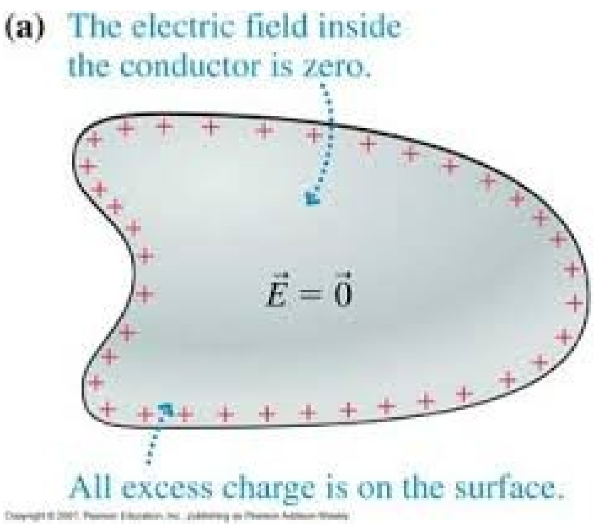
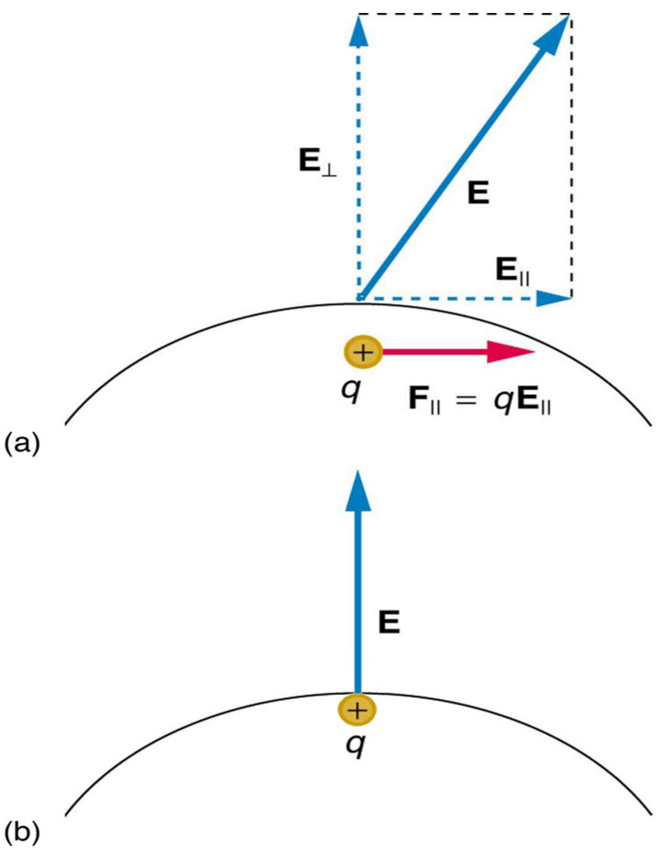
Campo elettrico nei conduttori carichi in equilibrio



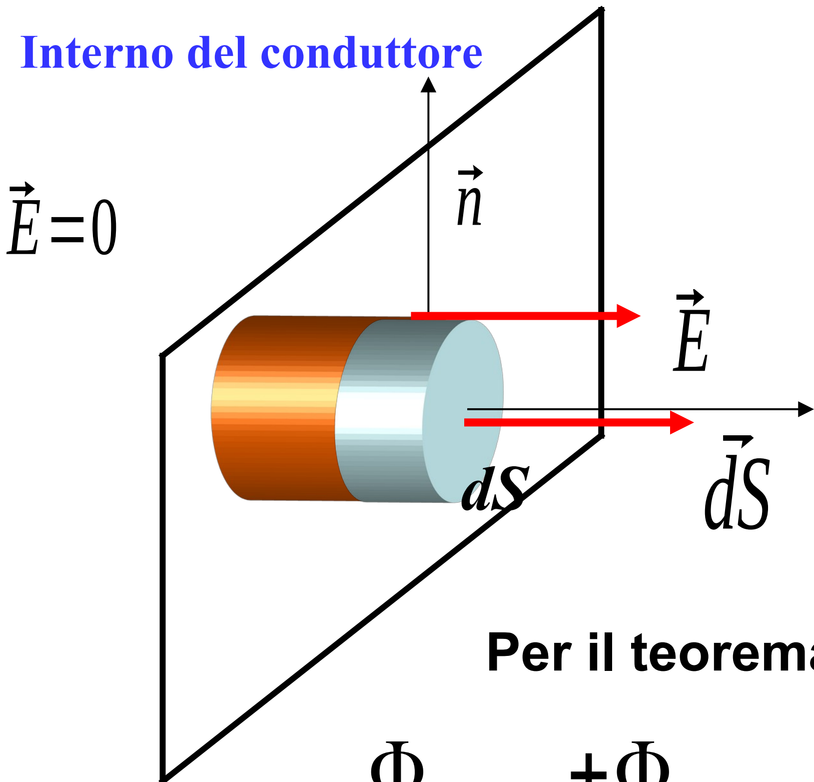
1) In un conduttore le cariche sono libere di muoversi quindi se E fosse diverso da 0 all'interno le cariche si muoverebbero violando l'equilibrio.



2) Il campo deve essere perpendicolare alla superficie altrimenti le cariche si ridistribuiscono sulla superficie.

3) La superficie è equipotenziale E dl = 0

Campo sulla superficie di un conduttore



Per il teorema di Gauss:

$$\Phi_{interno}+\Phi_{laterale}+\Phi_{superficie}=0$$

$$\Phi_{interno}=0 \quad E=0$$

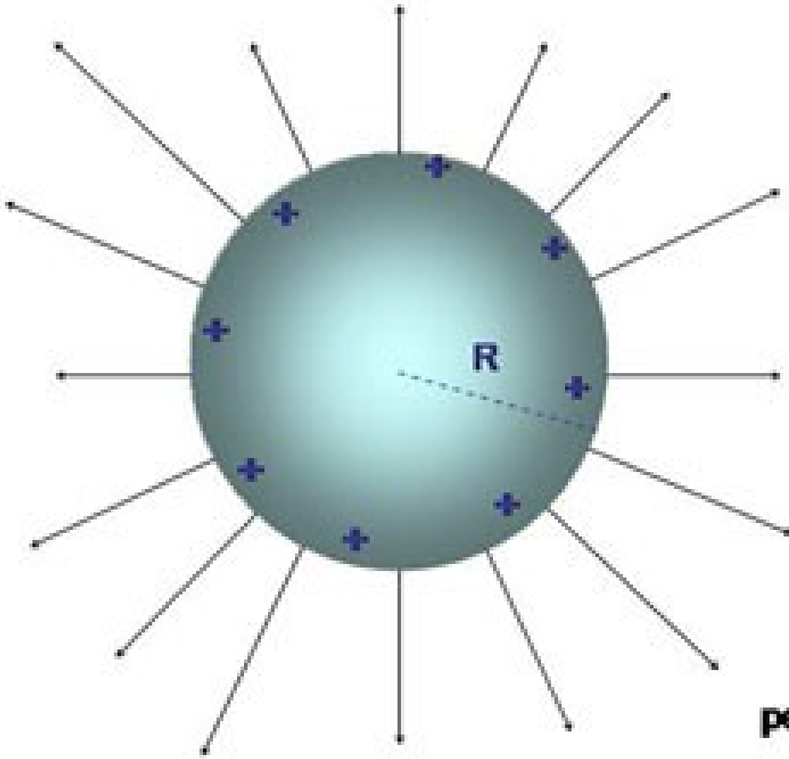
$$\Phi_{laterale}=0 \quad \vec{E}\perp\vec{S} \qquad \Phi=E\,dS=\frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_{superficie}=E\,dS$$

$$E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\sigma=q/ds \quad densit\grave{a} \quad superficiale$$

Sfera conduttrice carica



$$E = 0$$

all'interno della sfera

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$$

sulla superficie della sfera

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

per r > R (all'esterno della sfera)

Campo elettrico prodotto da una sfera conduttrice uniformemente carica all'equilibrio è equivalente a quello di una carica puntiforme.

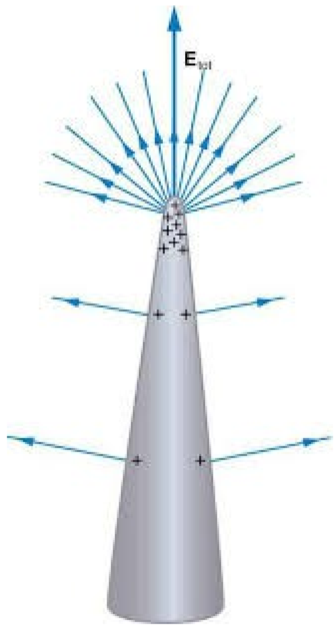
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

.

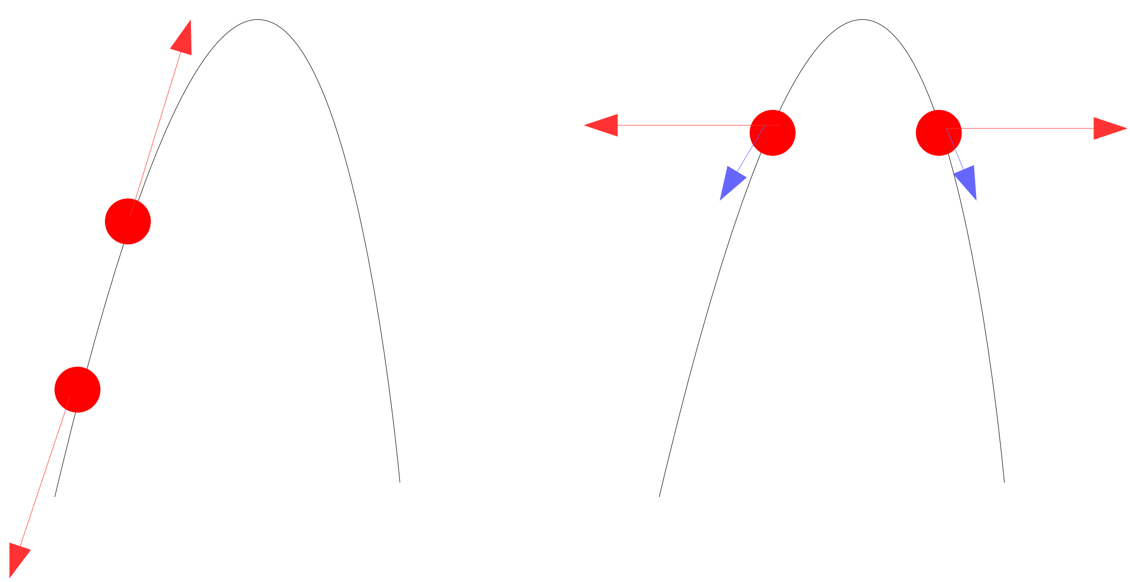
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi r^2}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

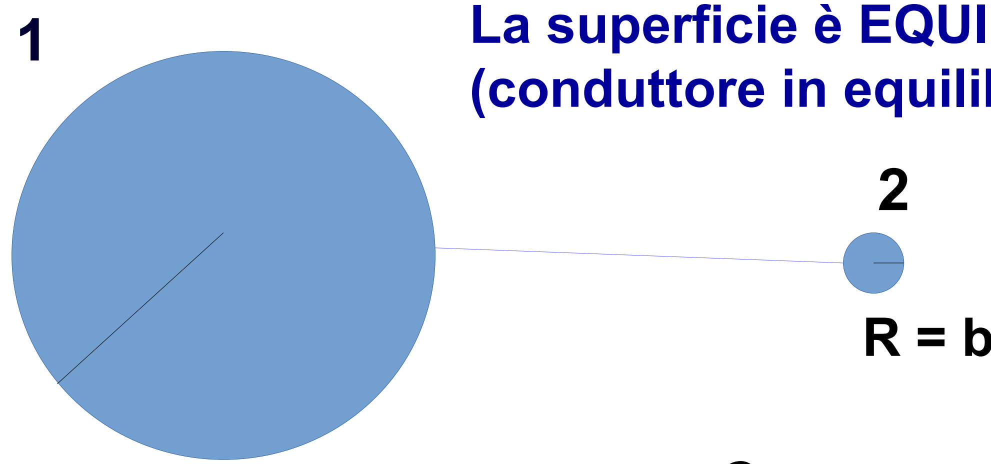
Campo Elettrico sulla superficie.

Perchè il campo è più intenso in prossimità di zone con piccola curvatura (punta)?



La mutua forza repulsiva è più piccola perché la componente tangente alla superficie è più piccola.





La superficie è EQUIPOTENZIALE (conduttore in equilibrio)

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{a} \qquad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{b}$$

$$quindi \;\; V_1 = V_2 \;\; perchè \;\; conduttore \;\; unico$$

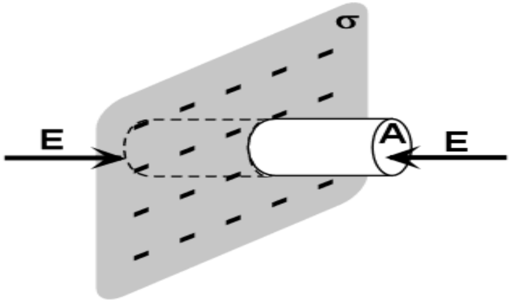
$$\frac{Q_1}{a} = \frac{Q_2}{b} \qquad Per \;\; il \;\; campo \;\; E_1 \;\; e \;\; E_2: \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{\sigma_1}{\epsilon_0}}{\frac{\sigma_2}{\epsilon_0}}$$

$$ma \;\; ciascuna \;\; densità \;\; è: \quad \sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi a^2} \quad \sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi b^2}$$

$$Quindi \quad \boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{Q_1}{a^2}\frac{b^2}{Q_2} = \frac{b}{a}}$$

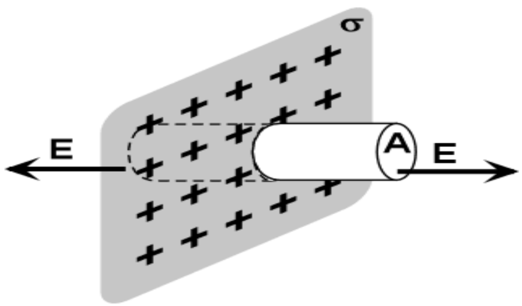
Il campo è più intenso dove la curvatura è più piccola

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{b}{a}\sigma_2}$$

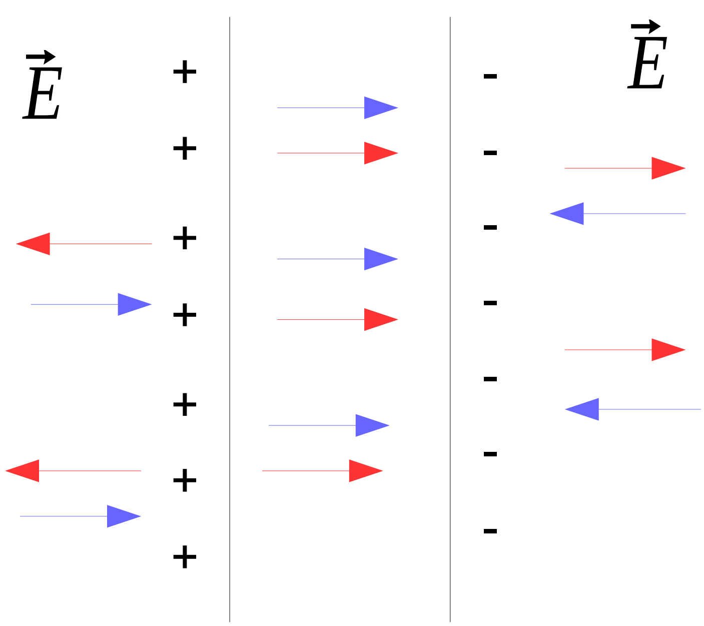


Distribuzione di cariche piana

$$E=\frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}$$



Calcolo del campo tra due armature

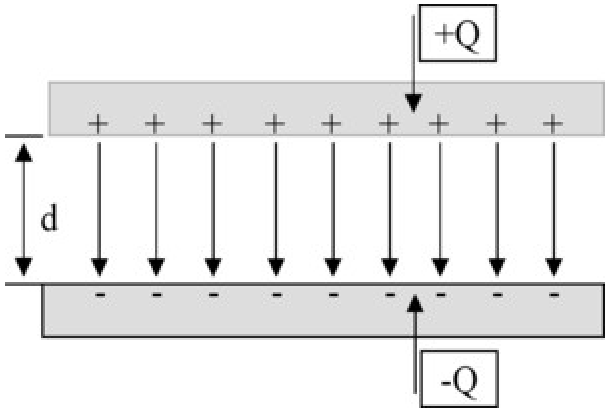


$$E_{outside}=0$$

$$E_{inside}=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Densità di carica uguale ma di segno opposto

CONDENSATORE



$$E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$V=E\,d$$

$$Q=\sigma\,A=E\,\epsilon_0\,A=\frac{V\,\epsilon_0\,A}{d}=C\,V$$

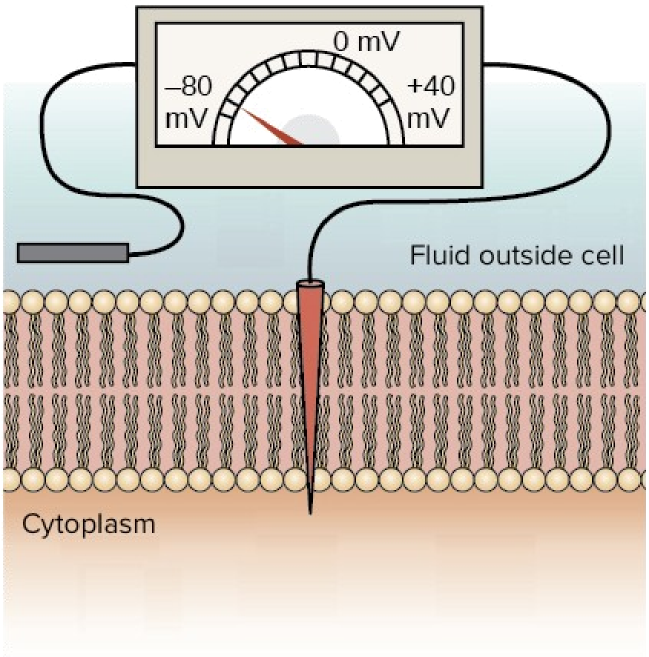
$$\boxed{C=\frac{Q}{V}=\frac{\epsilon_0\,A}{d}}$$

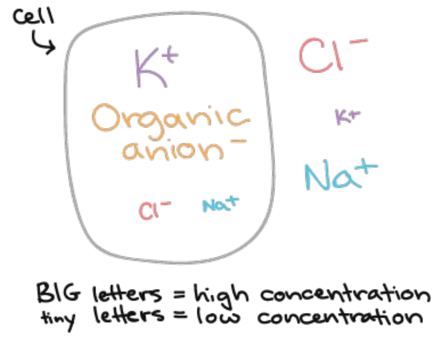
C: capacità

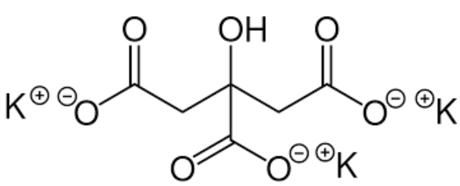
$$1\,\mathrm{F}=\frac{1\,\mathrm{C}}{1\,\mathrm{V}}$$

Unità di misura: Farad (F)

Potenziale di membrana







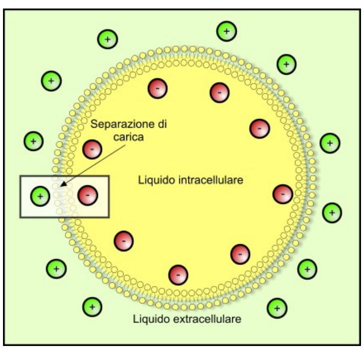
Anione: citrato di potassio.

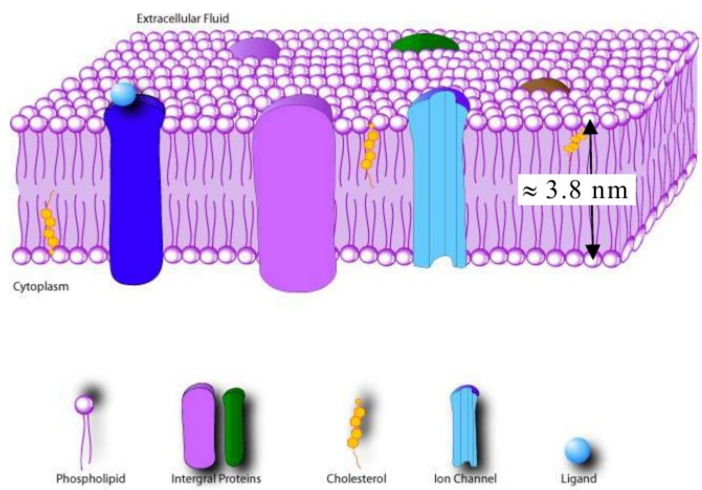
Attraverso il canale potassio gli ioni K^+ fuoriescono dalla cellula lasciando anioni organici negativi all'interno. Il sodio Na^+ invece tende ad entrare ma non c'e' un bilanciamento completo. Si crea una densità di carica superficiale ai lati della membrana che genera un potenziale elettrostatico.

Forze che agiscono sugli ioni: 1) Forza chimica dovuta a gradienti di concentrazione 2) Forza elettrica generata da gradiente elettrico. Spostamento di cariche e generazione dV

Cell types	Resting potential
Skeletal muscle cells	-95 mV[4]
Astroglia	-80 to -90 mV
Neurons	-60 to -70 mV[5]
Smooth muscle cells	-60 mV
Aorta Smooth muscle tissue	-45mV[5]
Photoreceptor cells	-40 mV
Hair cell (Cochlea)	-15 to -40mV[6]
Erythrocytes	-8.4 mV[7]
Chondrocytes	-8mV[5]

Se conosco la differenza di potenziale e lo spessore della membrana posso calcolare la carica presente ai bordi delle membrana idealizzandola come un condensatore. Tuttavia, la membrana non è neutra e in risposta al campo esterno si polarizza. Quindi non posso pensarlo come un condensatore nel vuoto e devo sostituire alla costante dielettrica del vuoto ε_0 una costante che tenga conto della polarizzazione che costringe ad aumentare la carica ai bordi per avere lo stesso campo e differenza di potenziale.





$$c = \frac{C}{Area} = \frac{\epsilon_0 \, \epsilon_r}{d} \sim 20^{-2} \quad F/m^2$$

c è la capacità specifica che moltiplicata per l'area mi dà la capacità locale.

Lo spessore della membrana è di circa 3.8 nm e quindi la costante dielettrica relativa (che va moltiplicata per quella del vuoto) è:

$$\epsilon_r = \frac{c\,d}{\epsilon_0} = \frac{10^{-2} \cdot 3.8 \times 10^{-9}}{8.85 \times 10^{-12}} \sim 4.3$$

In molte cellule la differenza di potenziale tra l'interno della cellula (citoplasma) e l'esterno (fluido extracellulare) è di circa 70 mV ($V_{in} - V_{out}$ = - 70 mV, il potenziale maggiore si ha all'esterno dove ci sono gli ioni K^+). Il campo elettrico all'interno della membrana è quindi:

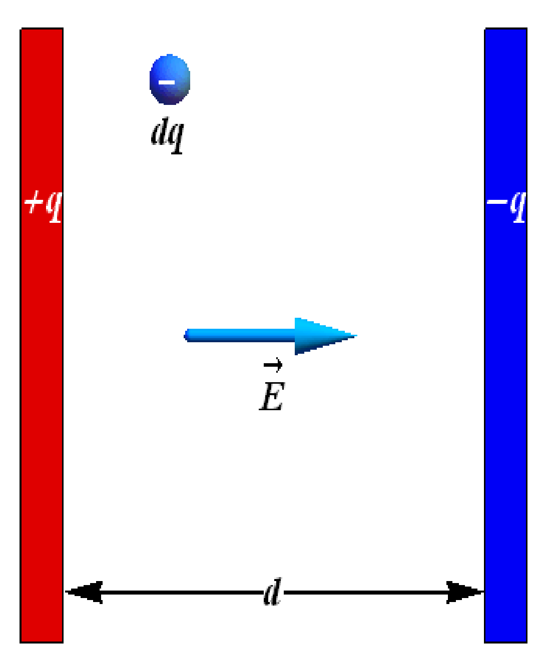
$$E = \frac{V_{out} - V_{\text{in}}}{d} \sim \frac{70 \times 10^{-3}}{3.8 \times 10^{-9}} \sim 18.4 \times 10^{6}\, V/m$$

E' un campo elettrico molto intenso!

$$Q = C\,V \quad \Rightarrow \quad \sigma = c\,V = 7 \cdot 10^{-4}\, C/m^2$$

Energia elettrostatica

Immaginiamo di caricare un condensatore con dQ. Il lavoro fatto per portare la carica da un piatto all'altro (contro il campo) è:



$$dU = F \cdot d = dQ \cdot E \cdot d = V \cdot dQ$$

$$dU = dQ\, V = \frac{Q}{C} dQ$$

$$U = \int dU = \int \frac{Q}{C} dQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

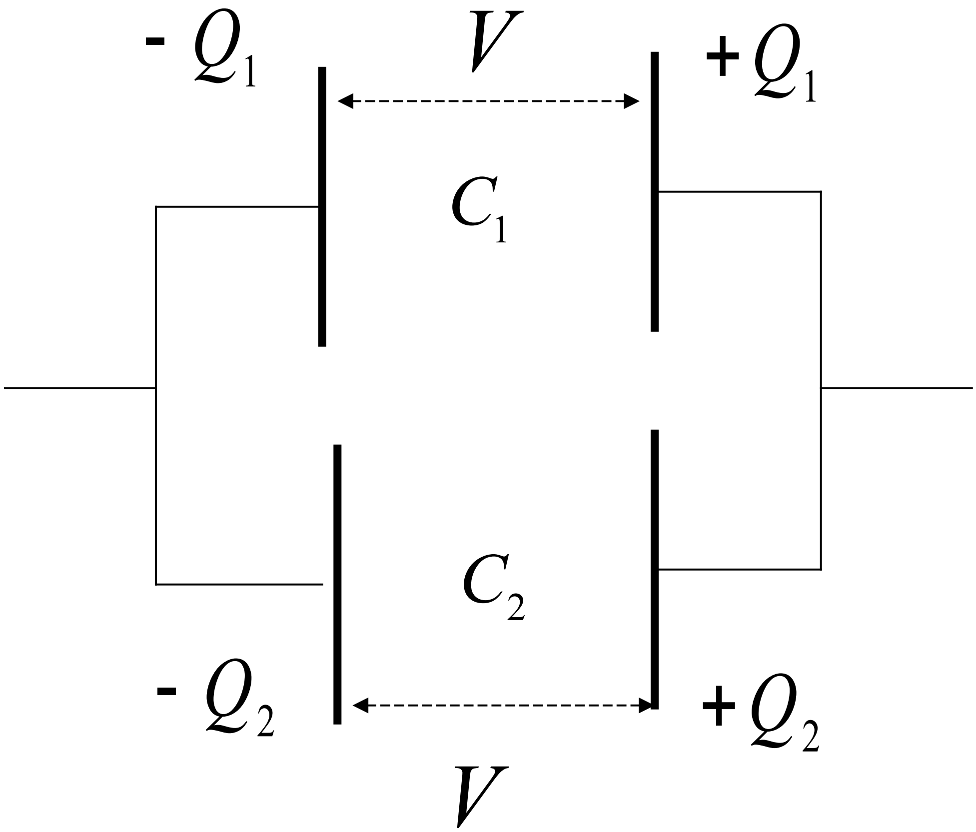
$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 A d = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \cdot Vol$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2}$$

Densità di energia del campo elettrico

Condensatori in parallelo



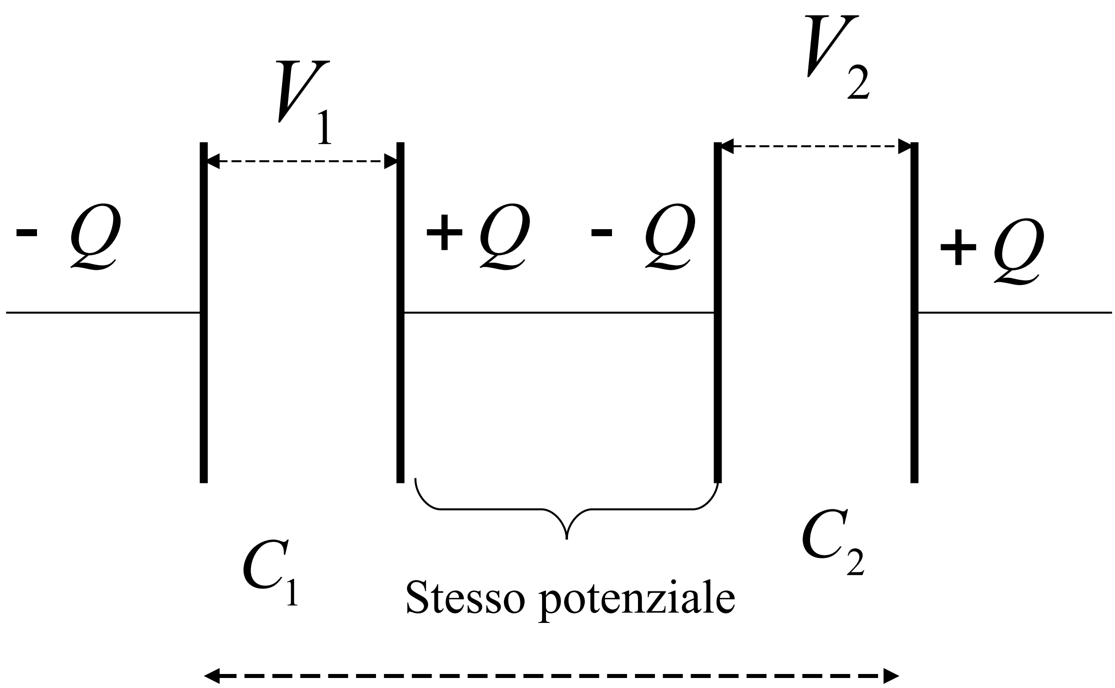
$$Q_1 = C_1 V \quad Q_2 = C_2 V$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V = C_{eq} V$$

Il sistema è equivalente a un singolo condensatore con capacità

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Condensatori in serie

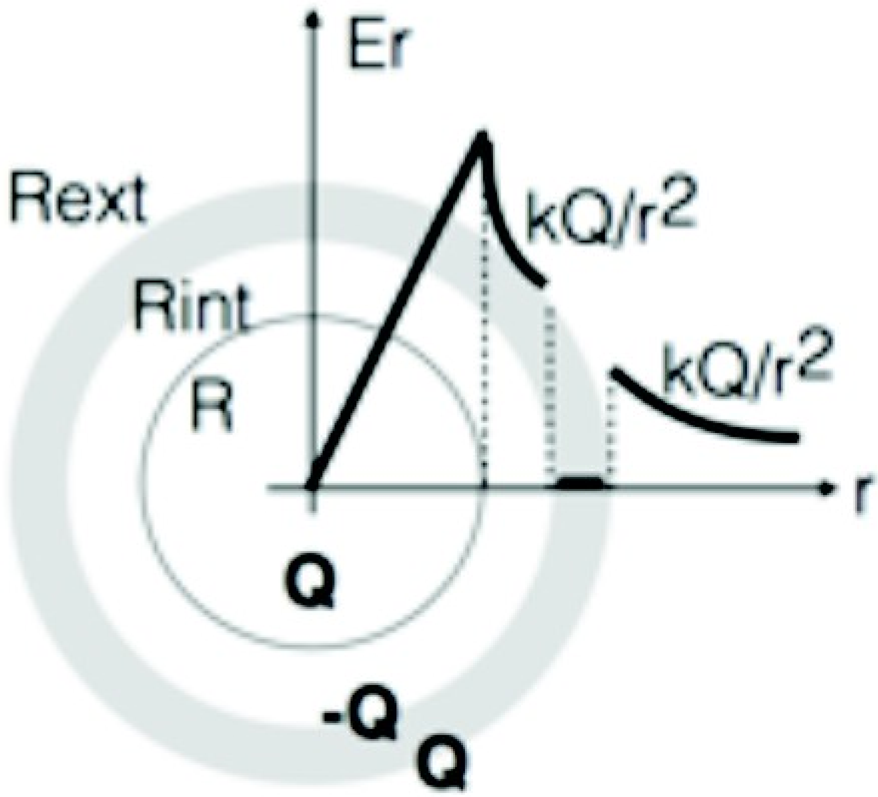


$$V = V_1 + V_2$$

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)Q$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Una sfera di raggio ***R*=1cm** e carica ***Qsfera*=4.2·10^{-6}C** è circondata da un guscio conduttore scarico concentrico di raggio interno ***Rint*=1.2cm** e raggio esterno di ***Rext*=1.5cm**.
a)Determinare l'andamento del campo elettrico in funzione della distanza dal centro della sfera.

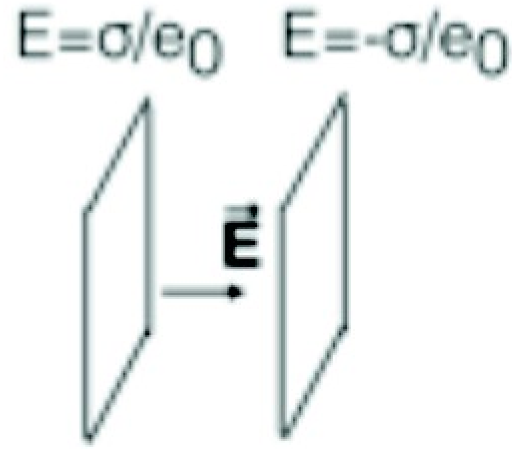


Teorema di Gauss sulla sfera interna:

$$E=\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}=4/3\pi r^3\frac{\rho}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\propto Konst\, r$$

Nel conduttore E=0 perché si creano cariche indotte, fuori dal guscio di nuovo campo elettrico della sfera carica.

Determinare il campo elettrico generato da un condensatore piano infinito nel vuoto con le due armature distanti ***d*** e con densità superficiale di carica pari a $\boldsymbol{\sigma}$**=4.2·10⁻⁶C/cm2** e $\boldsymbol{\sigma}$**=-4.2·10⁻⁶C/cm2** .



$$E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}=4.2\,10^{-2}C\cdot m^2/8.8\,10^{-8}N^{-1}\cdot m^{-2}\cdot C^2$$

$$E=0.48\,N/C$$

Calcolare la forza elettrica prodotta da un filo uniformemente carico con densità di carica lineare pari a λ = 1.2 10^{-8} C/m su una carica Q=3.2 10^{-6} C posta ad una distanza r = 0.05 m.

Th. di Gauss per il filo carico. Si applica su un cilindro con altezza a piacere h e raggio r

$$E\cdot 2\pi r\cdot h=\frac{Q}{\epsilon_0}=\lambda\frac{h}{\epsilon_0}$$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}=4.3\,10^3\ \ N/C$$

$$F=Q\cdot E=0.014\ \ N$$

Una carica $q=1\times10^{-8}$ C viene posta ad una distanza d=0.1 m dal centro di una lastra conduttrice piana quadrata di area 100 m^2 . Sulla lastra viene posta uniformemente una carica $Q=1\times10^{-3}$ C . Quanto vale il modulo della forza elettrica sulla carica q? ($\epsilon_0=8.854\times10^{-12}$ C^2 /(N $m^{2)}$)

$$E=\frac{\sigma}{\epsilon_0}=\frac{Q}{(2As)}\frac{1}{\epsilon_0}=5.6\times10^5\ N/C$$

$$F=q\cdot E=5.6\times10^{-3}\ N$$