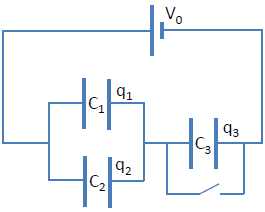
**Condensatori**

**Problema 9.1** Due condensatori C1 = 10 μF e C2 = 5 μF sono collegati in parallelo. Un condensatore C3 = 4 μF è collegato in serie al parallelo dei due. Il sistema dei tre condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 1000V. Ad un certo istante C3 viene messo in corto.

Calcolare le variazioni Δq1, ΔV2 ed il lavoro Lg eseguito dal generatore.



**Soluzione.** Determiniamo le cariche presenti sulle armature.

Per fare ciò calcoliamo la capacità equivalente del sistema.

Le C1 e C2 sono in parallelo; pertanto: C12 = C1 + C2 = 15 μF.

C12 è in serie con C3; quindi .

La carica presente sulle armature di è anche la carica

che è presente sulle armature di ; per cui

; ; quindi, ai capi

di ovvero sia di che di c’è una d.d.p. .

.

Se va in corto, allora ; ;

; , da cui

Il generatore deve spostare una carica pari a attraverso una d.d.p. ;

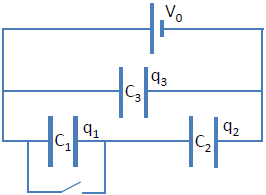
; pertanto e

Il processo che abbiamo appena preso in esame è a potenziale costante. Se i tre condensatori, nella stessa configurazione, vengono prima caricati e poi isolati dal generatore, allora il processo è avviene a carica costante. Quando il condensatore viene messo in corto, allora le cariche

e rimangono invariate, come pure le d.d.p. ai capi dei due condensatori.

**Problema 9.2** Due condensatori C1 = 10 μF e C2 = 5 μF sono collegati in serie. Un condensatore

C3 = 4 μF è collegato in parallelo alla serie dei due. Il sistema dei tre condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 1000V. Ad un certo istante C1 viene messo in corto. Calcolare le variazioni di carica Δq, ed il lavoro Lg eseguito dal Generatore.



**Soluzione.** Il processo è a potenziale costante. La capacità

equivalente del sistema dei tre condensatori vale:

; la carica totale, presente sulle

armature della è ;

inoltre ; considerando che

( sono in serie) risulta Quando va in corto, la carica ai capi di rimane invariata, in quanto la d.d.p. ai capi del condensatore non cambia. Invece la d.d.p. ai capi di diventa , per cui . Abbiamo quindi .

Il lavoro del generatore è

**Problema 9.3** Nel sistema del problema precedente, il generatore viene scollegato e successivamente C1 viene messo in corto. Calcolare la variazione di carica Δq2 ai capi di C2 e la d.d.p. finale V2’.

**Soluzione.** Il processo avviene a carica costante; al fine di determinare le cariche finali ai capi di dobbiamo imporre che la d.d.p. ai loro capi sia la stessa e che la carica totale si conservi:

Risolvendo il sistema otteniamo:

La d.d.p. ai capi dei due condensatori

**Problema 9.4** Due condensatori C1 e C2 sono collegati in serie. Un condensatore C3 è collegato in parallelo alla serie dei due. Il sistema dei tre condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0. I tre condensatori hanno ugual area A, mentre d1 = d2 = d3/2 = 0.5 cm. Calcolare la densità superficiale di carica sulle armature di C, sapendo che la d.d.p. V2 = 300V

**Soluzione.** La capacità equivalente C12 è uguale a C3. Infatti

; ; quindi la capacità equivalente dei tre

condensatori è .

Per quanto riguarda la d.d.p. ai capi dei condensatori, sarà , essendo ; quindi la d.d.p. ai capi di è .

Risulta allora: da cui

E’ possibile seguire anche un altro metodo, ovvero da:

ricaviamo

**Problema 9.5** Nella configurazione dell’esercizio precedente si scollega il generatore e viene quindi inserita tra le armature di C3 una lastra di materiale conduttore con la stessa area delle armature e spessore d = 0.8 cm. Calcolare la nuova d.d.p. ai capi di C1.

**Soluzione.** L’inserimento della lastra di materiale conduttore fa sì che cambi la capacità del condensatore ; infatti la distanza tra le armature diventa d = 0.2 cm. Risulta:

; la capacità equivalente del sistema diventa ; il processo è a carica costante, ovvero si mantiene costante la carica totale ; con il cambiamento

delle capacità, però, le cariche si redistribuiscono tra ; comunque .

Da

**Problema 9.6** Nella configurazione dell’esercizio precedente se il generatore rimane collegato e viene inserita tra le armature di C3 una lastra di materiale conduttore con la stessa area delle armature e spessore d = 0.8 cm. Calcolare la nuova carica 3’ sulle armature di C3.

**Soluzione.** Da ricaviamo

**Condensatori con dielettrici**

**Problema 10.1** Due condensatori C1 = 100 pF e C2 = 500 pF sono collegati in serie. La distanza tra le armature dei due condensatori è d = 5 mm. I due condensatori sono collegati ad un generatore di d.d.p. V0 = 300V. Calcolare:

1. q1, q2, V1,V2, E1, E2, 1, 2 ed il lavoro Lg eseguito dal Generatore per caricare il sistema.

Viene ora inserita in C1 una lastra di materiale dielettrico di cost. dielettrica relativa r= 5 che occupa completamente lo spazio tra le armature. Calcolare

1. q1’, q2’, V1’,V2’, E1’, E2’, 1’, 2’, p, e la variazione di energia interna del sistema (il lavoro Lg eseguito dal Generatore), nel caso in cui il generatore venga scollegato prima dell’inserimento del dielettrico, oppure rimanga collegato.

**Soluzione.** a) La ;

; ;

E’ possibile anche calcolare le aree dei due condensatori:

da ; ;

b) Processo a q = costante: ; ;

Ai capi delle armature di la d.d.p. non varia, (.

;

b) Processo a V = costante: ; ; ;

;

**Problema 10.2** Ricalcolare le variabili elettrostatiche nel sistema del problema precedente, se i due condensatori C1 e C2 sono collegati in parallelo.

**Soluzione.** La ;

;

E’ possibile anche calcolare l’area dei due condensatori:

da ; ;

b) Processo a q = costante: ; ;

; ;

b) Processo a V = costante: ; ; ;

;

**Problema 10.3** Due condensatori in serie C1 e C2 sono collegati ad un generatore di d.d.p. Il sistema dei due condensatori è collegato ad un generatore di d.d.p. V0. I due condensatori hanno ugual area A, mentre d1 = d2 = 0.5 cm. C1 è completamente riempito di dielettrico di costante r;

C2 è vuoto. Se V1 e V2 sono le d.d.p. ai capi dei due condensatori, risulta V2/V1 = 4. Sapendo inoltre che il campo elettrico in C2 è E2 = 8 kV/m, calcolare r e V0. [V0 = 50V; r = 4]

**Soluzione.** Dalle caratteristiche geometriche risulta che, senza il dielettrico interposto, .

; essendo in serie risulta anche , da cui ; quindi:

; dal campo elettrico possiamo scrivere: ; essendo risulta

e

**Problema 10.4** Un condensatore piano è formato da due piatti || di area A = 120 cm2 e distanza

d = 1.60 cm ed è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 200V. Il generatore viene staccato e fra i due piatti viene inserita una piastra di materiale dielettrico di costante dielettrica relativa r= 4, della stessa area e di spessore a = 1.20 cm. Determinare

1. il lavoro che viene compiuto sulla lastra dalle F del campo
2. la tensione ai capi del condensatore dopo che è stata inserita la lastra.

[ processo a Q = cost: q0 = 1.33nC; Vf = 87.7V ; Lfc = - Ue = - (Uf – Ui) = - ½ q0 V = -74.5 nJ]

**Soluzione.** Il processo è a carica costante. Inizialmente:

; la carica . Dopo l’inserimento del dielettrico, il sistema è equivalente a due condensatori con la stessa superficie delle armature, e distanze, e . Infatti possiamo pensare di depositare un doppio strato di carica di spessore nullo, sulla superficie del dielettrico: possiamo pensare il sistema come formato da due condensatori in serie, . Risulta, per la parte vuota del condensatore , mentre per la

parte con dielettrico ; la capacità equivalente: . La d.d.p. finale

è data da . Il Lavoro delle forze del campo per inserire la lastra è dato da:

**Problema 10.5** Tre condensatori C1 C2 C3 sono collegati con C3 in parallelo alla serie di C1 e C2.

I tre condensatori hanno uguale area A, e sono collegati ad un generatore di d.d.p. V0 = 300 V. C1 e C2 hanno uguale distanza d = 0.5 cm tra le armature, mentre C3 ha distanza 2d. Calcolare:

1. la densità superficiale di carica 3 sulle armature di C3.

Tra le armature di C3 viene inserita una lastra di materiale dielettrico di suscettività e = 4 che occupa completamente lo spazio tra le armature. Calcolare:

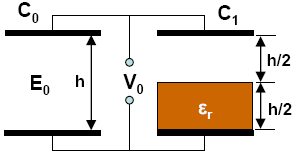
1. nel caso in cui l’inserimento avvenga con il generatore collegato, la nuova densità di carica sulle armature di C3;
2. nel caso in cui l’inserimento avvenga con il generatore non collegato, la nuova d.d.p. ai capi del sistema.

**Soluzione.** a) ricaviamo

b) processo a potenziale costante: ;

c) processo a carica costante: inizialmente, dalle caratteristiche geometriche, si ha ; quindi ; la capacità equivalente dei tre condensatori è ; .

Dopo l’inserimento del dielettrico, e

**Problema 10.6** Due condensatori piani C0 e C1, uguali ad armature

quadrate (superficie L2 separate dalla distanza h = 2 cm) sono

connessi in parallelo. Lo spazio tra le armature di C0 è vuoto, mentre

quello tra le armature di C1 è riempito per metà da una lastra di

materiale dielettrico (spessore h/2, superficie L2 e costante dielettrica

relativa ****r). Il sistema viene caricato da un generatore con d.d.p. V0.

Una volta staccato il generatore, si osserva che sulle armature di C0 c’è una densità di carica libera ±0= 1.77 **·** 10-6 C/m2 ed un campo E0 = 2.5 Ed dove Ed è il campo elettrico nel dielettrico di costante ****r. Determinare:

a) la d.d.p. V0;

b) il valore di **r** .

c) la densità di carica libera sulle armature di .

**Soluzione.** a) ;

b) per calcolare **r** dobbiamo calcolare il campo nella zona vuota di . Imponiamo che la d.d.p. nei due condensatori e sia la stessa e scriviamo la relazione che deriva dalla discontinuità del campo elettrico nel passaggio da vuoto a dielettrico nel condensatore

Risolvendo il sistema si ottiene ;

c)

**Problema 10.7** Due condensatori C1 e C2 sono collegati ad un Generatore che eroga una d.d.p.

V0 = 750 V. Il condensatore C2 ha capacità C2 = 700 pF, mentre C1 è un condensatore piano con armature di superficie S = 800 cm2, distanti d = 2 mm, avente l’aria per dielettrico.

Viene ora inserita tra le armature di C1 una lastra di dielettrico di costante dielettrica relativa

εr = 2.5. La lastra riempie completamente lo spazio tra le armature.

Calcolare, dopo che è stata inserita la lastra:

a – la variazione di carica Δq2 sulle armature del condensatore C2; (116.8 nC)

b – la variazione della d.d.p. ΔV1 ai capi di C1; (-167 V)

c – la variazione di energia elettrostatica del sistema di condensatori. (43.9 μJ)

d - l’energia fornita dal Generatore al sistema dei due condensatori. (- 87.8 μJ)

**Problema 10.8** Due condensatori C1 e C2 sono collegati ad un Generatore che eroga una d.d.p.

V0 = 750 V. Il condensatore C2 ha capacità C2 = 700 pF, mentre C1 è un condensatore piano con armature di superficie S = 800 cm2, distanti d = 2 mm, avente l’aria per dielettrico.

Il Generatore viene ora disinserito e viene introdotta tra le armature di C1 una lastra di dielettrico di

costante dielettrica relativa εr = 2.5. La lastra riempie completamente lo spazio tra le armature.

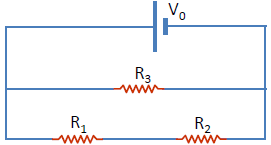
Calcolare, dopo che è stata inserita la lastra:

a – la variazione della d.d.p. ΔV1 ai capi di C1; (- 299 V)

c – la variazione di energia elettrostatica del sistema di condensatori. (- 52.7 μJ)

d - l’energia fornita dal Generatore per caricare inizialmente i due condensatori. (- 132.3 μJ)

**Correnti continue**



**Problema 2** Due resistenze R1 = 62  e R2 = 10  sono

Collegate in serie. Una terza resistenza R3 = 90  è collegata

in parallelo alla serie delle due. Il sistema delle tre resistenze

è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 1000V. Calcolare

1. V1, V2 , le correnti, la potenza erogata dal generatore.

R1 viene ora messa in corto. Calcolare

1. le correnti e la potenza erogata, nei due casi, in cui si abbia generatore di tensione

( o di corrente .

**Soluzione.** a)

; ;

; ;

b) ;

;

**Problema 3** Due resistenze R1 = 20 e R2 = 30 sono collegate in parallelo. Una terza resistenza R3 è collegata in serie al parallelo delle due. Il sistema delle tre resistenze è collegato ad un generatore di d.d.p. V0 = 100V. Calcolare R3 perché la potenza erogata dal generatore sia di 500W.

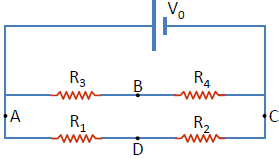
**Soluzione.** ;

;

; ;

**Problema 4** Tre resistenze uguali dissipano 10W se collegate tra loro in serie e ad un generatore di d.d.p. V0. Calcolare la potenza dissipata dal parallelo delle tre resistenze, se collegate allo stesso generatore.

**Soluzione.** Tre resistenze uguali in serie sono equivalenti a una ; sottoposte ad una dissipano una potenza ; ; questo significa che ogni resistenza sottoposta ad una dissipa una potenza . Se le tre resistenze sono disposte in parallelo e collegate alla stessa la potenza dissipata sarà pari a



**Problema 11.5** Il ponte di Wheatstone è un circuito formato da un

generatore di d.d.p. e da quattro resistenze esterne disposte a coppie

in serie e collegate in parallelo, come rappresentato in figura.

Il circuito viene utilizzato per misure di precisione di una resistenza

incognita, note le altre tre. La resistenza R2 è variabile. Misurando

la d.d.p. V = VB – VD, imponendo che per un ben preciso valore di

R2 V sia nulla, possiamo ricavare il valore di R4, che è la resistenza incognita.

**Soluzione.** Calcoliamo la resistenza equivalente del circuito: ;

;

; ;

;

Se, sarà ; invertendo i rapporti:

da cui

**Problema 5**

Data la rete di resistenze rappresentata in figura, Calcolare, prima e dopo la chiusura dell’interruttore S:

1. le d.d.p. ai capi delle resistenze;
2. le correnti che attraversano le quattro resistenze;
3. la potenza erogata dal generatore.

Siano:

V0 = 220V con resistenza interna del generatore r = 0.2;

R1 = 10 ; R2 = 20 ; R3 = 5.

Prima della chiusura:

il circuito è costituito dal parallelo di e

in serie alla resistenza interna del generatore.

Il generatore fornisce una corrente

La caduta di potenziale ai capi di :

Tra i punti A e C c’è allora una ddp:

Le due resistenze sono attraversate da correnti

Dopo la chiusura di S:

il circuito è costituito dal parallelo di e

in serie alla resistenza interna del generatore.

Il generatore fornisce una corrente

La caduta di potenziale ai capi di :

Tra i punti A e C c’è allora una ddp:

Le tre resistenze sono attraversate da correnti

**Problema 6**

E’ dato il circuito rappresentato in figura, in cui r = 0.8 rappresenta il valore della resistenza interna del generatore; il generatore, se non è attraversato da corrente (senza carico), fornisce, tra i punti B e C una differenza di potenziale V0 = 12V. I valori delle resistenze sono:

R1 = 10 ; R2 = 30 ; R3 = 10 ; R4 = 25 ; R5 = 10. Caratterizzare il sistema, ovvero calcolare la resistenza equivalente del circuito, diff. di potenziale ai capi delle resistenze e le correnti che attraversano i vari rami e la potenza fornita dal generatore.



*Parallelo* :

*Serie*

La corrente fornita dal generatore:

Questa carrente attraversa le resistenze ; ai capi delle due resistenze c’è una caduta di potenziale:

Tra i punti D e C, ovvero ai capi di e di c’è una caduta di potenziale:

La corrente si divide tra il ramo con resistenza e ; si ha:

Ai capi di si ha allora una caduta di potenziale

;

ai capi di una caduta di potenziale

.

Infine le correnti :