LABORATORIO DI FISICA

ESPERIENZA N.1

Determinazione della distribuzione degli errori in una serie di misure ripetute della stessa grandezza fisica

1. Introduzione

Scopo dell'esperienza è la verifica del fatto che gli errori casuali nella misura di una grandezza fisica ripetuta molte volte nelle stesse condizioni sperimentali seguono la distribuzione normale di Gauss.
Nell' esperienza proposta, la grandezza da misurare è il periodo di un'oscillazione completa di un pendolo, ovvero il tempo impiegato per andare da un estremo all'altro e ritornare nell'estremo iniziale.

2. Descrizione dell' apparato sperimentale

L'apparato sperimentale è un pendolo fissato al banco di lavoro.
Inoltre, sul banco di lavoro è posizionato un cronometro elettronico con il quale sarà possibile acquisire il tempo delle singole oscillazioni (vedi Fig.1)

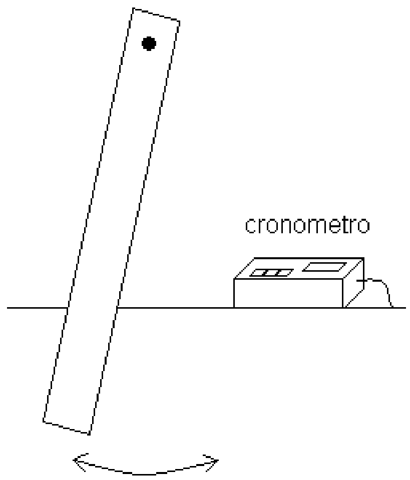

Fig. 1: schema del pendolo

3. Operazioni sperimentali e raccolta dei dati

- Accertarsi che il pendolo sia posizionato correttamente

- Raccogliere un campione di 200 misure ripetute del tempo impiegato dal pendolo per compiere una oscillazione completa.

Allo scopo di evitare errori sistematici si faccia attenzione a non urtare il tavolo o il pendolo durante l'acquisizione dei dati. Fare attenzione inoltre a rilasciare il pendolo senza influenzarne l'oscillazione. Si ricorda che l'isocronismo del periodo (la durata dell'oscillazione non dipende dall'angolo di partenza) è garantito solo per angoli piccoli; è necessario quindi considerare oscillazioni fino ad un angolo di circa 10° rispetto all'asse verticale.

4. Analisi dei dati

Una prima valutazione qualitativa della coerenza interna dei dati può essere ottenuta costruendo l'**ideogramma** delle 200 misure. Converrà preliminarmente individuare i valori massimo e minimo della distribuzione dei tempi misurati così da scegliere la scala verticale in maniera opportuna. Un esempio di ideogramma e' riportato in figura 2.

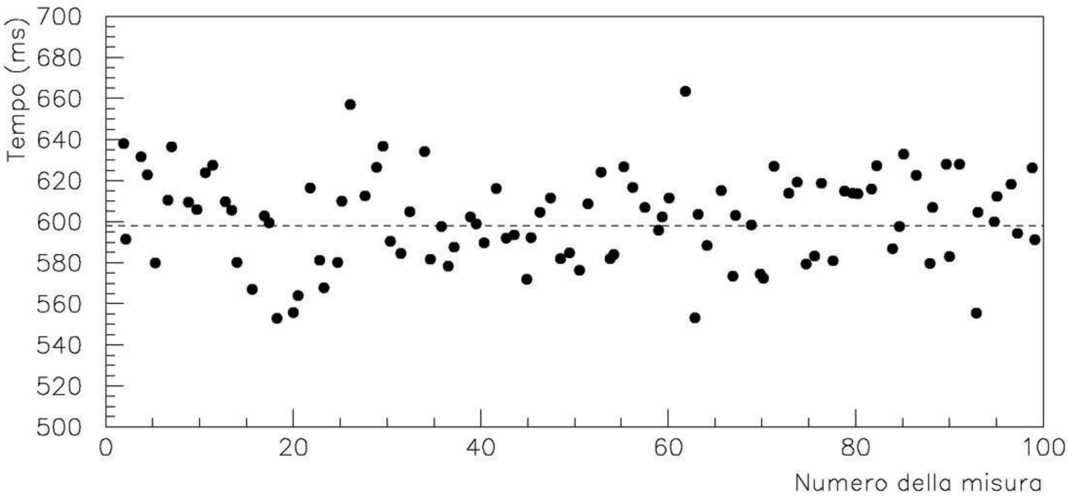

Fig. 2: Esempio di un ideogramma relativo ad una serie di 100 misure

La rappresentazione più conveniente della distribuzione delle misure si ha facendo l'istogramma degli scarti. Per ogni misura *x* si definisce *scarto dalla media* la variabile $z = x - \bar{x}$

vale a dire la differenza tra la misura x e la media $\bar{x}$.

La funzione di frequenza gaussiana è esprimibile come $f(x) = A e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$

ove A è un fattore di normalizzazione da determinare di volta in volta.

Questa può essere riscritta in funzione della variabile z come

$f(z) = A e^{-h^2 z^2}$

introducendo il parametro $h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$ e ottenendo una gaussiana centrata attorno allo zero.

Tracciare quindi un **istogramma** (vedi esempio in Fig. 3) che rappresenti la distribuzione degli scarti dalla media dei valori misurati.

A questo scopo, si calcola innanzitutto la **media aritmetica** $\bar{x}$ delle 200 misure, $\bar{x} \equiv \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_j$ (N=200),

lo **scarto quadratico medio** $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum (x_j - \bar{x})^2}$ della distribuzione sperimentale e l'errore della media

secondo l'equazione $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.

Si scelga un valore **costante** come **intervallo Δz per l'istogramma**, ricordando che intervalli troppo grandi potrebbero far perdere alcuni dettagli, mentre intervalli troppo stretti potrebbero dare origine a informazioni ridondanti. In genere è bene avere in media una ventina di valori per ogni intervallo. Si riscalino quindi i valori degli scarti ottenuti ponendo $\bar{x} = 0$, in modo da centrare l'istogramma sulla media.

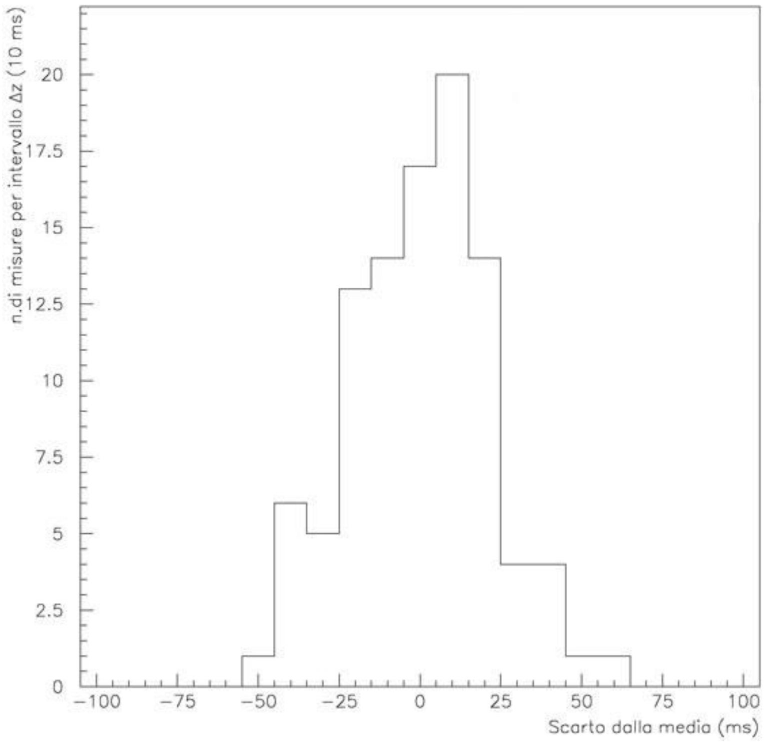

Fig. 3: Esempio di istogramma degli scarti dalla media

Si verifichi che la distribuzione ottenuta segua approssimativamente la legge normale degli errori casuali, sovrapponendo la curva gaussiana

$$f(z) = Ae^{-h^2 z^2}$$

alla distribuzione sperimentale.

Per poterlo fare si tratta innanzitutto di determinare la costante A. L'area di una barra dell'istogramma in cui sono riportate *n* misure è $n\Delta z$, per cui l'area totale è, essendo Δz costante:

$$\sum_i n_i \Delta z = \Delta z \sum_i n_i = \Delta z N$$

ove la somma è estesa a tutti i canali dell'istogramma e *N* è il numero totale di misure.
Si ha quindi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(z)dz = \int_{-\infty}^{+\infty} Ae^{-h^2 z^2} dz = A\frac{\sqrt{\pi}}{h} = N\Delta z$$

La costante di normalizzazione della curva è quindi data da:

$$A = \frac{hN\Delta z}{\sqrt{\pi}} = \frac{N\Delta z}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Per poter tracciare il grafico della gaussiana è utile calcolarne alcuni punti, in particolare si vadano a valutare almeno un valore per ogni barra dell'istogramma. Si tratta quindi di calcolare

$$f(z_i) = \frac{N\Delta z}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z_i^2}{2\sigma^2}}$$

dove z_i è il valore in ascissa dell'i-esima barra dell'istogramma costruito simmetrico rispetto allo zero. Tracciare su carta millimetrata, la curva gaussiana così ottenuta, sovrapponendola all'istogramma precedentemente disegnato. Un esempio di questo grafico è rappresentato in **Fig. 4.**

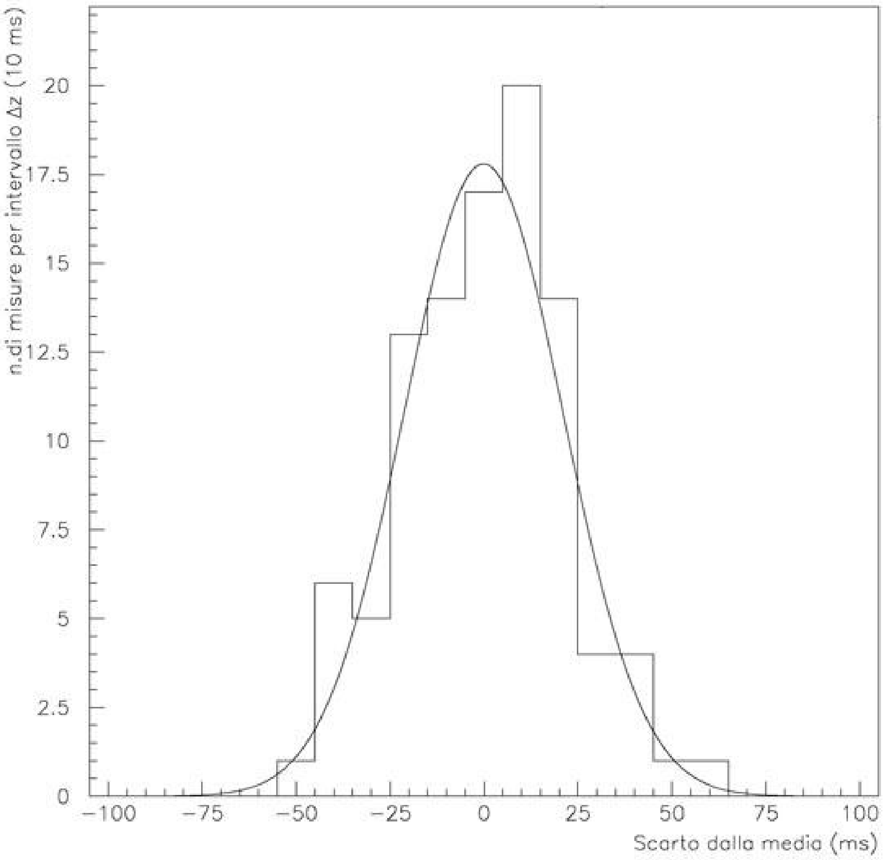

Fig. 4: Esempio della gaussiana calcolata sull'istogramma osservato in Fig. 3.

Si raccomanda di mettere le unità di misura per tutte le grandezze calcolate e sugli assi dei grafici tracciati. Inoltre per questi ultimi si scelgano scale appropriate per una corretta visualizzazione dei dati.

5. Osservazioni e conclusioni

Si concluda la relazione scrivendo alcuni commenti sull'attività svolta, riassumendo quando osservato e motivando eventuali problemi riscontrati durante l'elaborazione dei dati.