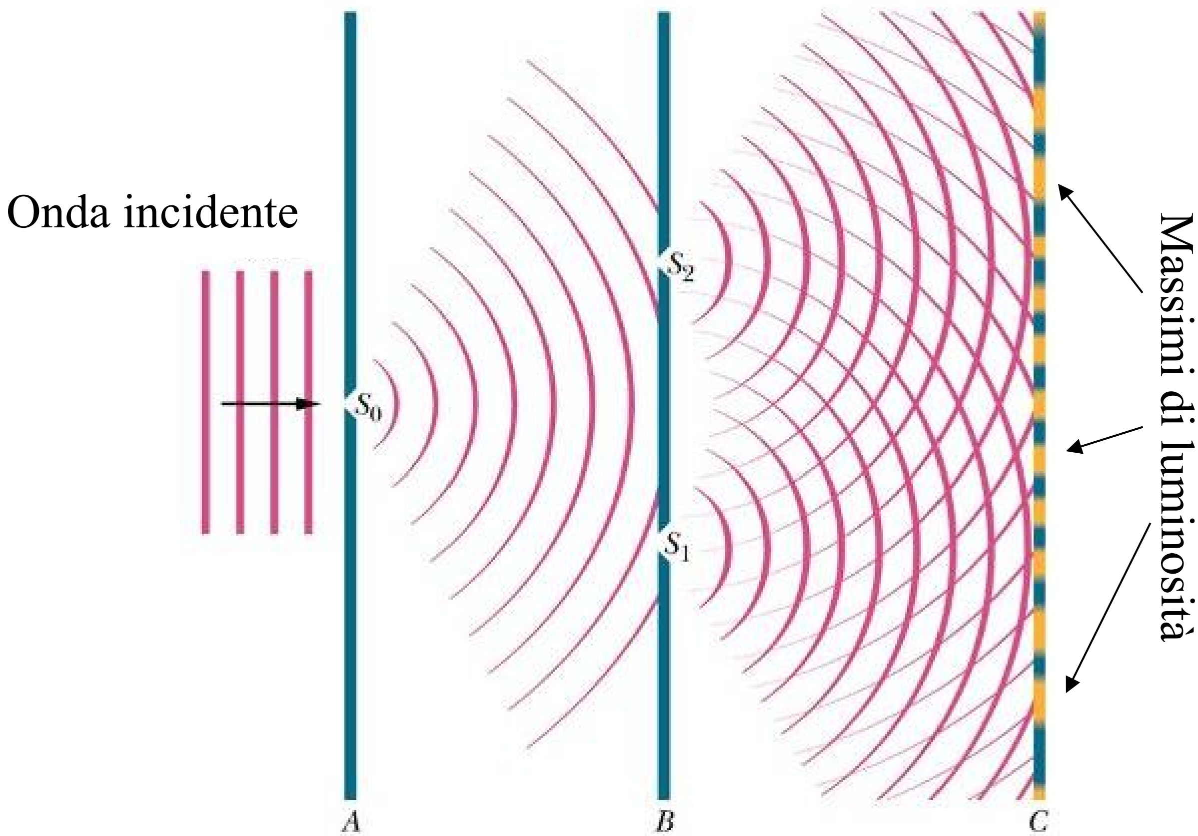
OTTICA

- **ONDE**
- **INTERFERENZA**
- **DIFFRAZIONE**
- **RIFRAZIONE**
- **LENTI E OCCHIO**

INTERFERENZA



L' onda prodotta alla fenditura S_0 , che funge da sorgente, genera due onde alle fenditure S_1 e S_2 che interferiscono sullo schermo finale producendo il sistema di frange osservato.

Sommiamo 2 onde con stessa ampiezza:

$$E_1 = E_0 \cos(kx - \omega t) \qquad E_2 = E_0 \cos(kx - \omega t - \phi)$$

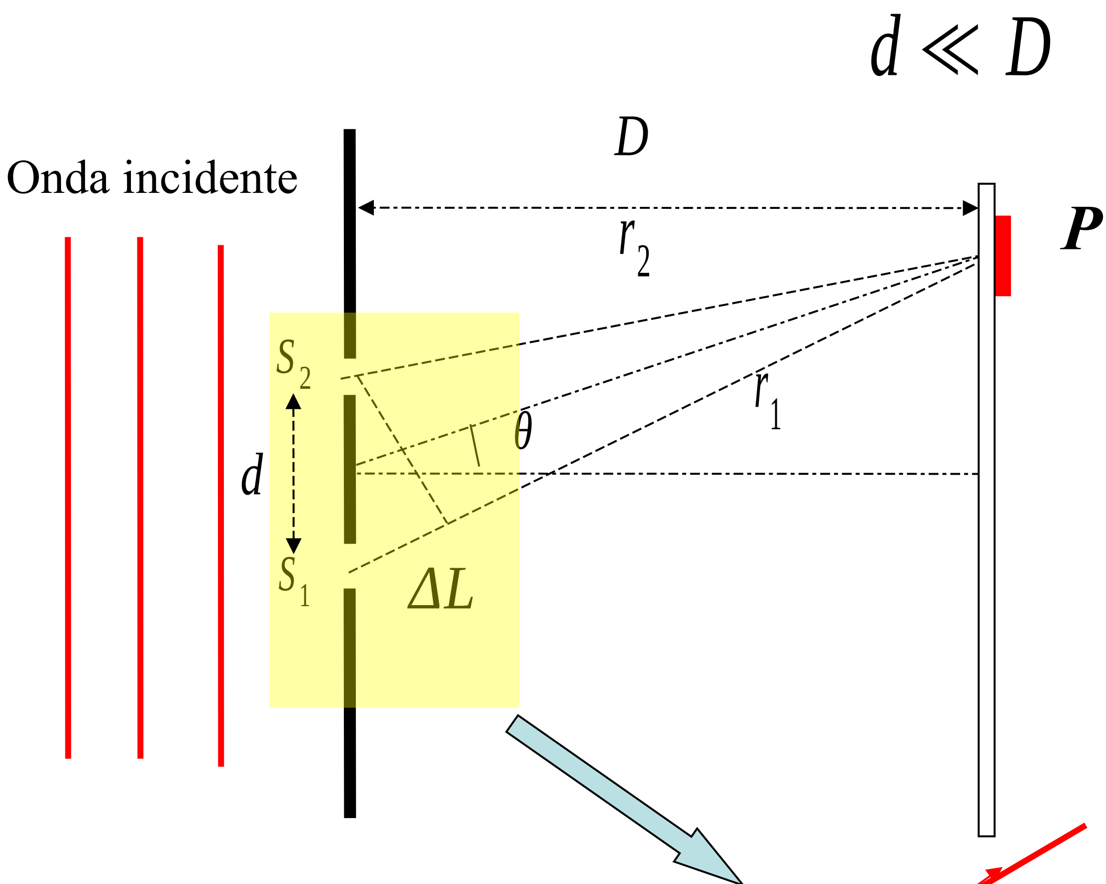
$$E = E_1 + E_2 =$$
$$2E_0 \cos\left(\frac{kx - \omega t + kx - \omega t - \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{kx - \omega t - kx + \omega t - \phi}{2}\right) =$$
$$2E_0 \cos\left(kx - \omega t - \frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

Intensità: $$I = 4E_0^2 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)^2$$

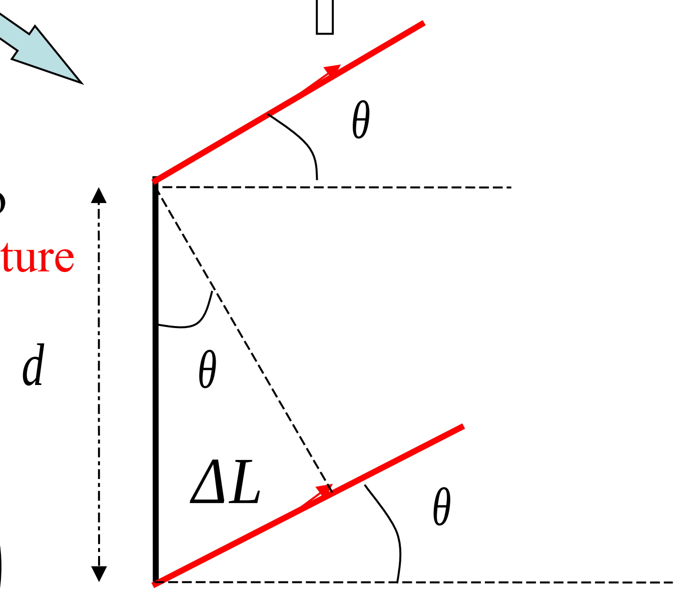
Interferenza COSTRUTTIVA $\phi = 0 \qquad E = 2E_0 \cos(kx - \omega t)$

Interferenza DISTRUTTIVA $\phi = \pi \qquad E = 0$

Posizione dei massimi di luminosità



ΔL rappresenta la differenza tra i cammini che le due onde devono percorrere per andare dalle fenditure al punto *P*.



$$\Delta L = r_1 - r_2 = d \sin(\theta)$$

$$E_1 = E_0 \cos(kr_1 - \omega t) \qquad E_2 = E_0 \cos(kr_2 - \omega t)$$

$$r = (r_1 + r_2)/2$$

$$E = E_1 + E_2 =$$

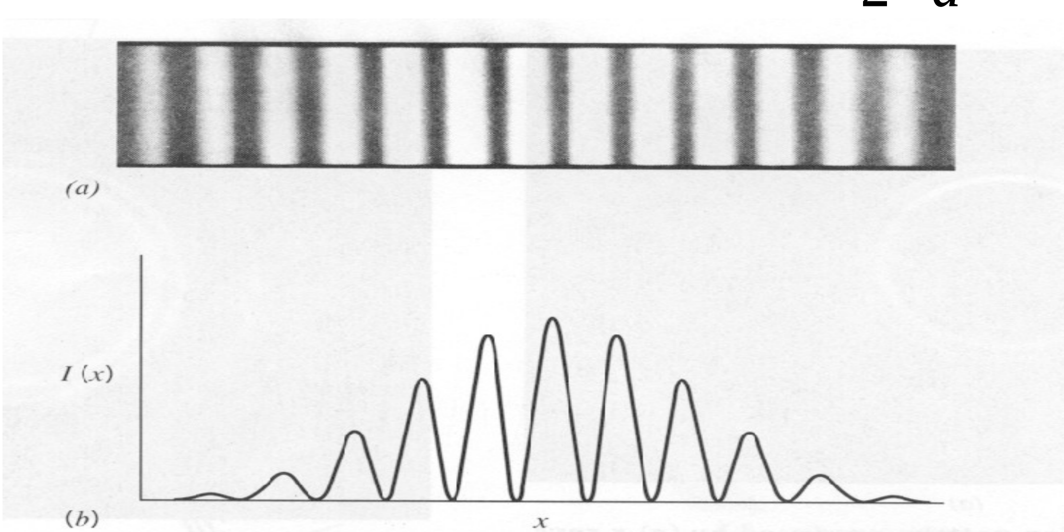
$$2E_0 \cos\left(\frac{k(r_1 - r_2)}{2}\right) \cos(kr - \omega t) =$$

$$2E_0 \cos\left(\frac{k d \sin(\theta)}{2}\right) \cos(k r - \omega t)$$

$$\frac{k d \sin(\theta)}{2} = n\pi$$

Interferenza COSTRUTTIVA $\sin(\theta) = \frac{n\lambda}{d}$ $\quad n = 1, 2, 3 \ldots$

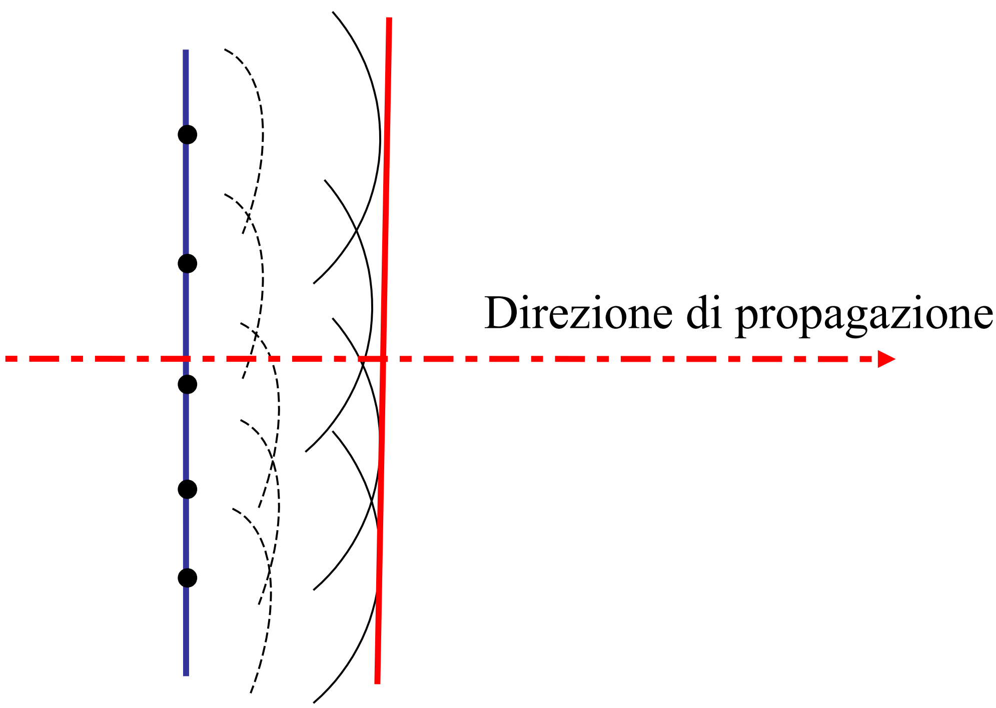
Interferenza DISTRUTTIVA $\sin(\theta) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d}$



DIFFRAZIONE

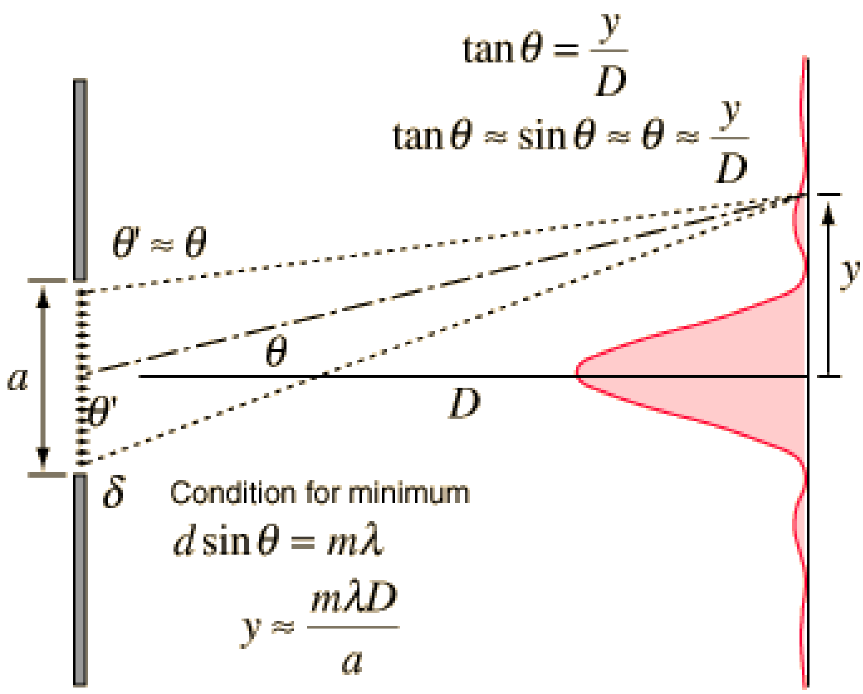
Cosa accade in corrispondenza ad una fenditura ?

Principio di Huygens: tutti i punti di un fronte d' onda sono sorgenti di onde elementari sferiche secondarie la cui sovrapposizione produce un nuovo fronte d' onda, inviluppo delle onde secondarie stesse.



Fronte d' onda all' istante t

Fronte d' onda all' istante $t+\Delta t$

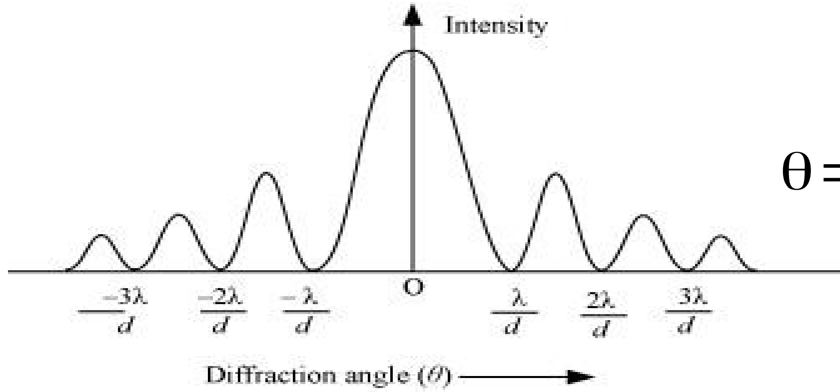


Si sommano tutti i contributi delle onde secondarie in corrispondenza alla fenditura → integrale lungo la fenditura.

$$\phi = \frac{\pi a}{\lambda}\frac{y}{D} \qquad I(\theta) = I_0\left(\frac{\sin(\phi)}{\phi}\right)^2$$

$$Massimo \qquad \phi = 0$$

$$minimi \qquad \phi = m\pi \qquad y = \frac{m\lambda D}{a}$$



$$\theta = \frac{y}{D} = \frac{\lambda}{a}$$

Diffrazione da singola fenditura

Per diffrazione da fenditura circolare, la posizione dei minimi è

$$\theta = m\frac{\lambda}{a}$$

Con m= 1.22, 2.33, 3.24, …
Criterio di Reilegh: due immagini sono risolte quando il massimo centrale di una coincide con il primo minimo dell'altra.

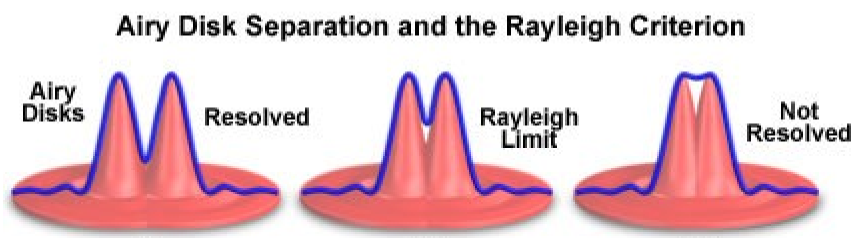


Figure 1

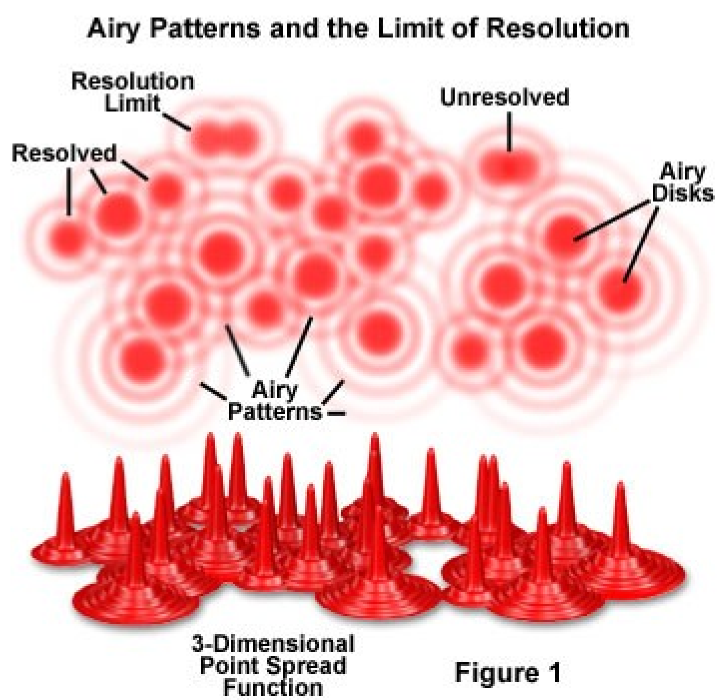
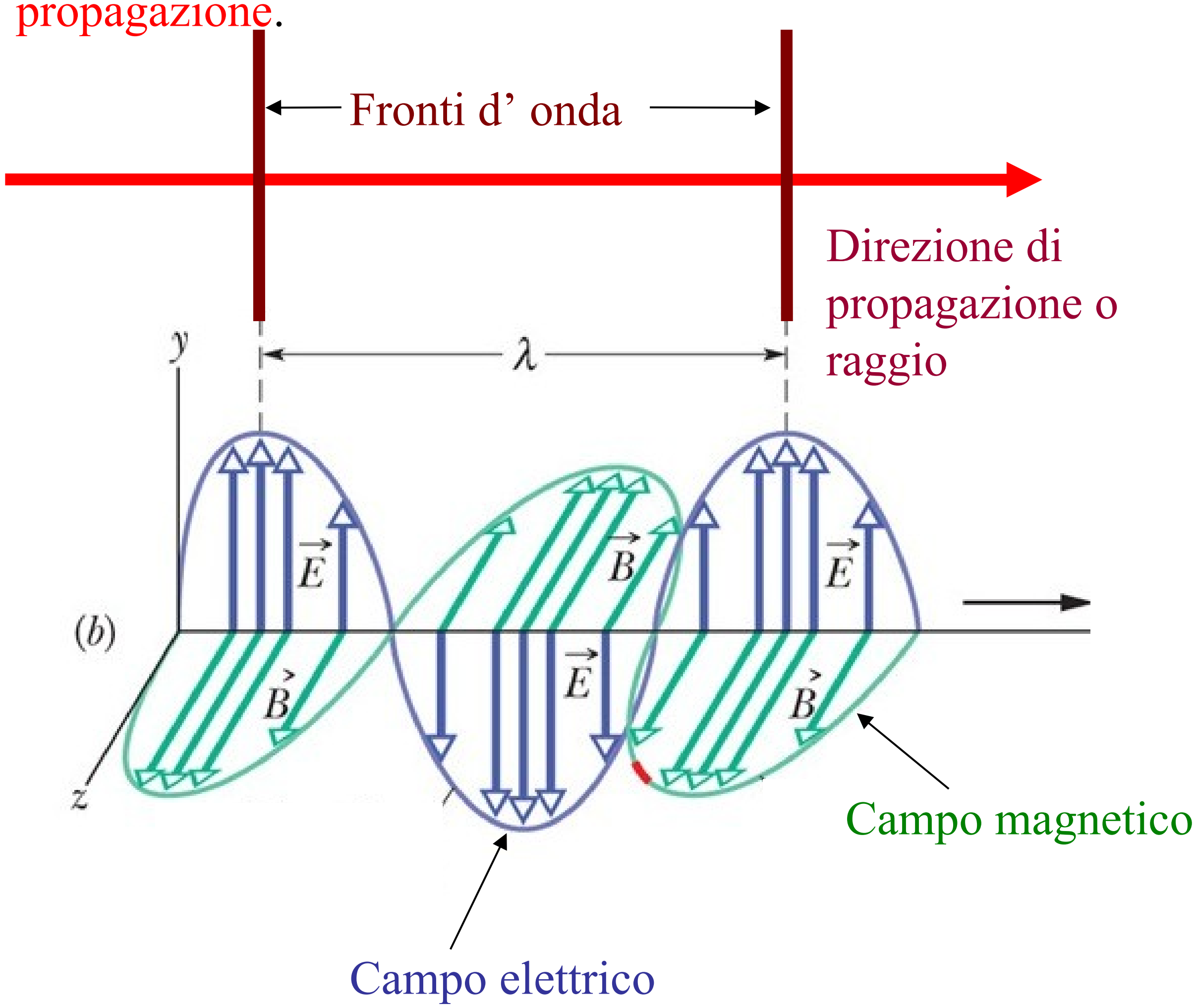


Figure 1

Onde elettromagnetiche

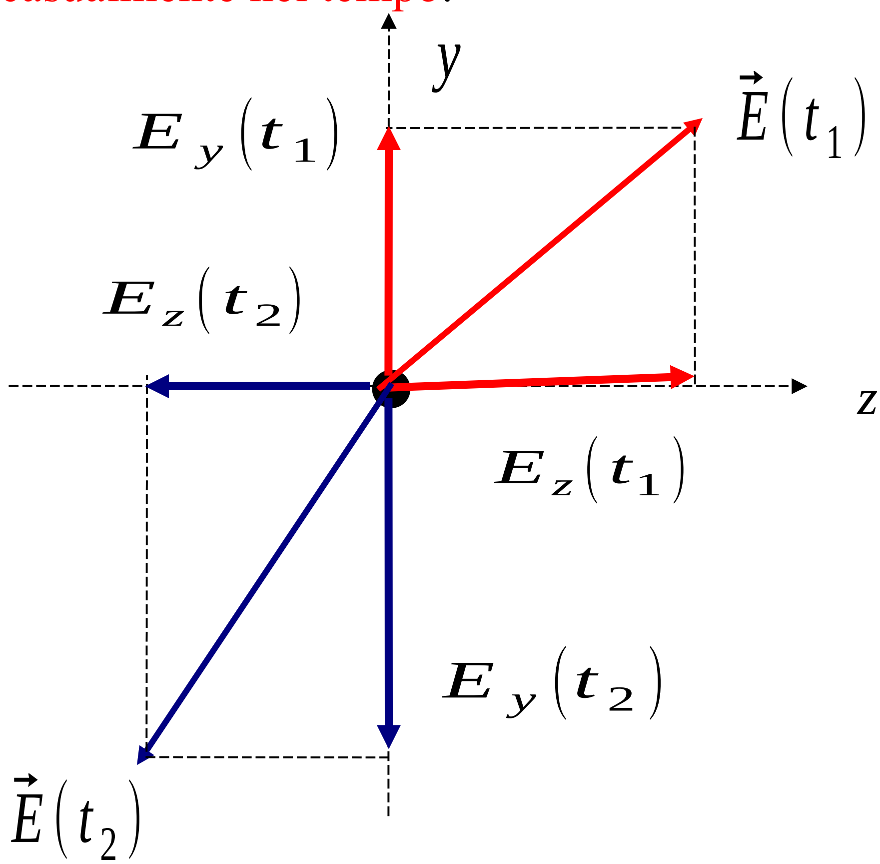
Le onde messe in evidenza da Young e Fresnel sono onde elettromagnetiche. Esse propagano energia sotto forma di campi elettrici e magnetici variabili nel tempo, con $\vec{E} \perp \vec{B}$ ed entrambi perpendicolari alla direzione di propagazione.



Onda elettromagnetica ad un dato istante t . Le onde elettromagnetiche sono onde trasversali.

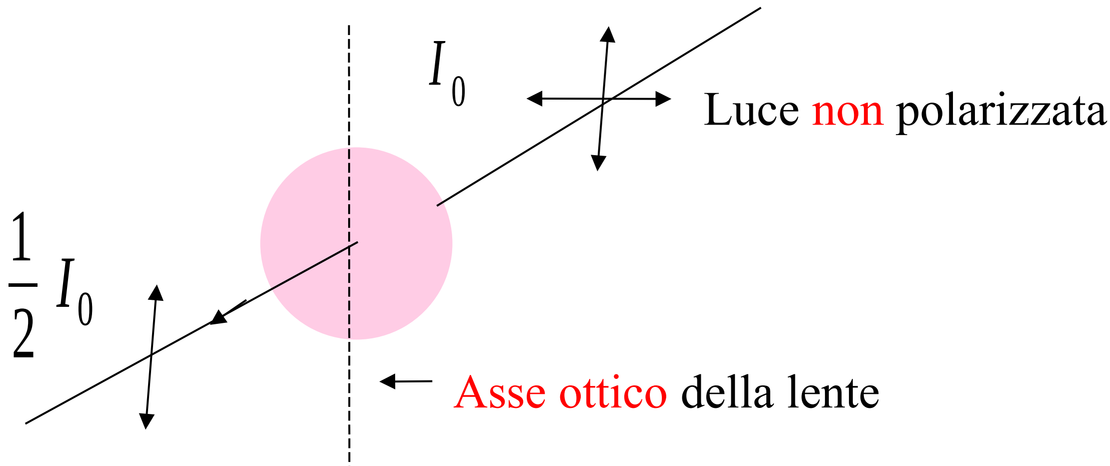
Come si può verificare che le onde elettromagnetiche sono effettivamente trasversali ? → Polarizzazione della luce

Nella luce naturale la direzione del vettore campo elettrico varia casualmente nel tempo.



Visione frontale di un' onda e.m. che si propaga lungo l' asse x (perpendicolare al foglio). Essa può essere pensata come la sovrapposizione di due onde polarizzate lungo due direzioni ortogonali *y e z*.

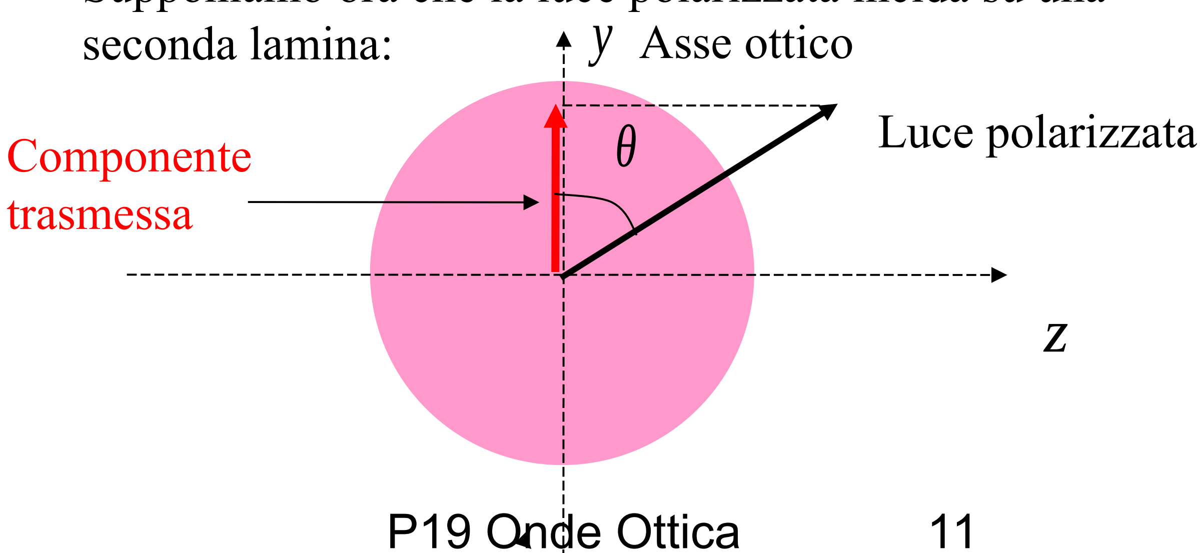
Vi sono materiali (ad es. le lamine polaroid) che lasciano passare la componente parallela ad una direzione privilegiata e assorbono la componente ortogonale a tale direzione.



Luce polarizzata nella direzione dell' asse ottico

<u>Mediamente</u> le due componenti della luce incidente avranno <u>lo stesso peso,</u> pertanto dopo aver attraversato la lamina la intensità della luce sarà dimezzata.

Supponiamo ora che la luce polarizzata incida su una seconda lamina:

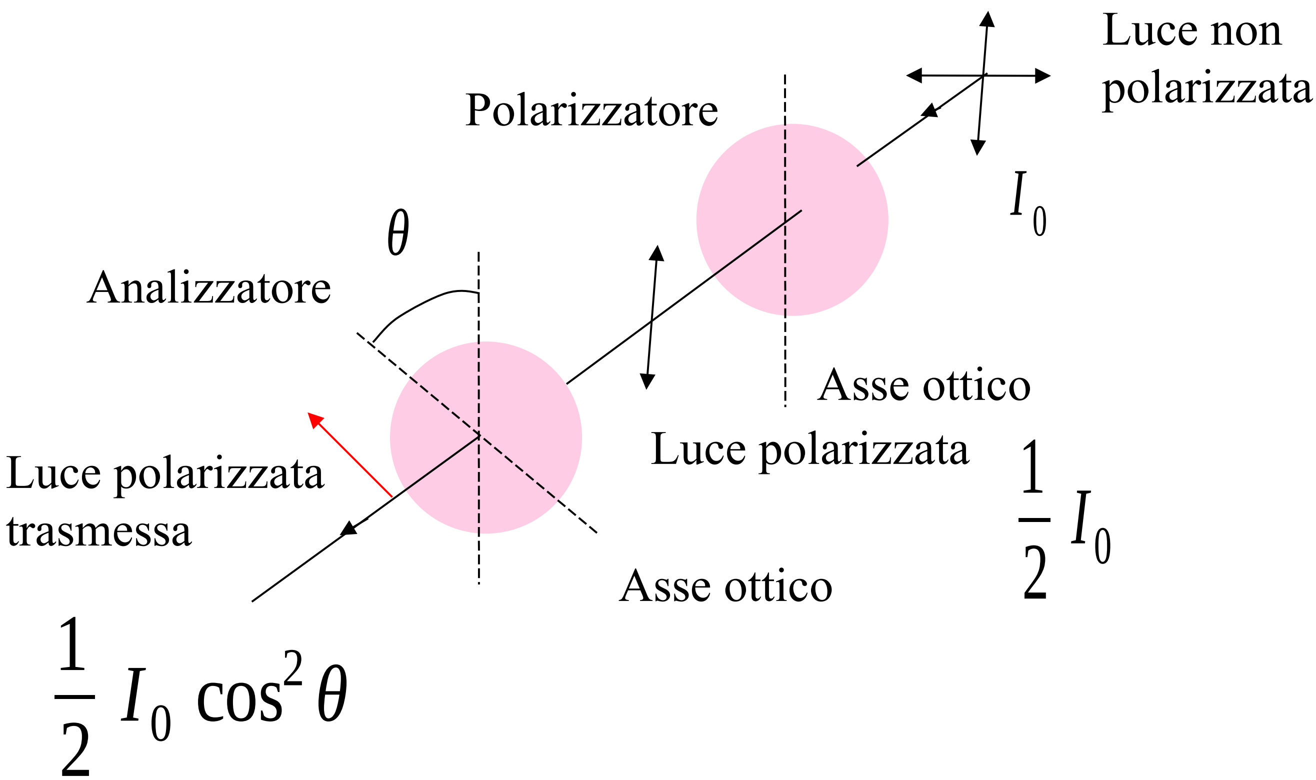


Poiché $E_y = E \cos\theta$ e $I \propto E^2$

l' intensità della luce a valle della lamina analizzante sarà

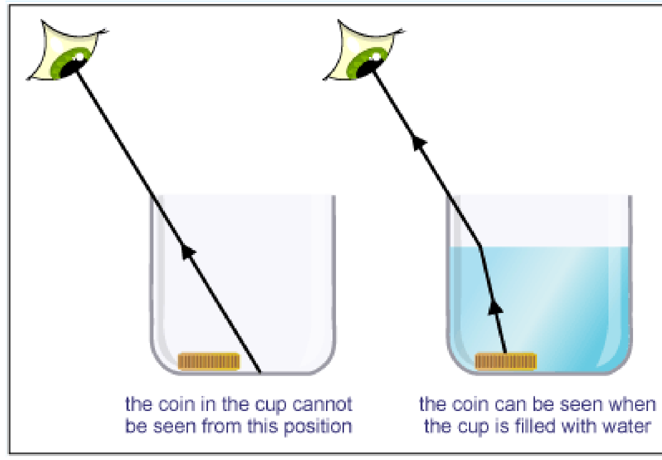
$$I = I_0 \cos^2\theta$$

Un dispositivo polarizzatore-analizzatore completo



N.B. Dispositivi di questo tipo consentono di determinare la concentrazione delle sostanze che hanno il potere di ruotare la direzione di polarizzazione della luce.

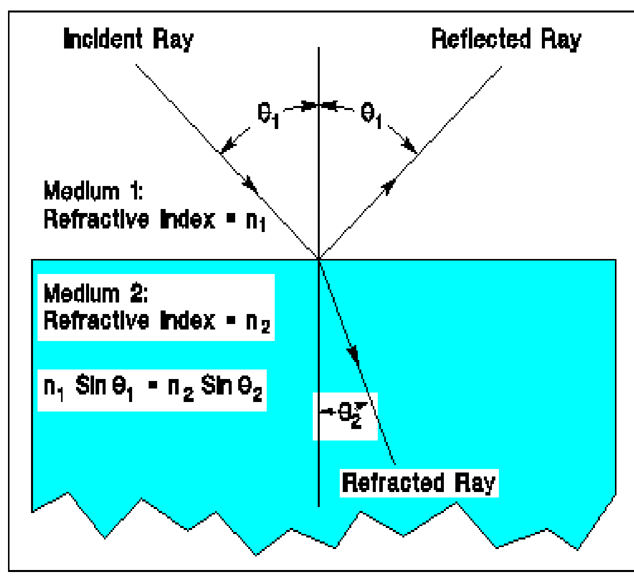
Rifrazione



Legge di Snell: $$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1)}$$

Indice di rifrazione: $$n = \frac{c}{v}$$

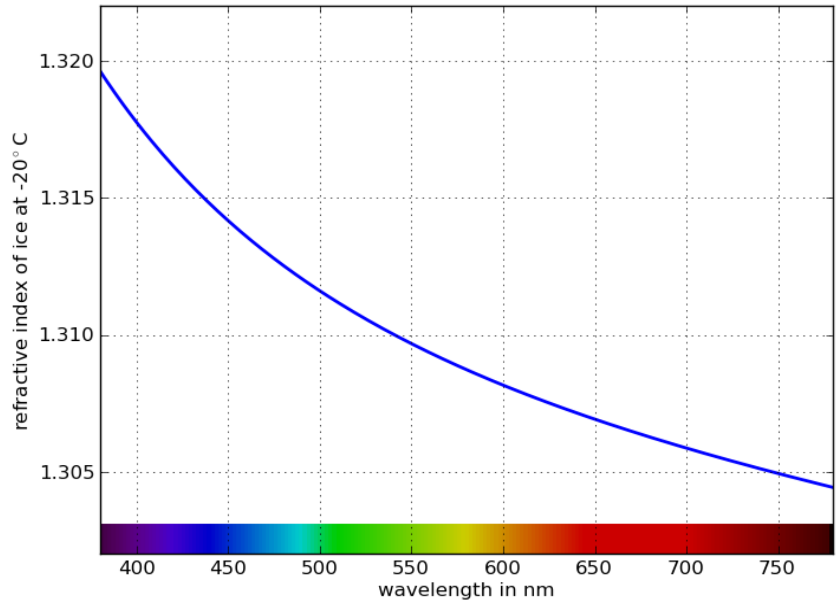
Dove c = velocità della luce nel vuoto mentre v è la velocità della luce nel mezzo (assorbimento e riemissione da atomi del mezzo, stessa frequenza ma lunghezza d'onda più piccola $v = \lambda f$).

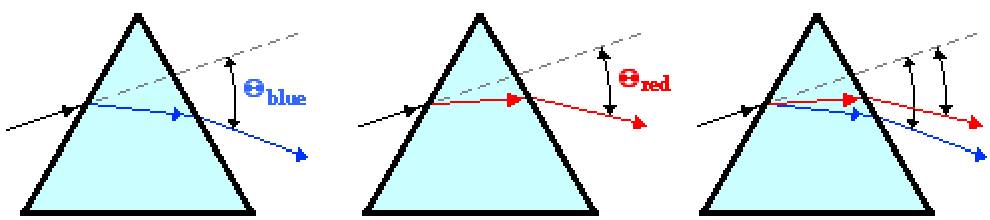


Snell's law

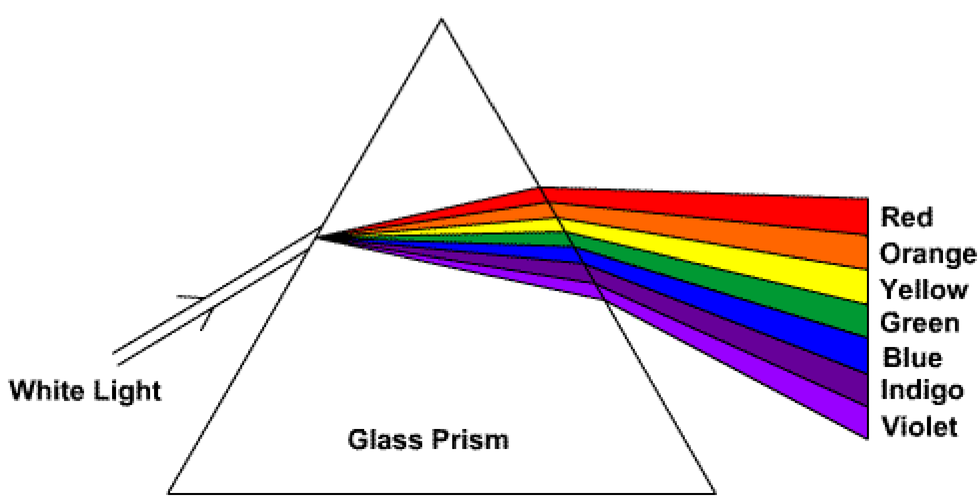
Per l'acqua, n=1.33, diamante 2.42 for λ = 589 nm..

Indice di rifrazione n dipende dalla lunghezza d'onda

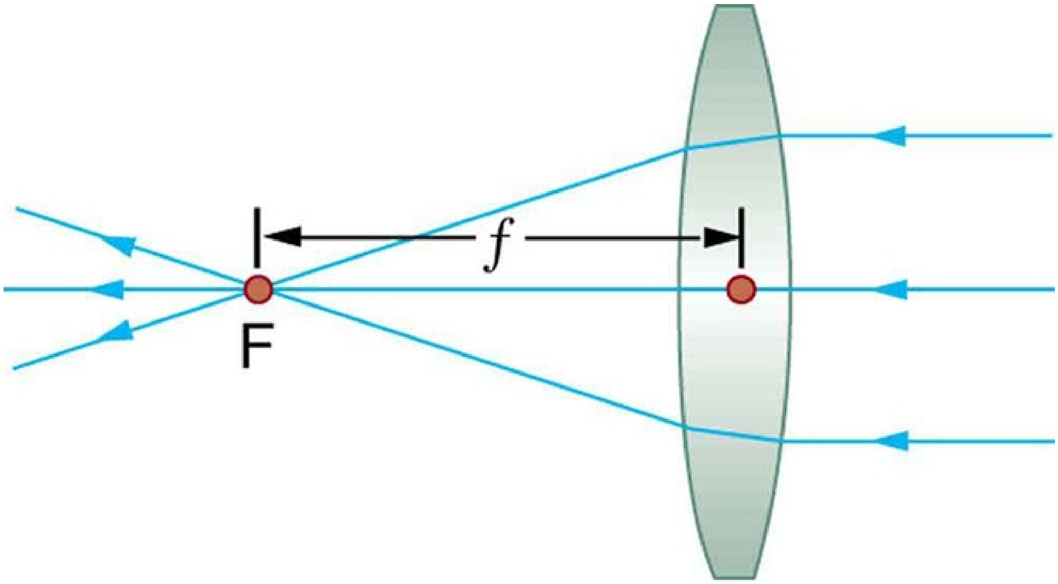




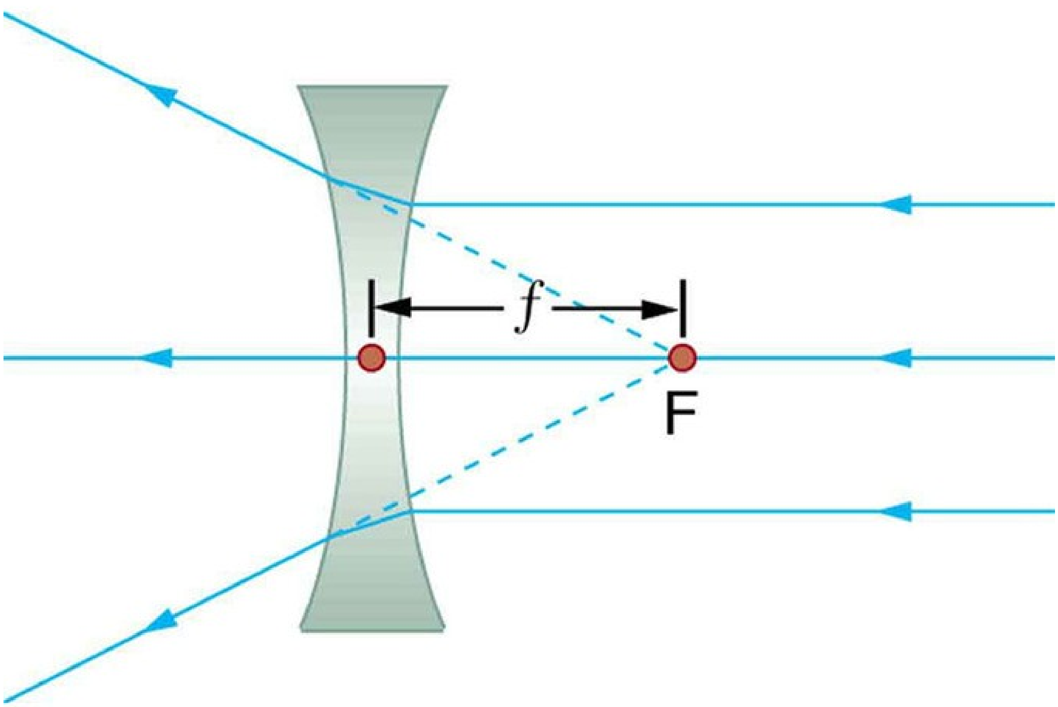
Blue light refracts more than red light due to the difference in wavelength. This causes blue light to deviate from its original path by a greater angle than the red light.



Lenti sottili concave e convesse: ray tracing



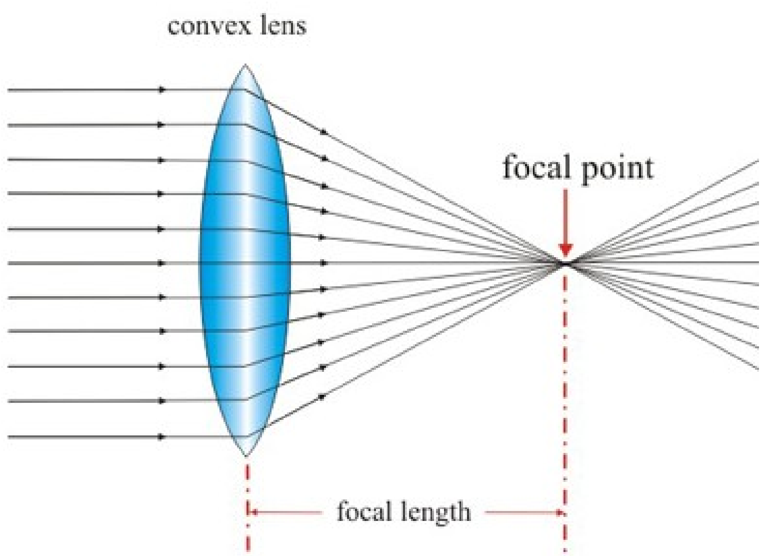
(a)

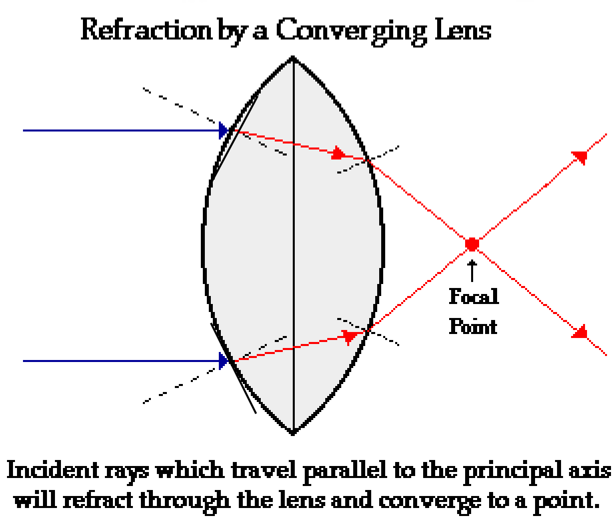


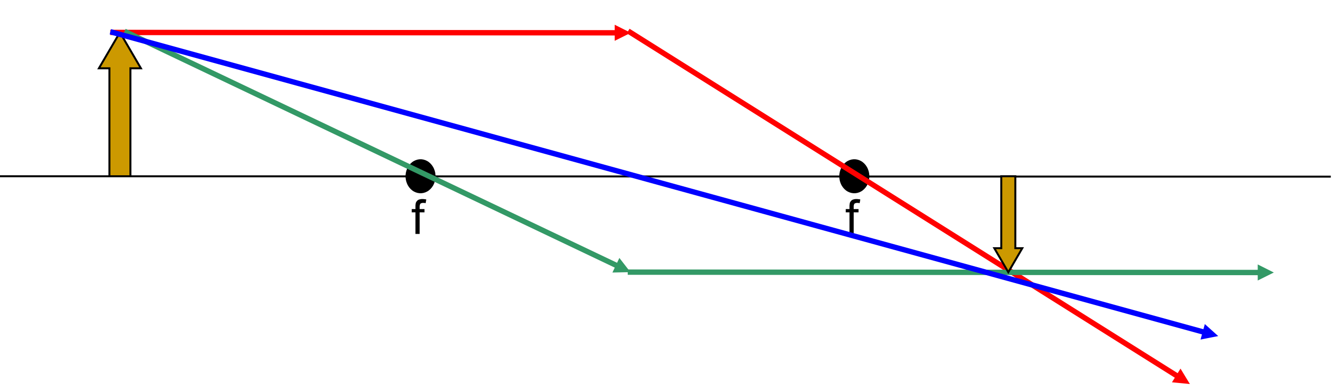
(b)

Lenti concave: immagine

Per l'effetto di rifrazione curvano i raggi luminosi.







La posizione del fuoco nella lente sottile dipende da:

1) La differenza nell'indice di rifrazione

2) La curvatura dei due diottri di cui è fatta la lente.

Equazione del costruttore:

$$\frac{1}{f}=\left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

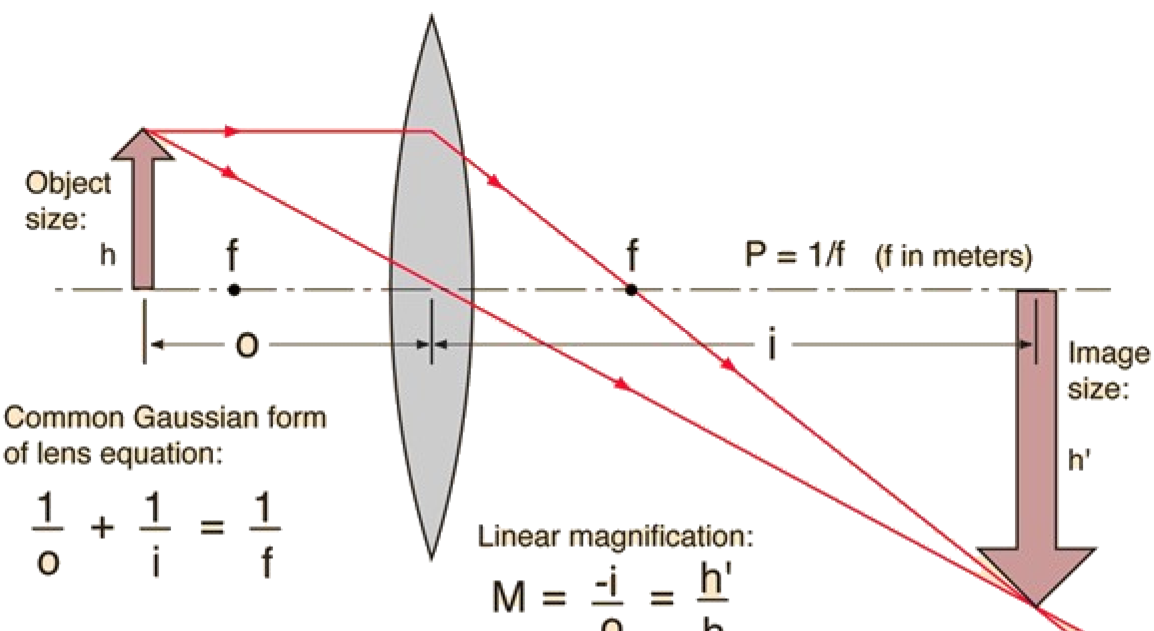
Potere diottrico di una lente è l'inverso della distanza focale e si misura in diottrie (1/m):

$$P(diottrie)=\frac{1}{f(metri)}$$

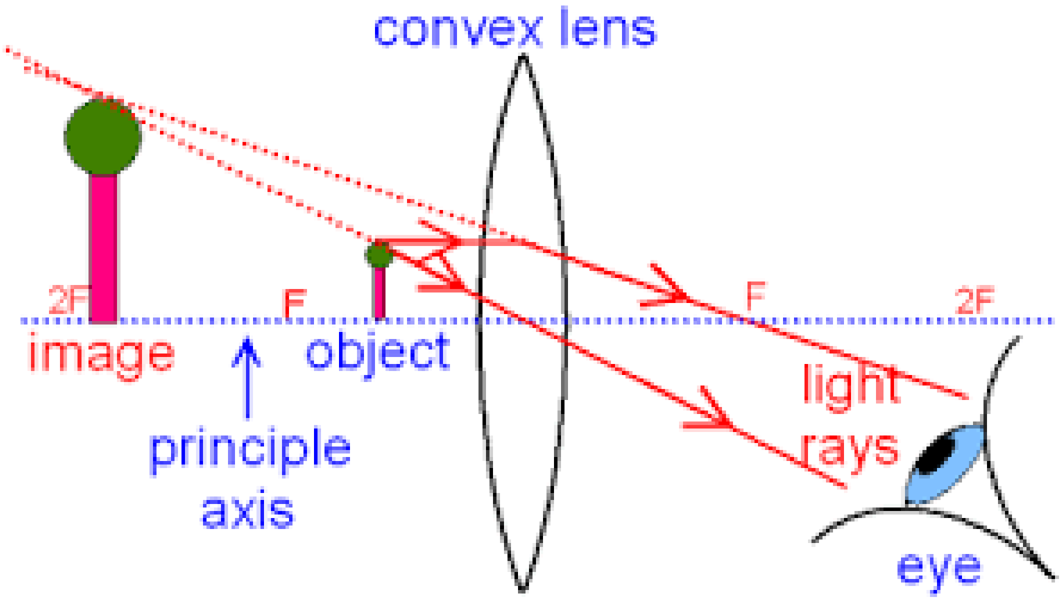
Formula di Gauss:

$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad M=-\frac{i}{o}=\frac{h'}{h}$$

L'ingrandimento M è negativo perché l'immagine è verso il basso.



Cosa succede se l’oggetto è posto ENTRO la distanza focale della lente.



Si forma immagine ingrandita di molto.
L’ingrandimento diventa positivo.

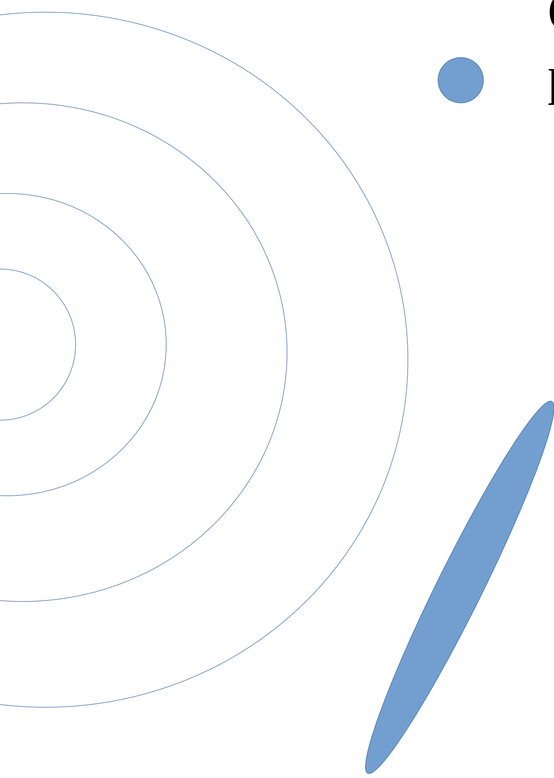
Un oggetto viene posto ad una distanza di 10 cm da una lente con lunghezza focale f = 15 cm. Calcolare la dimensione dell’immagine.

Si usa l’equazione di Gauss e quindi

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{i}=\frac{1}{15} \quad \Rightarrow i=-30\,cm \qquad M=\frac{-i}{o}=\frac{30}{10}=3$$

L’immagine è dritta!

Telescopio



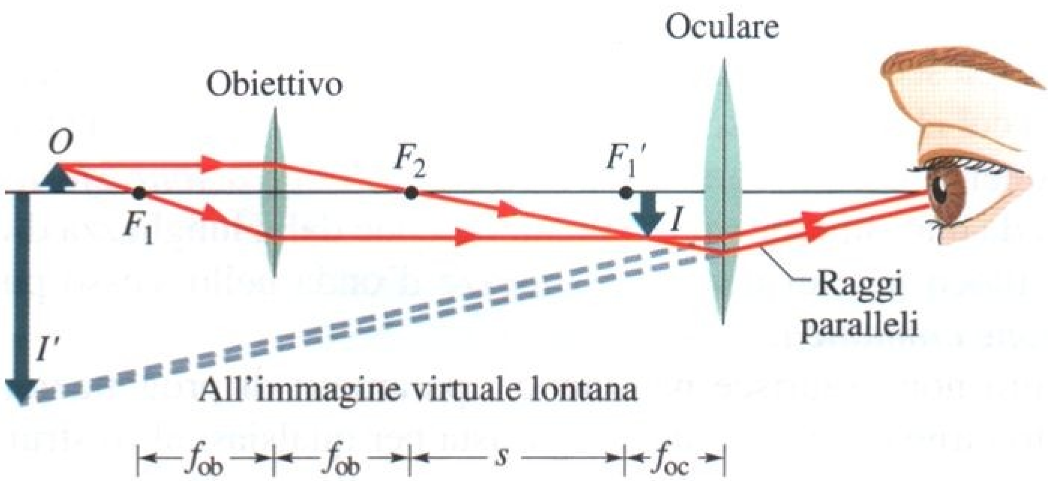
Occhio: area piccola, poca luce

Telescopio: maggiore area e quindi piu' luce, si vedono oggetti più lontani.

Si aumenta anche l'apertura a in modo da ridurre le dimensioni del massimo principale e aumentare la RISOLUZIONE.

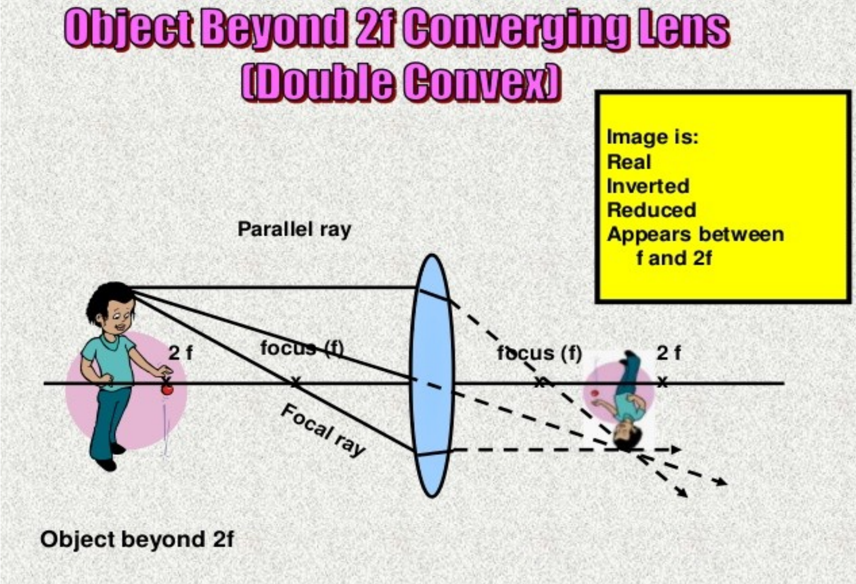
Oculare: crea immagine virtuale ingrandita

Ray-tracing del microscopio

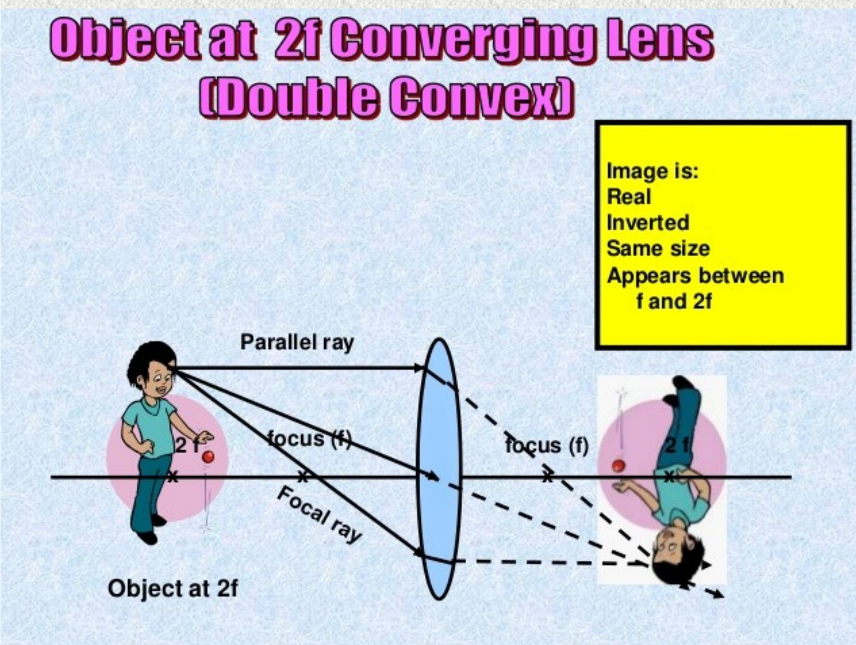


Una prima lente crea il primo ingrandimento e l’immagine si trova all’interno del fuoco dell’oculare, l’oculare poi produce una seconda immagine molto ingrandita. L’ingrandimento totale è dato dal prodotto degli ingrandimenti delle due lenti:

$M = M_1 \times M_2$

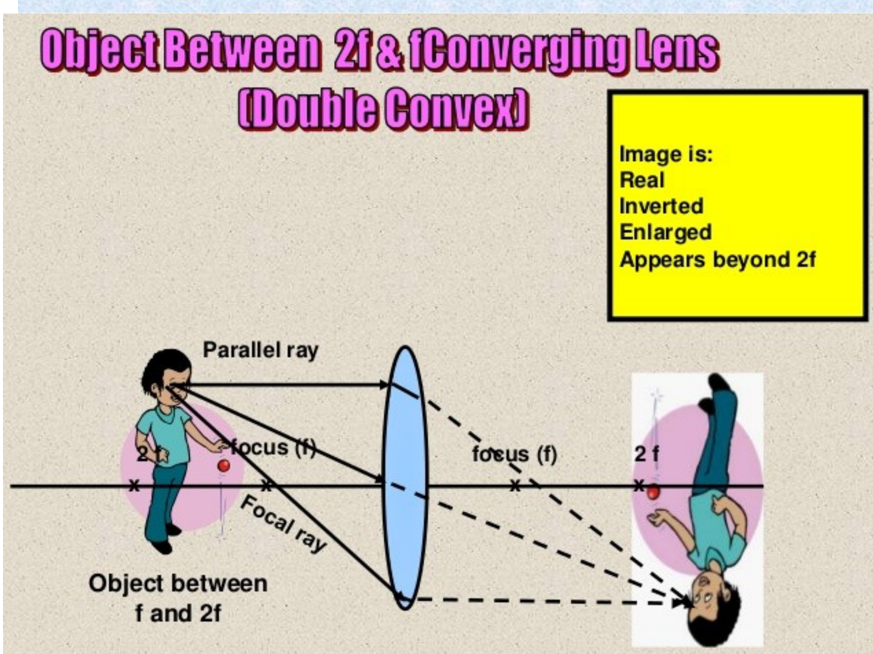


occhio

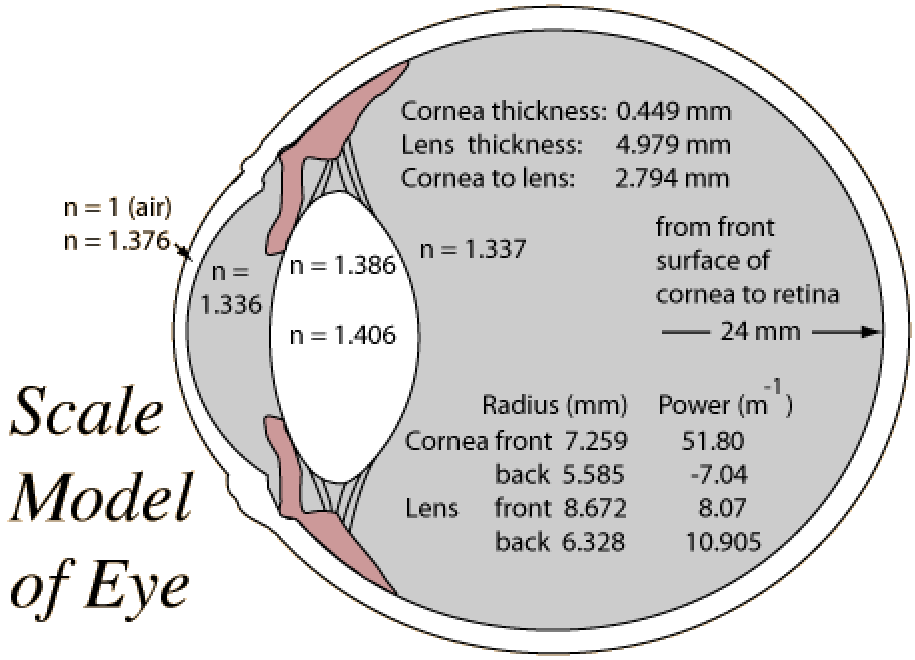


$$\frac{1}{2f}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad i=2f$$

$$M=\frac{-i}{o}=\frac{-2f}{2f}=-1$$



Lente di ingrandi-mento

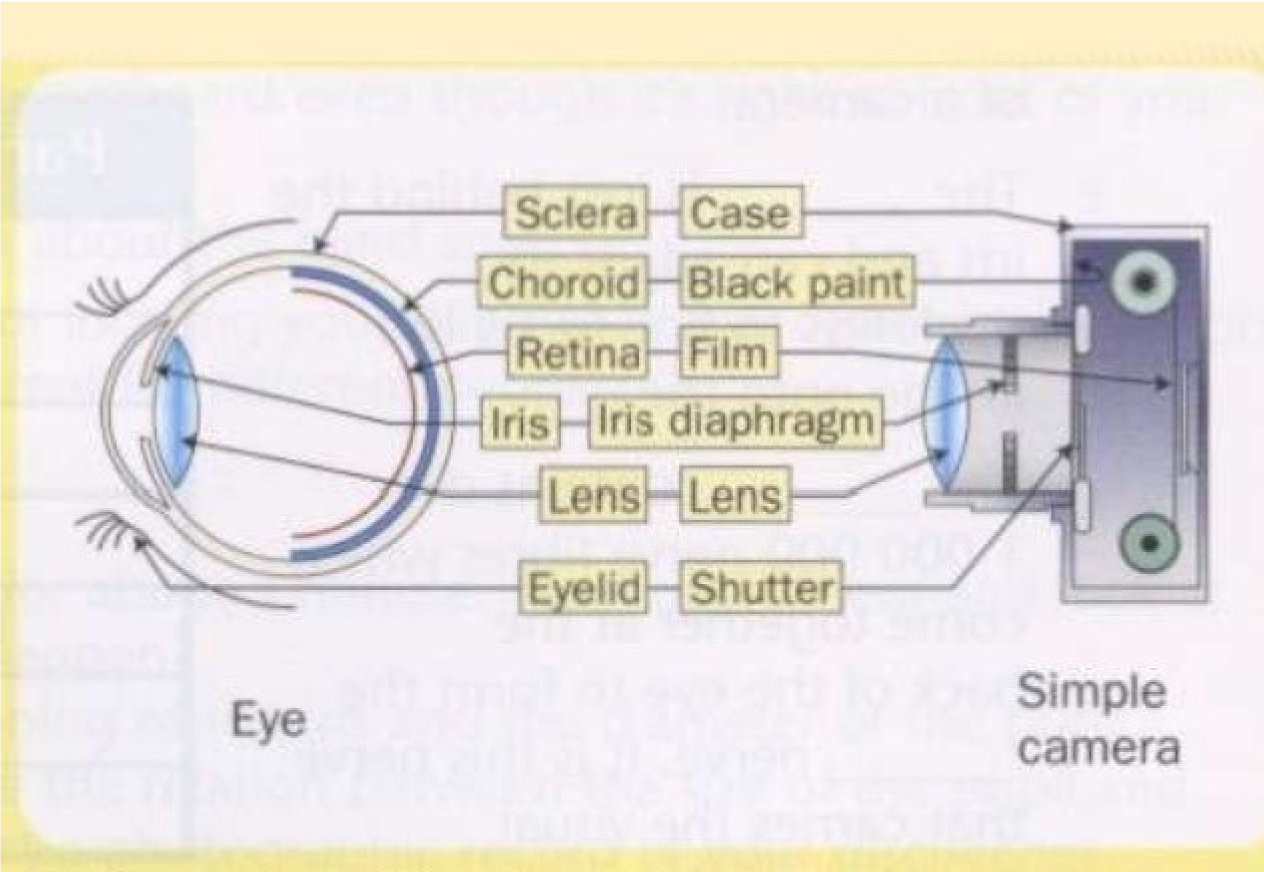


L'occhio umano risolve costantemente l'equazione di Gauss. Il cristallino cambia la distanza focale in modo che un oggetto a distanze diverse sia a fuoco sulla retina: accomodamento.

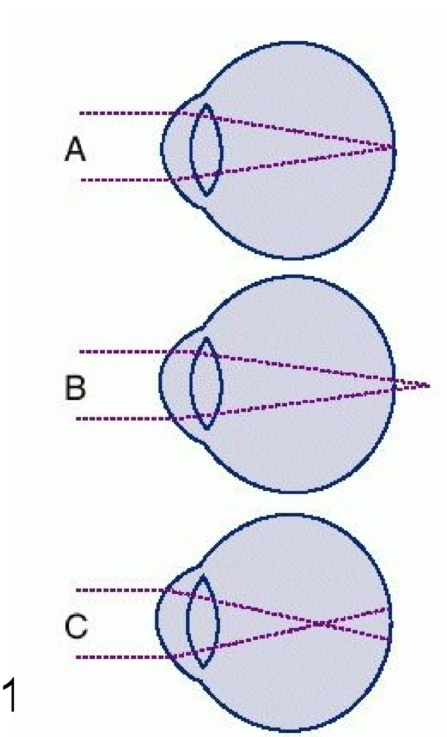
$$\frac{1}{o}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f}$$

i è fisso e corrisponde alla distanza tra il cristallino e la retina. *f* varia a seconda di *o*

Punto prossimo: minima distanza (o) di un oggetto per cui il cristallino riesce a cambiare f per mettere oggetto a fuoco sulla retina (15-20 cm). La visione più confortevole (meno sforzo da parte del cristallino) si ha a 25 cm

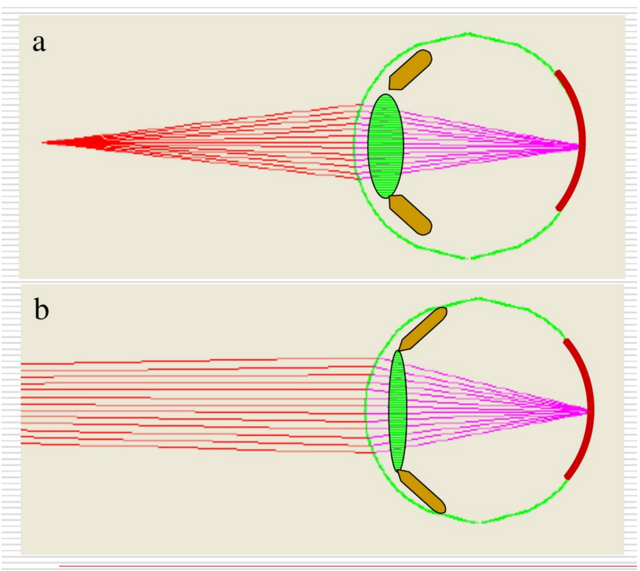


(b) The eye compared with a camera



Definizione dei *punti coniugati* nell'occhio

Nell'occhio la retina rappresenta lo schermo a distanza *i* e la focalizzazione a diverse distanze *o* avviene grazie alla modificazione accomodativa del cristallino, in pratica grazie a dei muscoli il cristallino cambia il proprio raggio di curvatura per focalizzare l'immagine sulla retina.

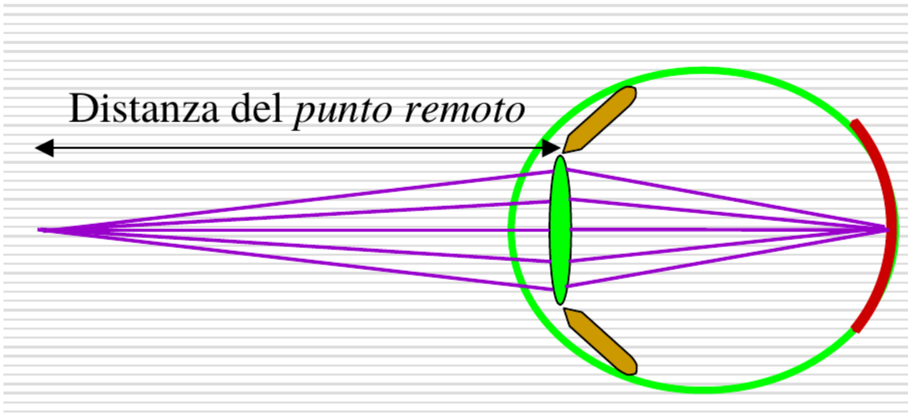


Punto Prossimo

Punto remoto

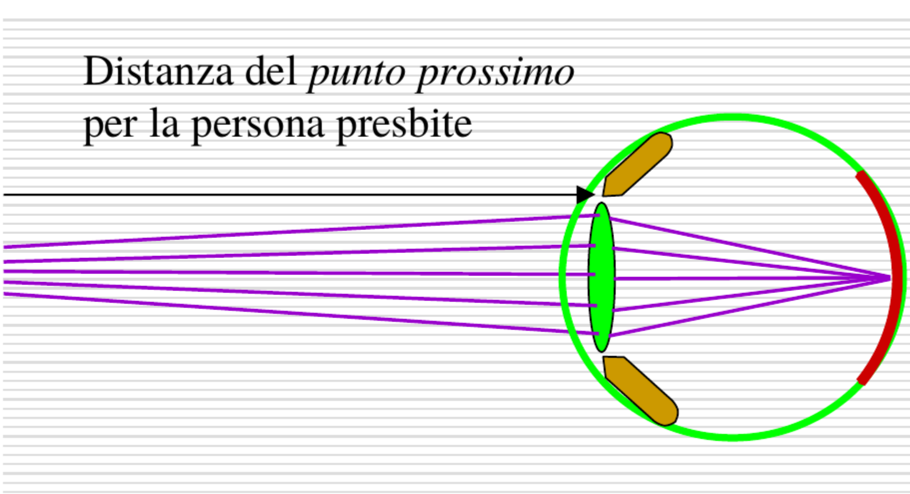
Punto remoto

Il punto remoto di un occhio è la distanza *o* dell'oggetto per cui l'occhio proietta l'immagine sulla retina quando i muscoli del cristallino sono completamente rilassati. In un occhio normale (emmetrope) il punto remoto è all'infinito e *i* coincide con *f*. La distanza del punto remoto può variare a causa di difetti visivi. Nel caso di miopia il globo oculare è allungato e il punto remoto si trova ad una distanza finita oltre la quale l'occhio vede sfocato mentre il punto prossimo si trova più vicino. Un lente divergente riporta il punto remoto all'infinito in caso di miopia.

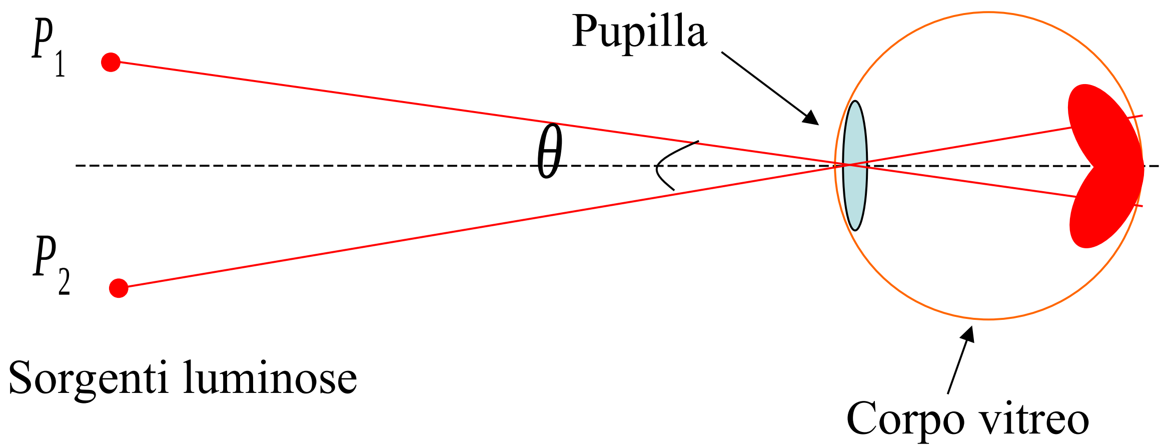


Punto prossimo

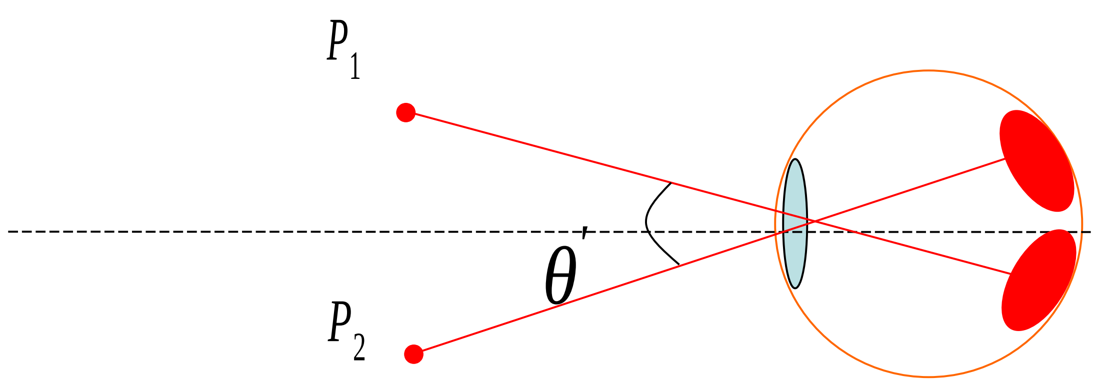
Il punto prossimo di un occhio è il punto alla cui distanza si applica la massima accomodazione disponibile. E’ il punto più vicino all’occhio che un occhio può vedere in modo nitido, tipicamente ad una distanza di circa 20 cm. In altre parole, il punto alla minima distanza o che puo’ essere focalizzato sulla retina. Nel caso della persona ipermetrope, il globo oculare e’ compresso e quindi la distanza del punto prossimo è maggiore del normale. Questo difetto va corretto con una lente convergente che cambia la distanza focale del cristallino. Nelle presbiopia invece i muscoli ciliari che modificano la forma del cristallino sono deteriorati e quindi il potere di accomodamento si riduce. Aumenta quindi la distanza del punto prossimo e anche in questo cosa e’ necessaria una lente convergente.



I fenomeni di diffrazione limitano il potere risolvente degli strumenti ottici. Esempio: l' occhio



Se l' angolo θ sotto cui sono viste le sorgenti è piccolo le due figure di diffrazione sono indistinguibili. Quando le sorgenti si avvicinano e θ cresce l' occhio riesce a percepirle come sorgenti distinte.



Due fori distano d = 0.01 mm e sono illuminati da una sorgente puntiforme di luce monocromatica. Uno schermo è posto ad una distanza L=20 cm dai due fori nella parte opposta rispetto alla sorgente. Si osserva che i due massimi di ordine 10 distano tra loro 24 mm. Calcolare la lunghezza d'onda della luce monocromatica.

$$\frac{kd\sin\alpha}{2}=10\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d\sin\alpha}{2}=10\pi$$

$$\frac{d\sin\alpha}{\lambda}=10$$

$$\Delta x=2L\sin\alpha$$

$$\sin\alpha=\frac{\Delta x}{2L}$$

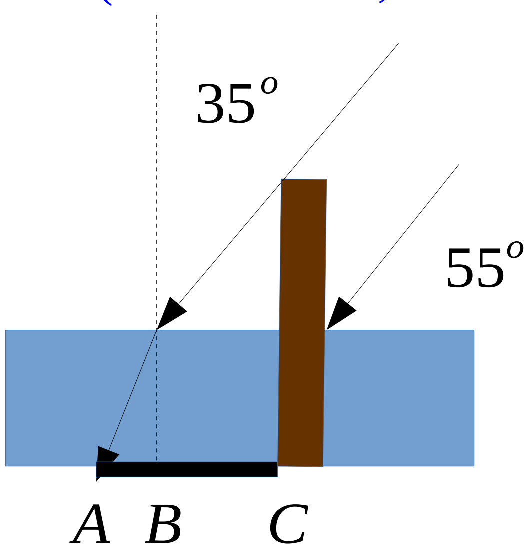
$$\frac{d\,\Delta x}{2L\,10}=\lambda=6\times10^{-7}\ m$$

$$\sin(\alpha)\sim\alpha=\frac{10\lambda}{d}$$

$$\Delta x=2\alpha L=\frac{20\lambda L}{d}$$

$$\lambda=\frac{d\,\Delta x}{20L}$$

Un palo verticale di lunghezza l=2m è piantato sul fondo di una piscina. Il livello dell'acqua della piscina è 1.5 m per cui il palo esce di 0.5 m. La luce del sole è incidente sul palo con un angolo pari a 55° rispetto al piano orizzontale della piscina. Trovare la lunghezza dell'ombra del palo sul fondo della piscina (n dell'aria = 1, n dell'acqua = 1.33).



$$BC = 0.5\, ctg(55^o) = 0.35 \quad m$$

$$n_1 \sin(35^0) = n_2 \sin(\alpha) \quad \Rightarrow$$

$$\alpha = dasin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(35^o)\right) = 25.5^o$$

$$AB = 1.5\,\frac{\sin(25.5^o)}{\cos(25^o)} = 0.72 \quad m$$

$$AC = 0.35 + 0.72 = 1.07 \quad m$$

Una sorgente S genera onde circolari sulla superficie di un lago la cui velocità è di 5.5 m/s. La separazione tra le creste dell'onda è 2.3 m. Un osservatore su una piccola barca si dirige verso S ad una velocità costante di 3.3 m/s. Trovare la frequenza dell'onda misurata dall'osservatore.

La lunghezza d'onda è pari alla separazione tra le creste

$\lambda = 2.3 \ \ m$ La frequenza associata sarà

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5.5}{2.3} = 2.4 \ \ Hz$$

A causa dell'effetto Doppler, la frequenza misurata dall'osservatore sulla barca sarà

$$f' = f\left(\frac{v_{onda} + v_{barca}}{v_{onda}}\right) = 3.8 \ \ Hz$$

Nel caso del **moto dell'osservatore** l'effetto Doppler ha una formulazione diversa.

$$vT = \lambda \quad \Rightarrow \quad (v + v_O)\, T' = \lambda$$

$$(v + v_O)\frac{1}{f'} = \lambda = \frac{v}{f} \quad \Rightarrow \quad f' = f\,\frac{(v + v_O)}{v}$$

Un oggetto esteso di trova ad una distanza d = 35 cm da una lente convergente. La distanza è compresa tra il fuoco f e 2f. L'immagine ingrandita 25 volte si trova ad una distanza dalla lente pari a:

a) 71.4 m
b) 1.4 m
c) 8.75 m **
d) 875 m

L'ingrandimento è -i/o e quindi

$$m = \frac{-i}{o} = -25 = \frac{-i}{35} \quad \Rightarrow \quad i = 0.35 \times 25 = 8.75\, m$$