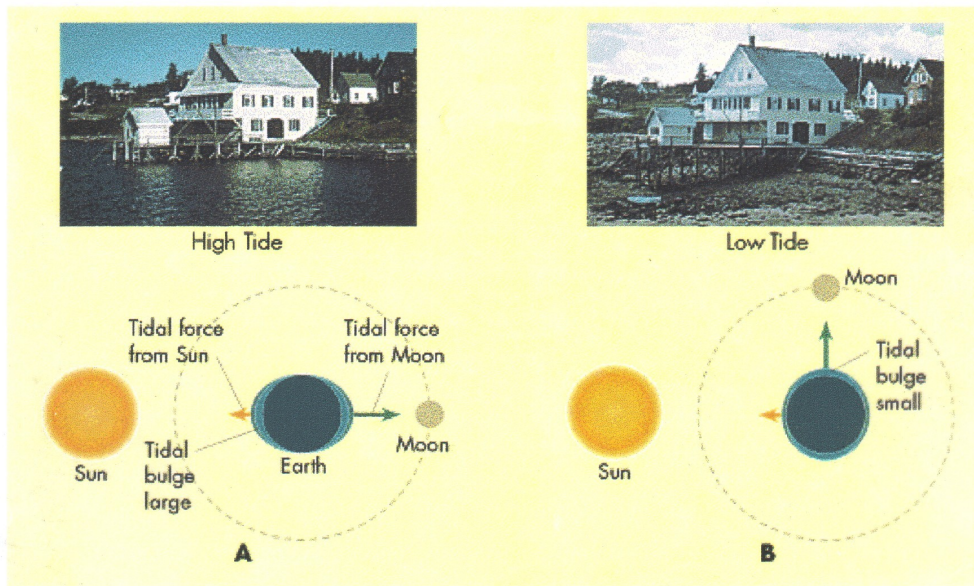
bulge  
mareale:



**La superficie equipotenziale non è più una sfera ma un elissoide**

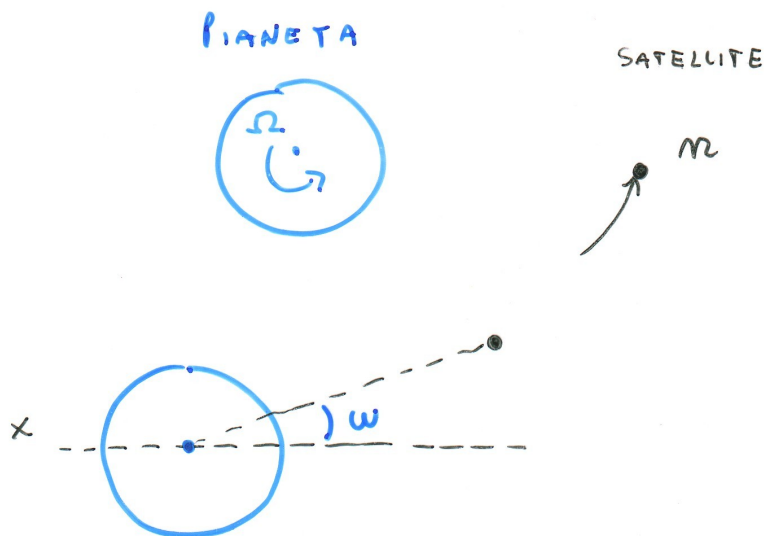


**La marea solare si somma a quella lunare ma il risultato dipende dalla fase mutua.**



COMBINAZIONE delle 2 MAREE

# Semplice modello analitico per spiegare il **ritardo mareale**



Il pianeta risponde come un oscillatore armonico.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -Kx - \beta \frac{dx}{dt} + F_0 \cos(\omega t)$$

$x$  = spostamento da equilibrio



$m$  = inerzia del pianeta

$K$  = forza di richiamo

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x + \frac{1}{\tau} \frac{dx}{dt} = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

$\omega_0$  frequenza naturale del pianeta  $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

$\tau$  tempo scala di smorzamento

## Soluzione dell'equazione per il ritardo

$$x(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \delta(\omega))$$

$$A(\omega) = \left(\frac{F_0}{m}\right) \left[ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

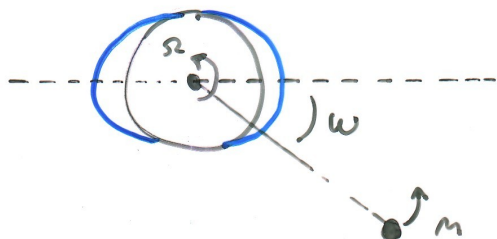
$$\sin \delta(\omega) = - \frac{\omega}{\tau} \left[ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

La parte dissipativa  $\left(\beta = \frac{m}{\tau}\right)$  è SEMPRE  
POSITIVA (il pianeta dissipa in calore) quindi

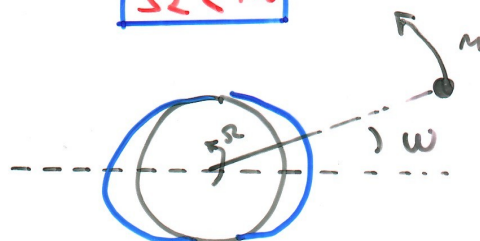
$$-\pi < \delta \leq 0$$

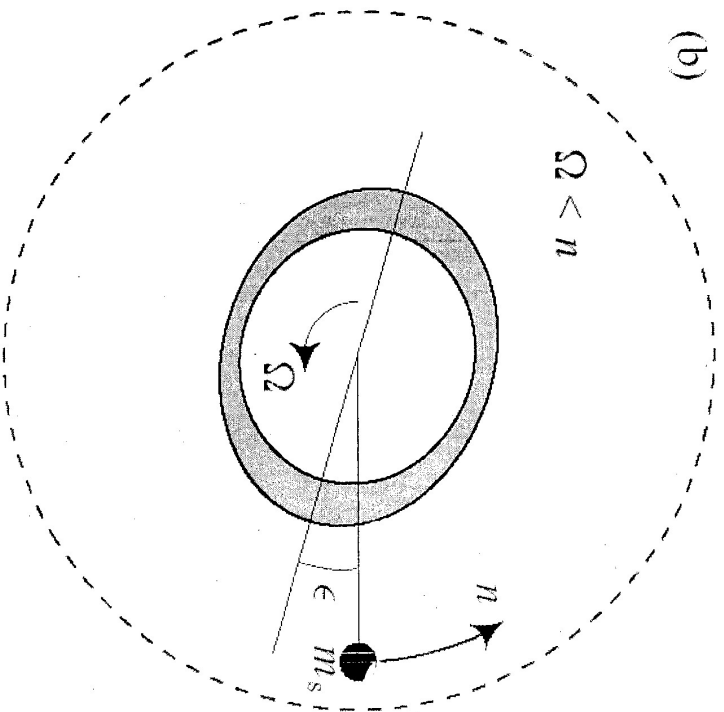
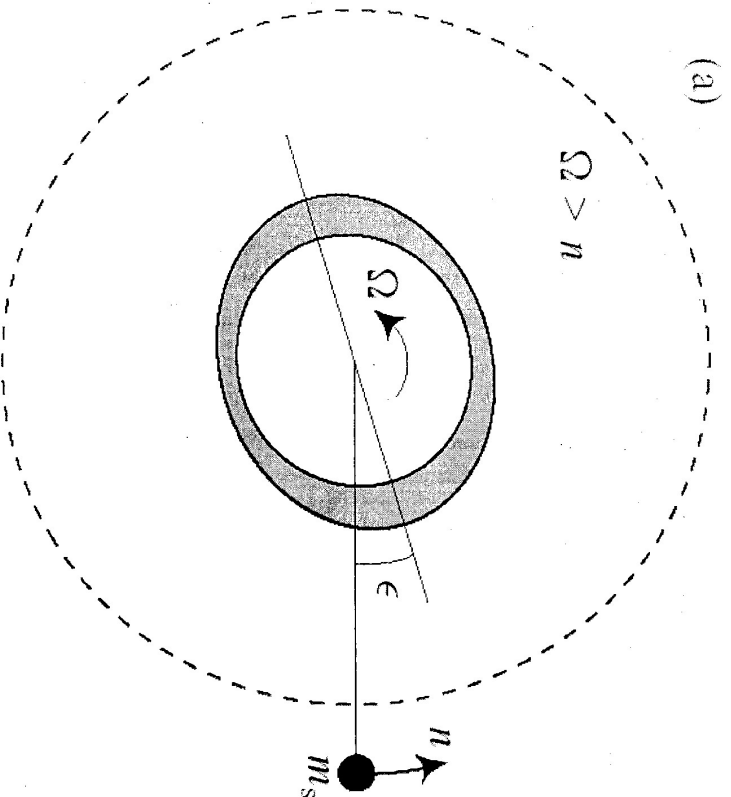
La marea raggiunge il massimo IN  
RITARDO!

$$\boxed{\Omega > \omega}$$



$$\boxed{\Omega < \omega}$$





Momento della forza  $\bar{r}$  aumentatore

$$E_{ab} \Rightarrow \Gamma_m$$

Momento uguale ed opposto  $\bar{r}$   
diminuire rotazione del pianeta  $\Gamma_\Omega$

$$\dot{E} = \Gamma_m - \Gamma_\Omega = -\Gamma(\Omega - n) < 0$$

$\Gamma$  induce  $E$  Energia orbitale  $-\Gamma_m$   
mentre  $\bar{r}$  aumentare energia  
rotazionale del pianeta

$$\dot{E} = -\Gamma_m + \Gamma_\Omega = \Gamma(\Omega - n) < 0$$

**A causa dell'interazione mareale l'energia viene dissipata sotto forma di calore mentre il momento angolare si conserva**

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} I_p \Omega^2 - G \frac{m_p m_s}{2a}$$

$$\dot{E} = I_p \Omega \dot{\Omega} + G \frac{m_p m_s}{2a} \dot{a} = I_p \Omega \dot{\Omega} + \frac{1}{2} \frac{m_p m_s}{(m_p + m_s)} m^2 a \dot{a}$$

$$G(m_p + m_s) = m^2 a^3$$

$$\boxed{\dot{E} < 0}$$

$$\Rightarrow L = I_p \Omega + \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} h = I_p \Omega + \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} m a^2$$

$$h = m a^2 \sqrt{1 - e^2} \quad \text{per } e=0 \quad h = m a^2$$

approx.

$$\boxed{\dot{L} = 0}$$

$$I_p \dot{\Omega} = -\frac{1}{2} \frac{m_p m_s}{(m_p + m_s)} m a \dot{a}$$

$$\frac{d}{dt} (a^2 m) = 2a \frac{da}{dt} m + a^2 \frac{dm}{dt}$$

$$\frac{dm}{da} \frac{da}{dt} = \frac{dm}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{m}{a} \frac{da}{dt} \Rightarrow \frac{d}{dt} (a^2 m) = \frac{1}{2} a m \dot{a}$$



5)

COMBINANDO 1) & 2)  $\Rightarrow$ 

$$\dot{E} = \Omega \left( -\frac{1}{2} \frac{m_p m_s}{(m_p + m_s)} m a \dot{a} \right) + \frac{1}{2} \frac{m_p m_s}{(m_p + m_s)} m^2 a \dot{a} =$$

$$= -\frac{1}{2} \left( \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} \right) m a \dot{a} (\Omega - n) < 0$$

SATELLITI IN ORBITE PROGRADE:

$$n < \Omega \rightarrow \dot{a} > 0$$

VANNO SU ORBITE  
PIÙ ESTERNE

$$n > \Omega \rightarrow \dot{a} < 0$$

(PHOBOS, SATELLITE DI MARTE)

VANNO SU ORBITE  
PIÙ INTERNE

$$n = \Omega$$

$$\dot{a} = 0$$

EQUILIBRIO  $\dot{E} = 0$ 

PLUTONE & CARONTE SONO SINCRONIZZATI. ( $T \approx 6.39$  giorni)  
(Quanto grande morsa  $\frac{M_c}{M_p} \approx 0.13$ )

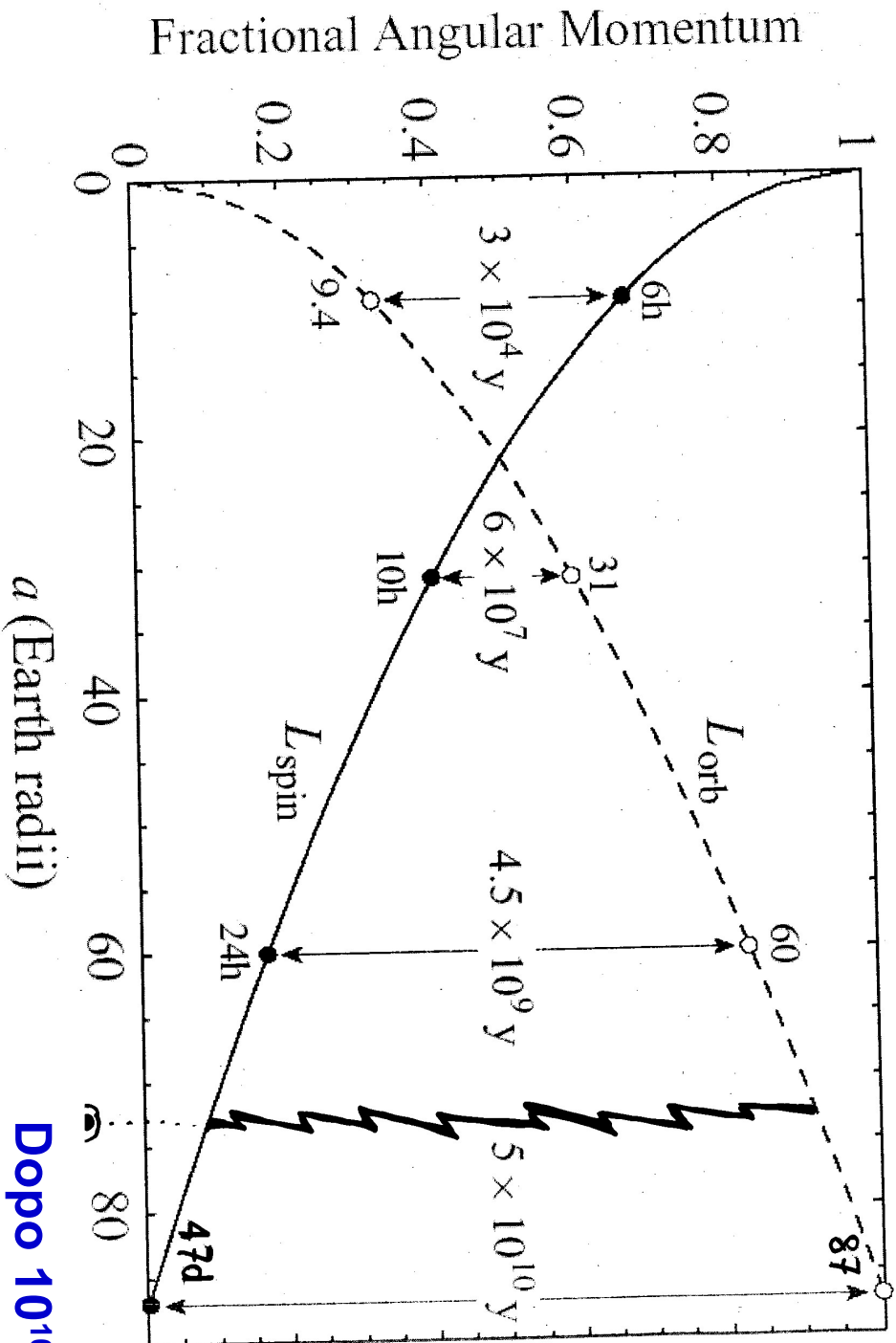
SATELLITI IN ORBITE RETROGRADE

$$n < 0 \quad \Omega - n > 0 \quad \dot{a} < 0$$

VANNO SEMPRE SU ORBITE PIÙ INTERNE

(TRITONE, SATELLITE DI NETTUNO)  $\rightarrow$ 

c)



$$\left\{ \begin{array}{l} L_{orb} \propto h \\ h = m a^2 \sqrt{a} \end{array} \right.$$

# EVOLUZIONE MAREALE DELLA LUNA

Dopo  $10^{10}$  anni, il sole 1) si espande fino ad includere la Terra 2) Perde metà della sua massa 3) si contrae e diventa nana bianca

$$\Gamma_G = \frac{1}{2} \left( \frac{m_p m_s}{m_p + m_s} \right) m a \dot{a}$$

Da LASER RANGING risulta che

$$\frac{da}{dt} \simeq 3.8 \text{ cm/y} \Rightarrow \Gamma$$

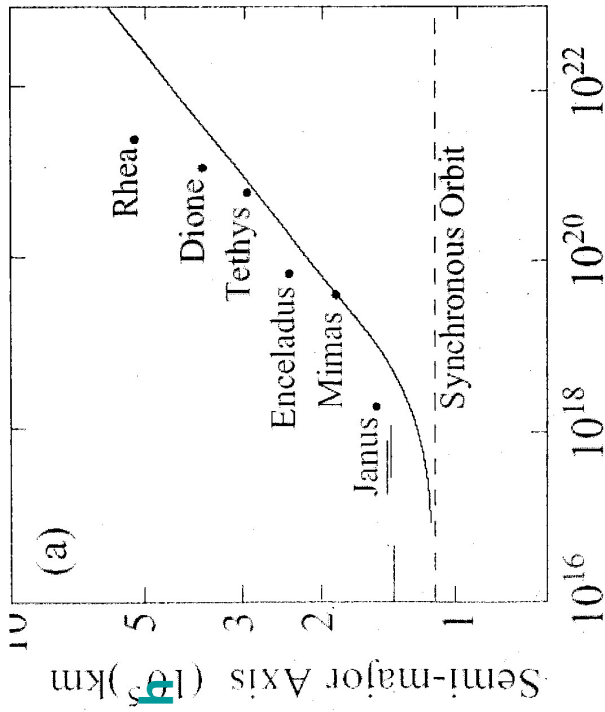
per conservazione del momento angolare

$$I \dot{\Omega} = -\frac{1}{2} \frac{m_p m_s}{(m_p + m_s)} m a \dot{a} = -\Gamma$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{\Gamma}{I_p} \simeq -6 \times 10^{-22} \text{ rad/s}^2$$

le giorno aumenta di 1h in circa 150 My

$T_{\text{rot}} = 10 \text{ h}$



Ogni satellite

‘vede’ la sua

marea (le altre

si mediano a 0

I più massivi

hanno maree

più forti

Possibile

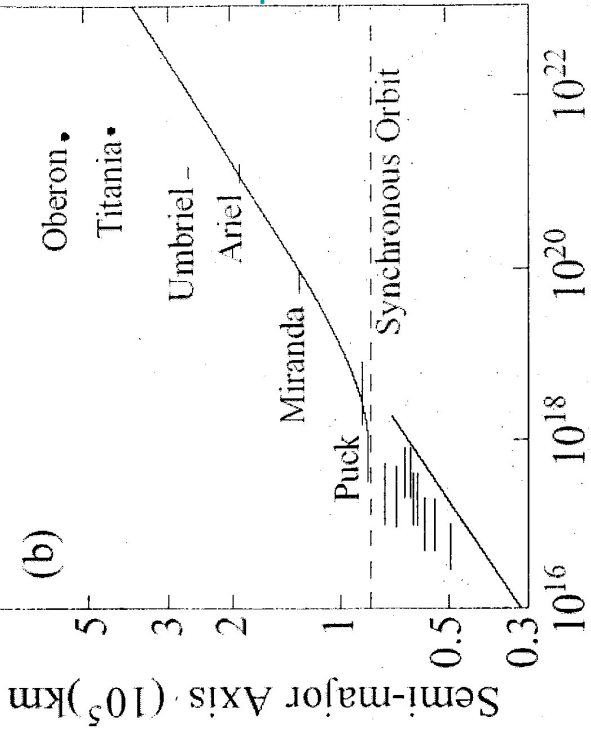
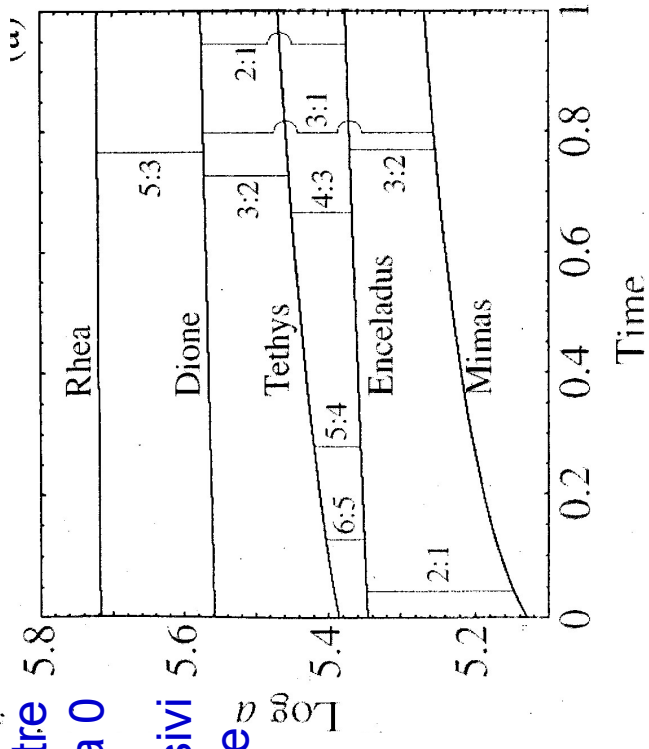
cattura in

risonanze

orbitali

Satellite Mass (kg)

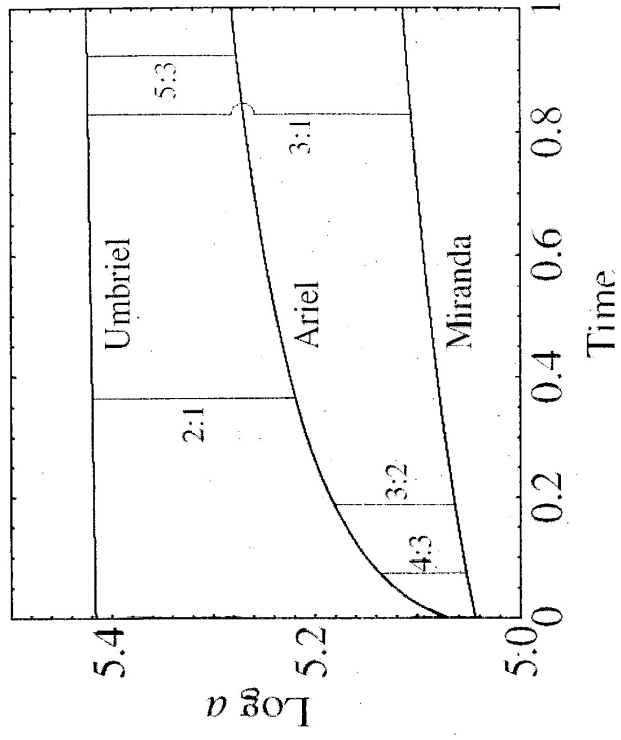
**Saturno**



Satellite Mass (kg)

**Urano**

(b)



$T_{\text{rot}} = -17 \text{ h}$

...ma i

satelliti

di Urano

sono

prograd