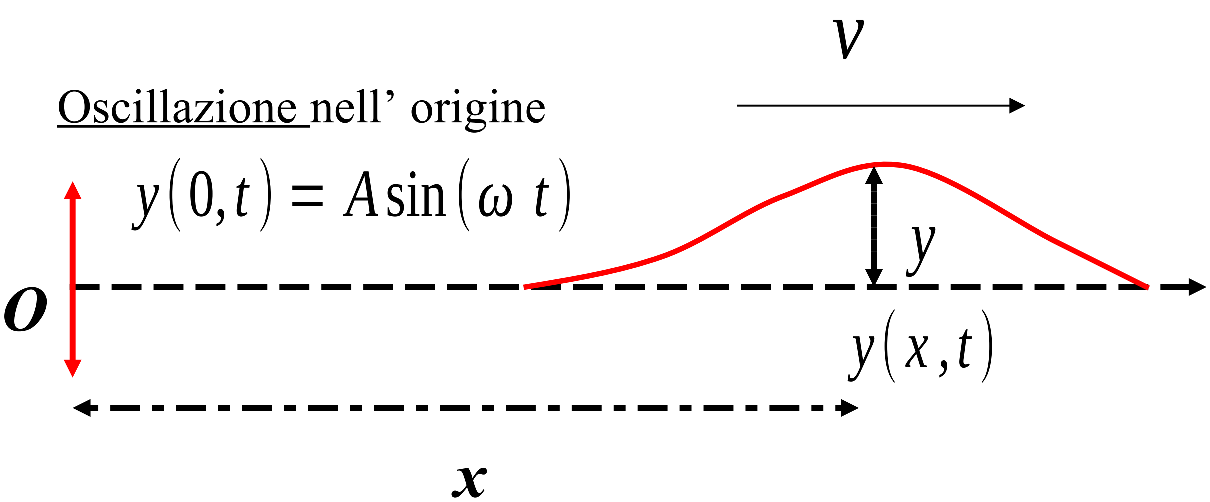
ONDE

Nei sistemi elastici continui (gas, liquidi, solidi) possono propagarsi stati di moto ondulatorio che hanno una velocità ben definita e trasportano energia.



Un punto a x metri dall' origine O all' istante t subisce lo spostamento $y(x,t)$ dalla posizione di riposo che aveva l' origine O Δt secondi prima, dove

$$\Delta t = \frac{x}{v}$$

Lo spostamento trasversale $y(x,t)$ del punto a distanza x dall' origine all' istante t si scriverà pertanto

$$y(x,t)=A\sin\left(\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right)=$$
$$A\sin\left(\omega t-\frac{\omega}{v}x\right)$$

Definiamo

$$\boxed{\frac{\omega}{v}\equiv k}$$

Numero d' onda

ottenendo

$$y(x,t)=A\sin(\omega t-kx)$$

oppure

$$y(x,t)=A\sin(kx+\omega t)$$

Equazione delle onde sinusoidali

$$y(x,t)=A\sin(kx-\omega t)$$

Lo stesso valore di y si ha per x,t che soddisfano alla relazione

$$kx-\omega\ t=\text{costante}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}=v=\frac{\omega}{k}$$

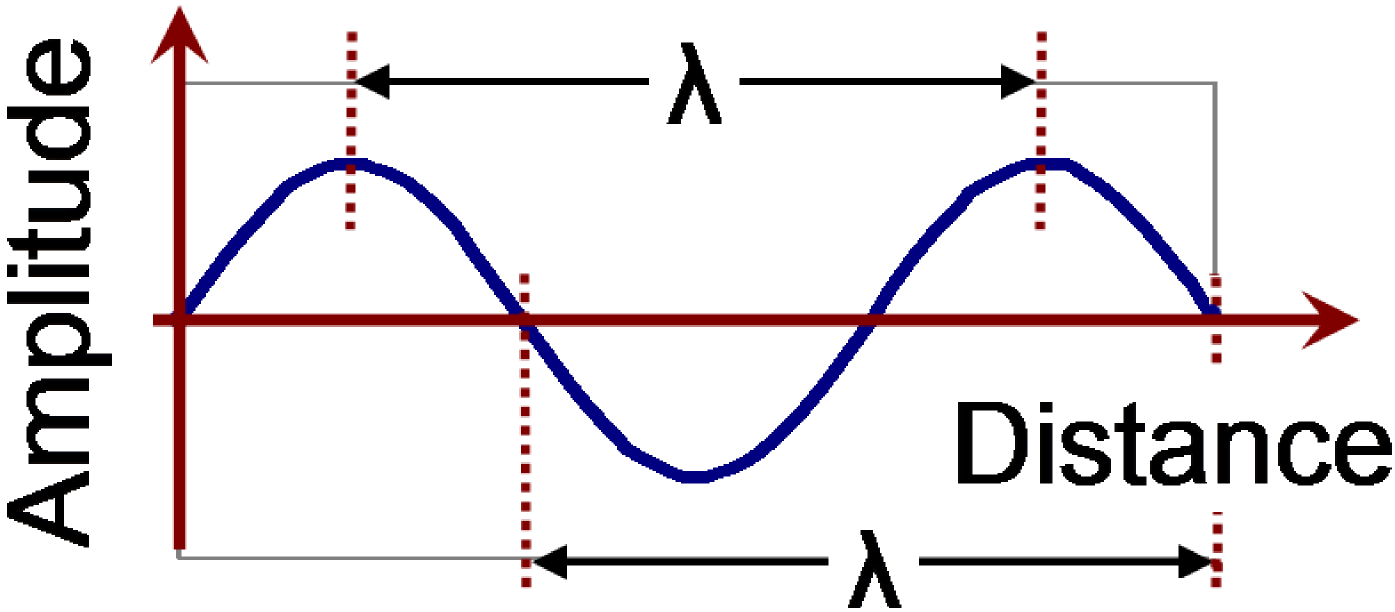
coerente con la precedente posizione $\frac{\omega}{v}\equiv k$

Analogamente per onda che si propaga verso sinistra

$$y(x,t)=A\sin(kx+\omega t)$$

otteniamo per la velocità

$$v=\frac{dx}{dt}=-\frac{\omega}{k}$$



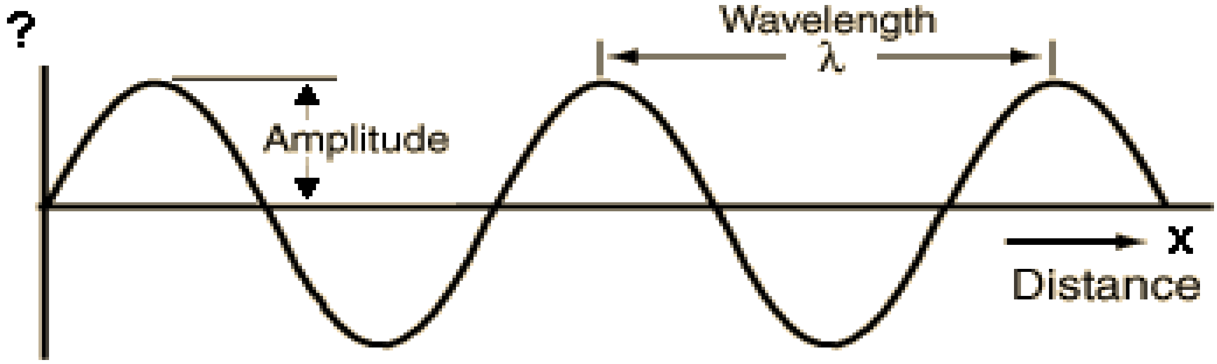
Congeliamo il tempo t=0

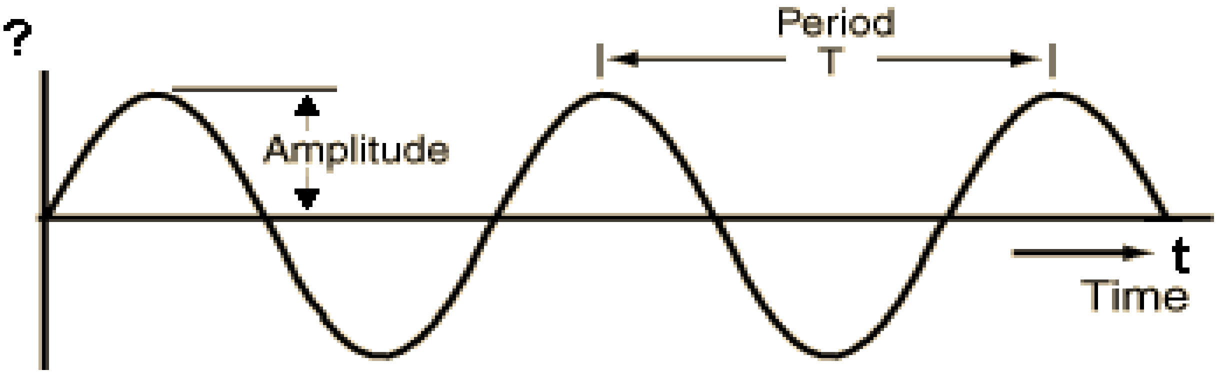
$$y(x,t)=A\sin(kx)$$

$$k\lambda=2\pi$$

Lunghezza d'onda

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}$$





Congeliamo la posizione x = 0

$$y(x,t) = A\sin(\omega t)$$

$$\omega T = 2\pi$$

Periodo T, frequenza f (si misura in Hertz)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$v = \lambda f$$

Due grafici apparentemente identici ma dal significato molto diverso

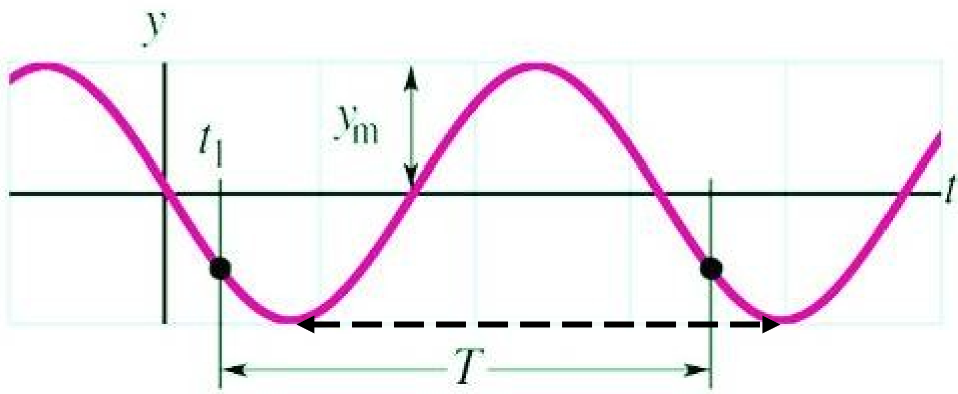


Grafico dello spostamento di un dato punto della corda in funzione del tempo

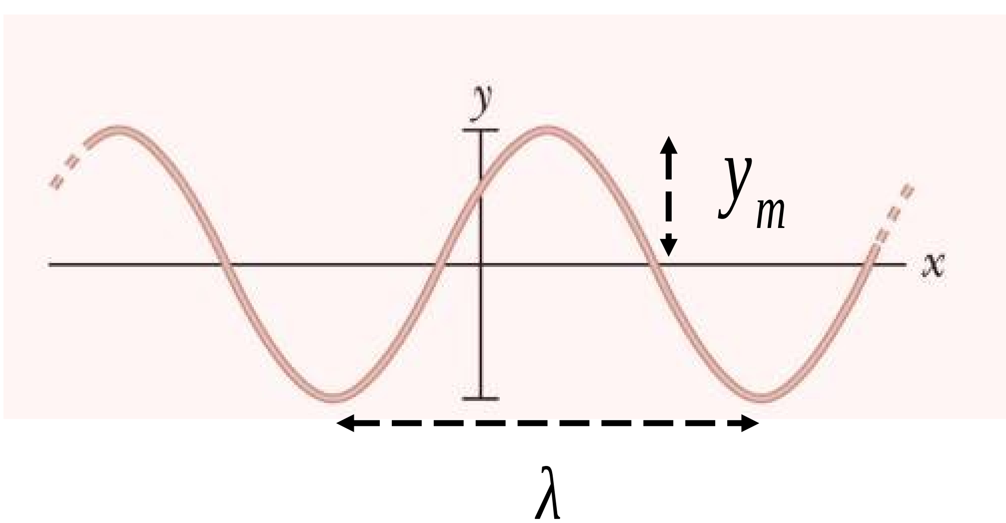
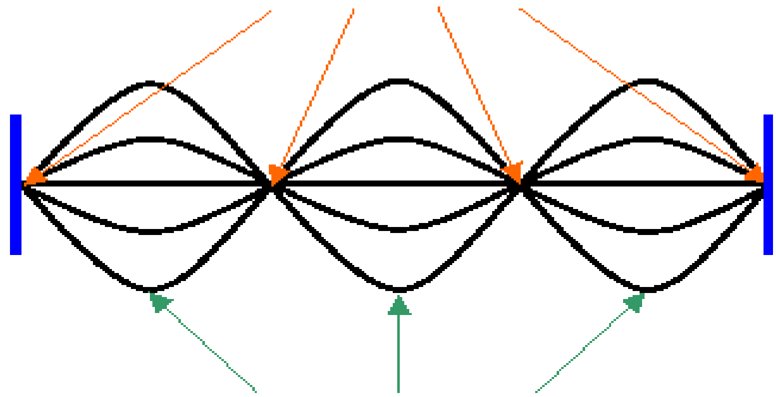


Grafico dello spostamento di tutti i punti della corda ad un dato ist

Onda stazionaria



Si sommano le due onde (coseno identico a seno, se si usa coseno bisogna aggiungere π/2 per avere 0 ampiezza ai bordi.):

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$
$$y(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$$

prostaferesi

$$\sin(a) + \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$y(x,t) = 2A\sin\left(\frac{kx - \omega t + kx + \omega t}{2}\right)$$

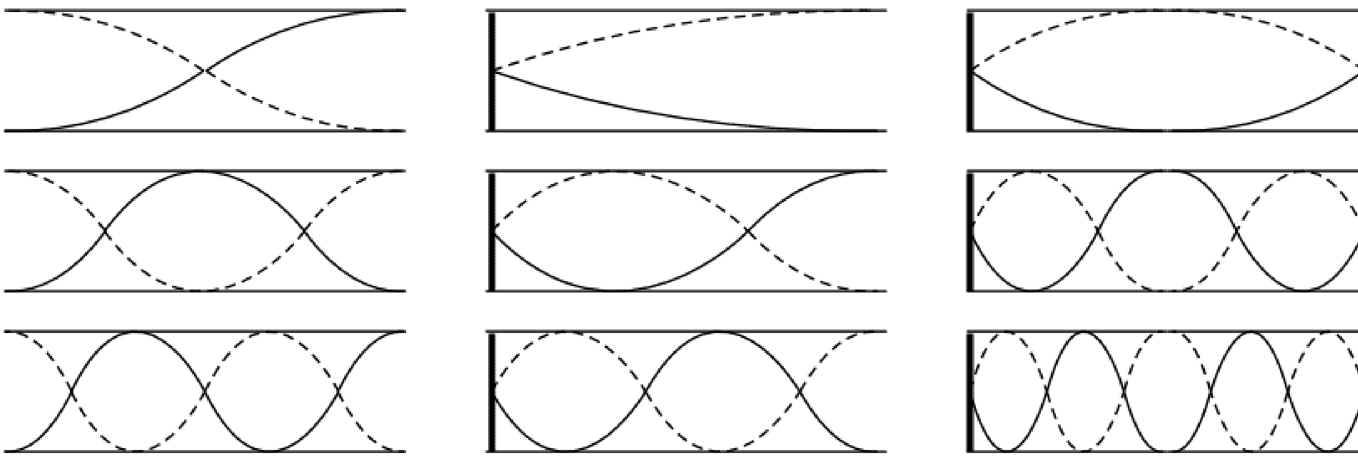
$$\cos\left(\frac{kx - \omega t - kx - \omega t}{2}\right) =$$

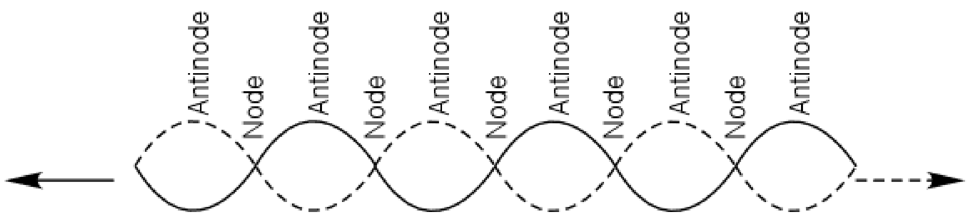
$$2A\sin(kx)\cos(-\omega t) = \boxed{2A\sin(kx)\cos(\omega t)}$$

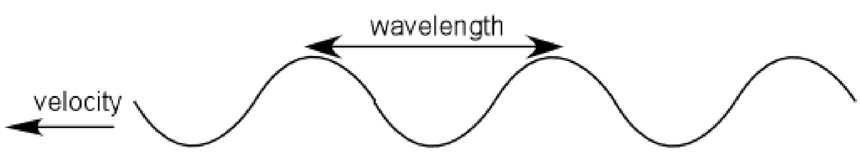
I NODI sono dove y(x,t) = 0

$$kx = n\pi$$

$$\boxed{x = \frac{n\lambda}{2}}$$

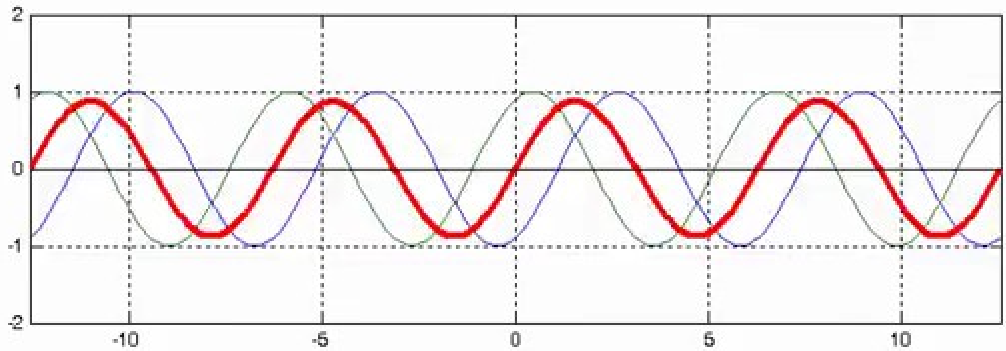



Antinode
Node
Antinode
Node
Antinode
Node
Antinode
Node
Antinode
Node
Antinode


wavelength
velocity

Standing wave

Two waves with the same frequency, wavelength and amplitude traveling in opposite directions will interfere and produce a standing wave or stationary wave



y1=Asin(kx-wt)
wave moving to the right

y2=Asin(kx+wt)
wave moving to the left

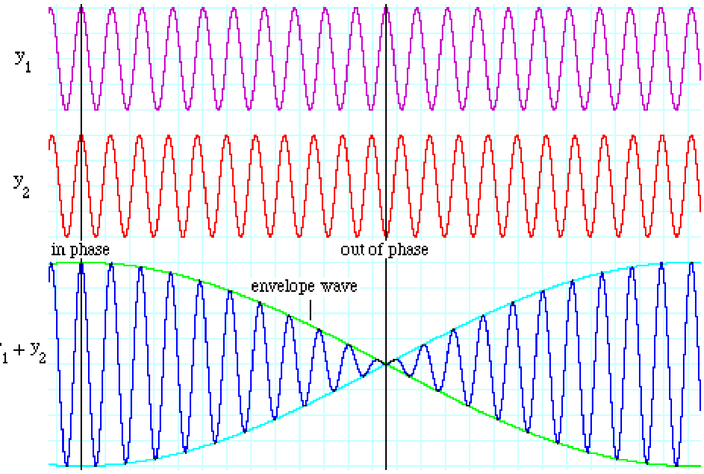
y1+y2
Standing wave

For presentation: A=1, k=1, t=1/5 (to slow down speed for better viewing)

Standing waves and tank seiche

USNA 120ft tow tank

Battimenti



$$y_1(x,t) = A\cos(k_1 x - \omega_1 t)$$
$$y_2(x,t) = A\cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{(k_1 - k_2)}{2}x - \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t\right)$$
$$\cos\left(\frac{(k_1 + k_2)}{2}x - \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}t\right)$$

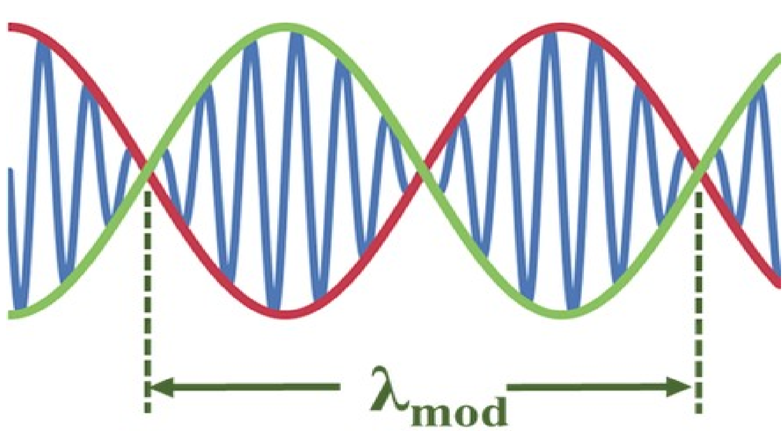
$$y(x,t) = 2A\cos(k_a x - \omega_a t)\cos(k_b x - \omega_b t)$$

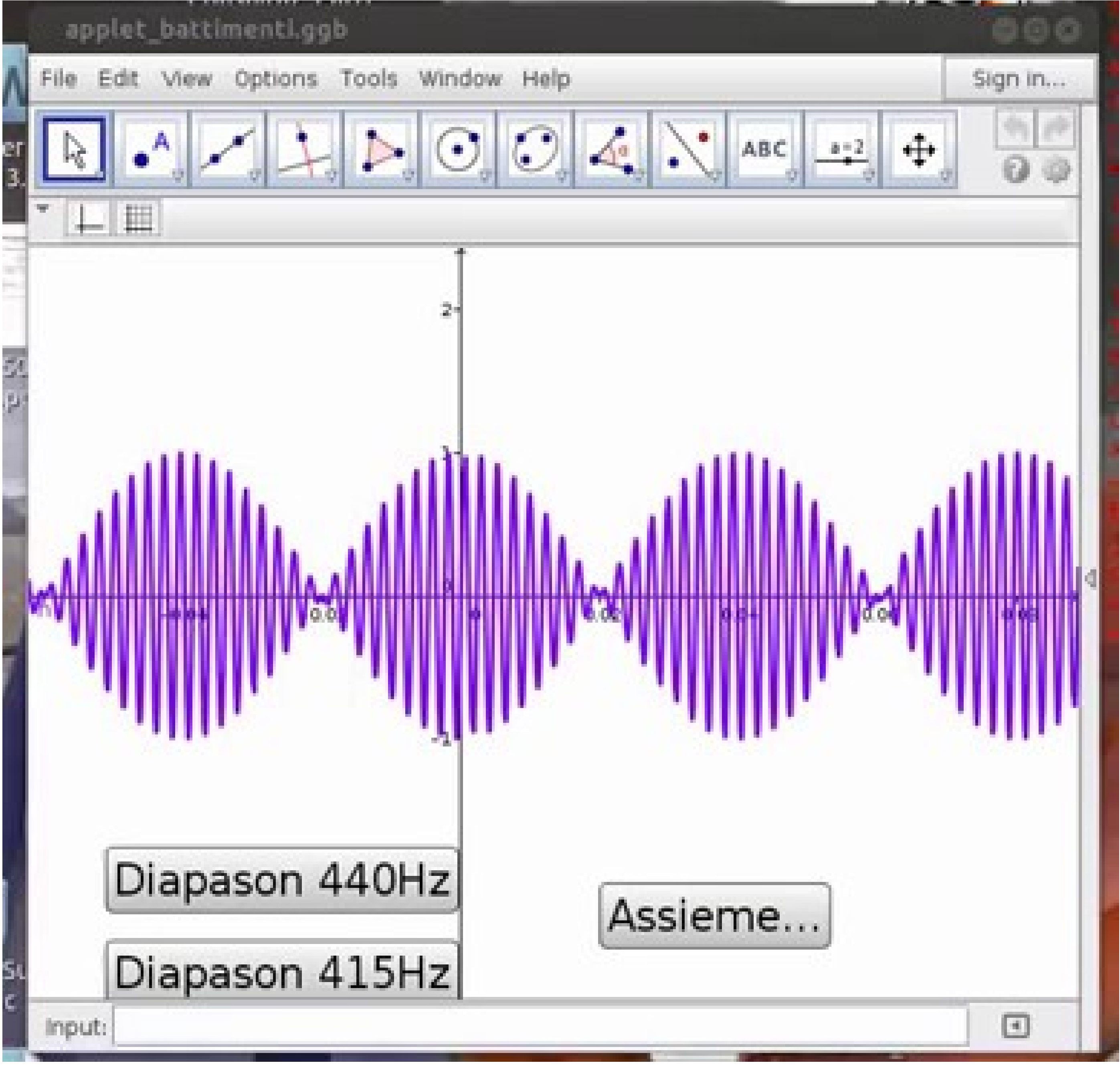
$$k_a = \frac{k_1 - k_2}{2} \qquad \omega_a = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

modulante

$$k_b = \frac{k_1 + k_2}{2} \qquad \omega_b = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

portante




applet_battimenti.ggb
File Edit View Options Tools Window Help
Sign in...
ABC
Diapason 440Hz
Diapason 415Hz
Assieme...
Input:

Velocità del suono

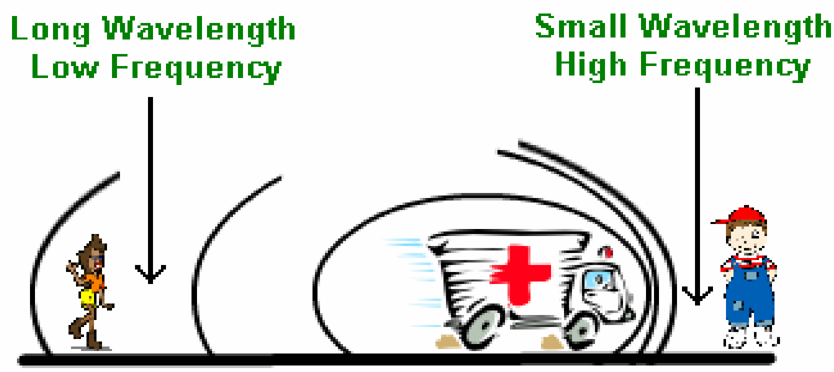
$$c_s = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}} \quad \Rightarrow \quad M \;\; Mean \;\; molecular \;\; weight$$

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \Rightarrow \quad E \;\; Modulo \;\; di \;\; Young$$

Peso molecolare medio dell’aria 28.96 g/mol, γ = 1.4, velocità del suono nell’aria è circa 330/340 m/s,

Material	Sound Velocity Inch/µSecond	Metres/second
Air	0.013	330
Aluminium	0.250	6300
Alumina Oxide	0.390	9900
Beryllium	0.510	12900
Boron Carbide	0.430	11000
Brass	0.170	4300
Cadmium	0.110	2800
Copper	0.180	4700
Glass(crown)	0.210	5300
Glycerine	0.075	1900
Gold	0.130	3200
Ice	0.160	4000
Inconel	0.220	5700
Iron	0.230	5900
Iron (cast)	0.180	4600
Lead	0.085	2200
Magnesium	0.230	5800

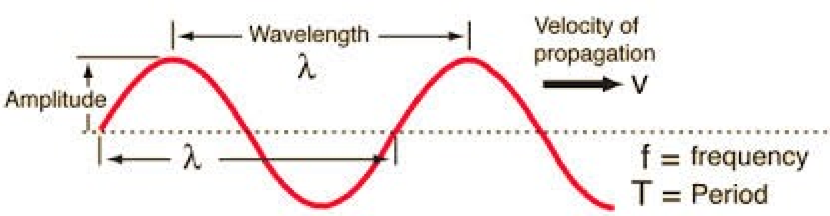
Effetto Doppler



The Doppler Effect for a Moving Sound Source

$$y(x,t)=A\sin(K_0 x-\omega_0 t)$$

La sorgente si muove verso l'osservatore con velocità v_s La distanza tra due fronti d'onda (visti dall'osservatore) è:



$$\lambda=\lambda_0-v_s T_0 \qquad T_0=\frac{1}{f_0}=\frac{\lambda_0}{v_0}\Rightarrow$$

$$\lambda=\lambda_0\left(1-\frac{v_s}{v_0}\right)$$

Si riduce la lunghezza d'onda

Se si passa alle frequenze (determinano la vibrazione dell'orecchio), allora:

$$\lambda_0 = \frac{v_0}{f_0} \quad \lambda = \frac{v_0}{f}$$

La velocità di propagazione è la stessa perché avviene nell'aria, quindi la frequenza udita dall'osservatore risulta:

$$\frac{v_0}{f} = \frac{v_0}{f_0} - v_s \frac{v_0}{f_0 v_0}$$

$$f = f_0 \left(\frac{v_0}{v_0 - v_s} \right)$$

La frequenza aumenta $f > f_0$

Se è l’osservatore che si sposta, allora cambia la velocità dell’onda che diventa: $v' = v_0 + v_s$

Ma l’onda non cambia lunghezza d’onda perché è inalterata. Quindi la frequenza diventa:

$$f' = \frac{v_0 + v_s}{\lambda} = f \frac{v_0 + v_s}{v_0}$$

Un’auto della polizia si muove verso di voi a una velocità di 25 m/s. Emette da ferma un suono con frequenza predominante pari a 1600 Hz. Che frequenza percepite? E se si allontana?

$$f' = \frac{f}{\left(1 - \frac{v_s}{v_0}\right)} = \frac{1600}{\left(1 - \frac{25}{340}\right)} = 1730\ Hz$$

Se si allontana:

$$f' = \frac{f}{\left(1 + \frac{v_s}{v_0}\right)} = \frac{1600}{\left(1 + \frac{25}{340}\right)} = 1490\ Hz$$

Una sorgente fissa emette un suono a 5000 Hz. L'onda si riflette su un oggetto che si muove con una velocità pari a 3.5 m/s verso la sorgente. Quale sarà la frequenza dell'onda rilfessa misurata da un microfono posto vicino alla sorgente?

Inizialmente l'oggetto si comporta come osservatore in movimento che vede un'onda con frequenza

$$f' = \left(1 + \frac{v_s}{v_0}\right) f = 5000\left(1 + \frac{3.5}{340}\right) = 5051 \; Hz$$

Poi lui emette un'onda a sua volta (onda riflessa) e quindi si applica l'altra formula per l'effetto Doppler con sorgente in movimento:

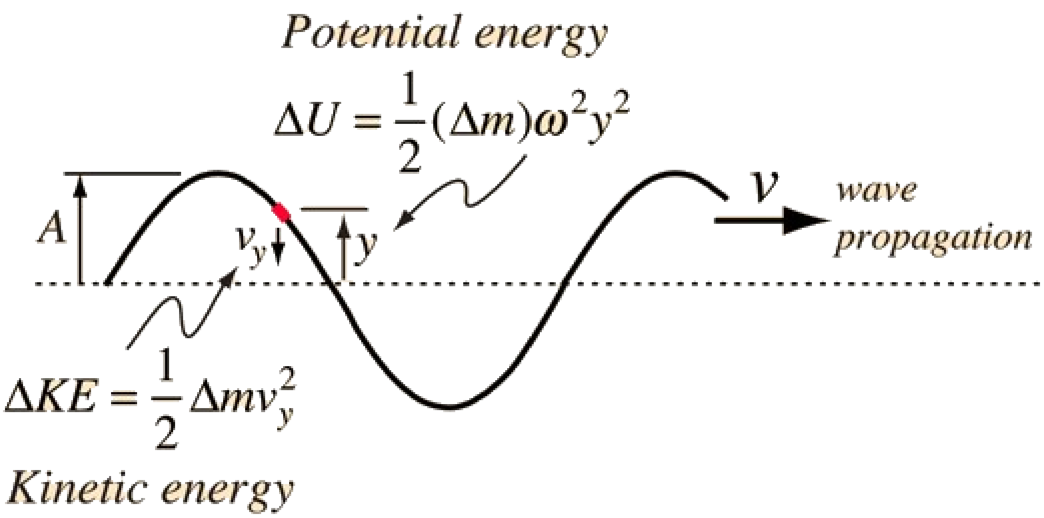
$$f' = \frac{f}{\left(1 - \frac{v_s}{v_0}\right)} = \frac{5051}{\left(1 - \frac{3.5}{340}\right)} = 5103 \, Hz$$

Trucco usato dai pipistrelli per scoprire il moto degli oggetti che li circondano. Anche per misurare la velocità dei servizi a tennis….

Onde trasportano energia

Energia nell'oscillatore armonico $$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

Immaginiamo una corda che oscilla come un insieme di oscillatori armonici con massa **m=ρ dl**



$$E = \frac{1}{2} \rho \, dl \, \omega^2 A^2$$

La densità di energia lungo la corda diventa

$$dE = \frac{1}{2} \rho \, \omega^2 A^2$$

E si sposta con la velocità v dell'onda. Il **flusso di energia** è quindi:

$$\boxed{W = dE \, v = \frac{1}{2} \rho \, \omega^2 A^2 v}$$

Per un'onda 3D per ottenere la potenza che attraversa una certa area si moltiplica w per l'area

$$P = W A_s = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v A_s$$

Intensità

$$I = \frac{P}{A_s} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v = 2 \pi^2 \rho f^2 A^2 v$$

Si misura in watt/m^2

Per aumentare l'intensità si può aumentare A (numero di fotoni) oppure f (fotoni più energetici)

Se si ha una sorgente che emette potenza costante, allora l'ampiezza deve diminuire.
Per onda sferica:

$$P = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v \, 4 \pi r^2 \quad \Rightarrow \quad A^2 \propto \frac{1}{r^2}$$

Quindi l'intensità diminuisce come

$$I = \frac{P}{4 \pi r^2}$$

Scala dei decibel

L' orecchio umano è sensibile a una vasta gamma di intensità del suono, che va da 10^{-12} a 100 W/m^2.

$$d\beta \equiv 10 \log \frac{I}{I_0}$$

dove I_0 è una intensità di riferimento pari a $10^{-12}\ W/m^2$.

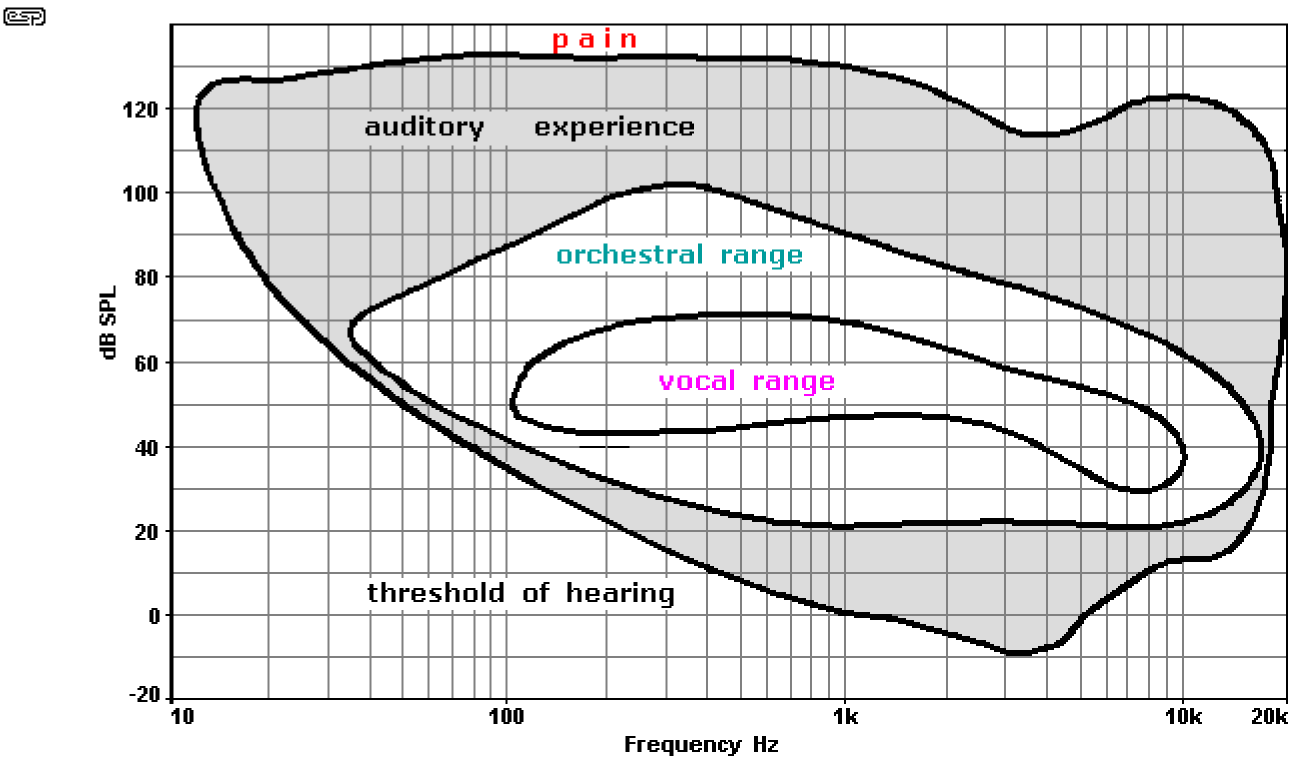
$$I = 10^{-12}\ W/m^2 \rightarrow d\beta = 10\ \log 1 = 0\ dB$$

$$I = 1\ W/m^2 \rightarrow d\beta = 10\ \log \frac{1}{10^{-12}} =$$

$$= 10 \log 10^{12} = 120\ dB$$

Table 2 Conversion of Intensity to Decibel Level

Intensity (W/m^2)	Decibel level (dB)	Examples
1.0×10^{-12}	0	threshold of hearing
1.0×10^{-11}	10	rustling leaves
1.0×10^{-10}	20	quiet whisper
1.0×10^{-9}	30	whisper
1.0×10^{-8}	40	mosquito buzzing
1.0×10^{-7}	50	normal conversation
1.0×10^{-6}	60	air conditioning at 6 m
1.0×10^{-5}	70	vacuum cleaner
1.0×10^{-4}	80	busy traffic, alarm clock
1.0×10^{-3}	90	lawn mower
1.0×10^{-2}	100	subway, power motor
1.0×10^{-1}	110	auto horn at 1 m
1.0×10^{0}	120	threshold of pain
1.0×10^{1}	130	thunderclap, machine gun
1.0×10^{3}	150	nearby jet airplane



10 ottave dove ogni ottava copre un fattore 2 in frequenza i.e. 20 Hz minimo 20×2^{10} = 20480 Hz. Oltre ci sono gli ultrasuoni.

ATTENUAZIONE

$$\alpha = -\frac{1}{A}\frac{dA}{dx} = \alpha' \cdot f$$

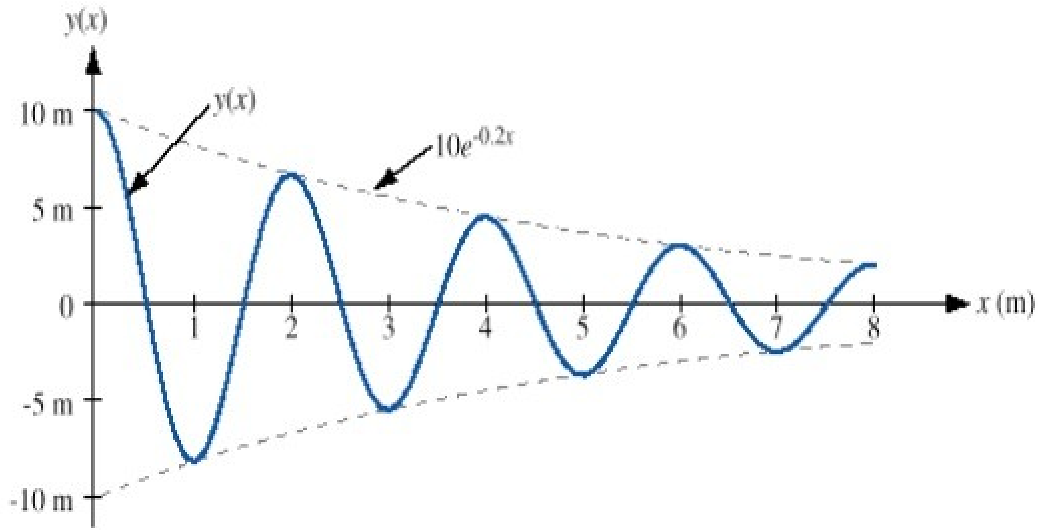
Coefficiente di attenuazione

$$A(x) = A(0)\, e^{-\alpha x}$$

L'ampiezza dell'onda di pressione decade esponenzialmente (legge di Beer)

$$I(x) = I(0)\, e^{-2\alpha x}$$

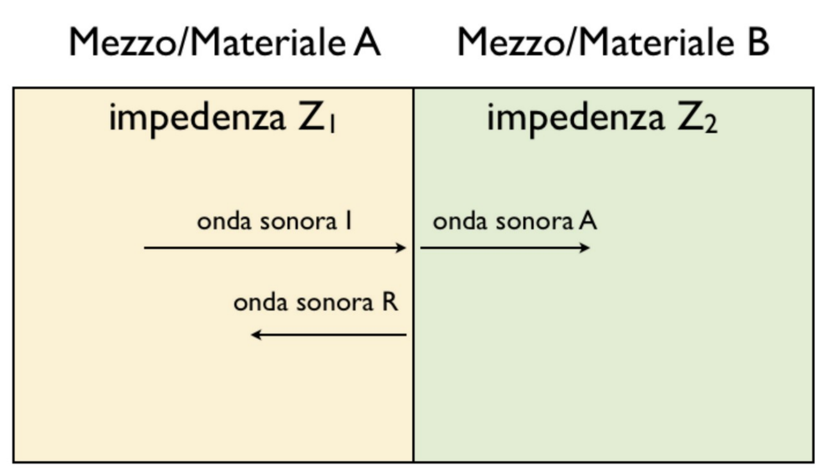
L'intensità è proporzionale a P^2



Impedenza acustica: $Z = \rho v$

Dove ρ è la densità del mezzo e *v* la velocità di propagazione del suono. Nelle superfici in cui c'e' una grossa differenza in Z si ha riflessione dell'onda incidente.

$$I_{riflessa} = I_{incidente} \frac{|Z_2 - Z_1|}{Z_2 + Z_1}$$



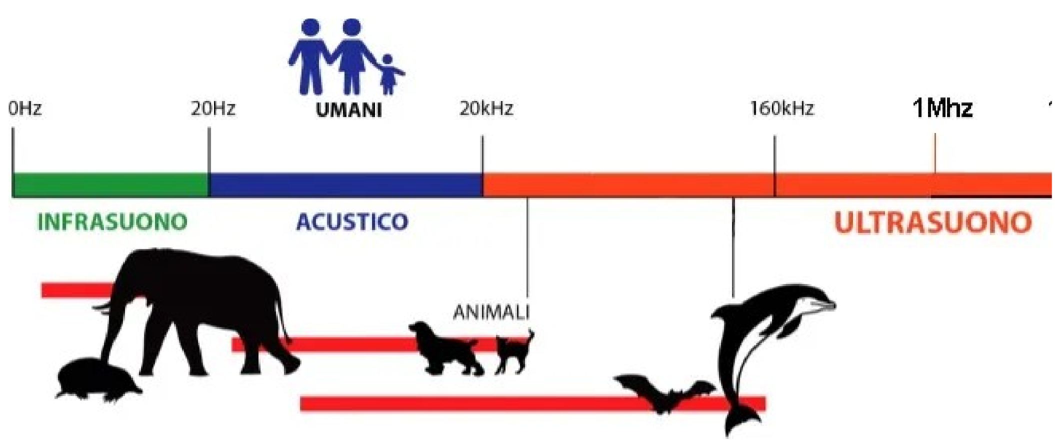
onda sonora I = onda sonora incidente
onda sonora R = onda sonora riflessa
onda sonora A = onda sonora assorbita
I = R+A (per il principio di conservazione dell'energia

Unità di misura dell'impedenza acustica:
Rayl = Pa s /m = kg /s / m^2

Tabella O2.1	Impendenza caratteristica dei tessuti biologici umani (in unità di 10^6 kg · m^{-2} · s^{-1})
Muscolo	1,70
Grasso	1,40
Sangue	1,61
Fegato	1,65
Reni	1,62

La velocità di propagazione degli ultrasuoni nel corpo umano in media è 1540 m/s

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$



Un’onda sonora di intensità 80 dB incide verticalmente sull’acqua. Qual’è l’intensità dell’onda rifratta?

L’impedenza acustica dell’acqua è 1.4 10^6 mentre quella dell’aria è 430 $kg/m^2/s$. Allora

$$I_{riflessa} = I_{incidente} \frac{|Z_2 - Z_1|}{Z_2 + Z_1} = I_{incidente} \frac{1.4\,10^6 - 430}{1.4\,10^6 + 430} = I_{incidente}\, 0.999386$$

$$80 = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 10 \log(i) + \log\left(10^{12}\right) = \log(i) + 120$$

$$\log I = -4 \quad \Rightarrow \quad I_{incidente} = 10^{-4}\ W$$

$$I_{riflessa} = 0.999386\, I_{incidente} = 9.99386\,10^{-5}\ W$$

$$I_{rifratta} = 6.14\,10^{-8}\ W = 47.9\ dB$$

Un’onda sonora di intensità 70 dB passa da tessuto adiposo a tessuto muscolare. Calcolare l’intensità dell’onda riflessa.

$$I_{riflessa} = I_{incidente} \frac{|1.7 - 1.4|}{3.1} = 0.1\, I_{incidente}$$

$$70 = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 10 \log(i) + 120$$

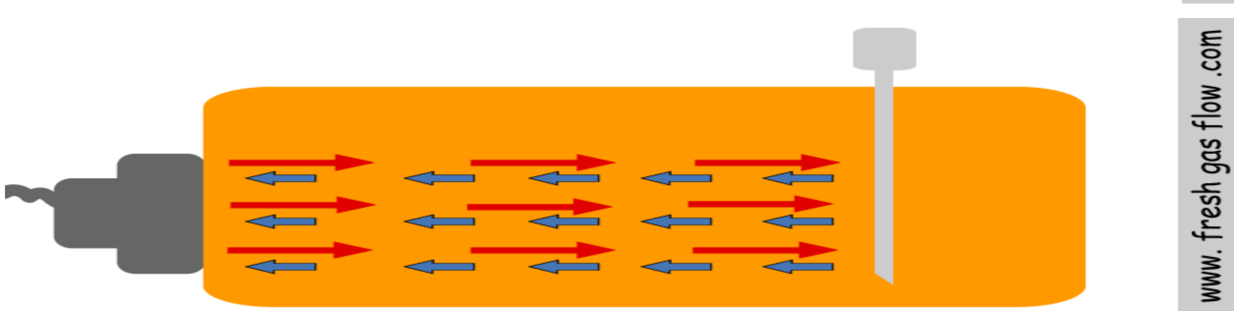
$$\log I = -5 \quad \Rightarrow \quad I_{incidente} = 10^{-5}\ W$$

$$I_{riflessa} = 0.1\, I_{incidente} = 1\,10^{-6} = 60\ dB$$

Si utilizzano ultrasuoni tra 1-18 MegaHz: migliore compromesso tra risoluzione e penetrazione

- **Alte frequenze hanno maggiore risoluzione ma minore profondità. Riflessione e diffusione da strutture più piccole**
- **Basse frequenze hanno una maggiore profondità perche il coefficiente di assorbimento α è più piccolo**

- Il tempo impiegato dal suono per tornare (eco) dà la profondità della struttura
- L'intensità dell'eco dà l'assorbimento



Come varia l'intensità del suono mentre si allontana dalla sorgente?

a) E' direttamente proporzionale dalla distanza dalla sorgente
b) E' inversamente proporzionale alla distanza dalla sorgente
c) E' inversamente proporzionale dal quadrato della distanza dalla sorgente.

Durante la propagazione di un'onda sonora viene trasportato:

a) Energia
b) Materia
c) Nessuna delle due

Si fissa un diapason ad un disco che si mette in rotazione antioraria. Quando si percepisce la frequenza più alta?

a) Quando il diapason è più vicino all'orecchio
b) Quando il diapason e' più lontano
c) quando il diapason si trova a 90^{o}
d) Quando il diapason si trova a 270^{o}

Un altoparlante emette un suono con potenza pari a 30 W. Un microfono con area effettiva di 0.75 m^2 posto a 200 m dall'altoparlante. Calcolare la potenza del segnale intercettata dal microfono.

$$I(200) = \frac{P}{4\pi r^2} = 5.97 \times 10^{-5}\ \mathrm{W}/m^2$$

La potenza intercettata dal microfono è:

$$P = I(200) \cdot As = 4.48 \times 10^{-5}\ \mathrm{W}$$