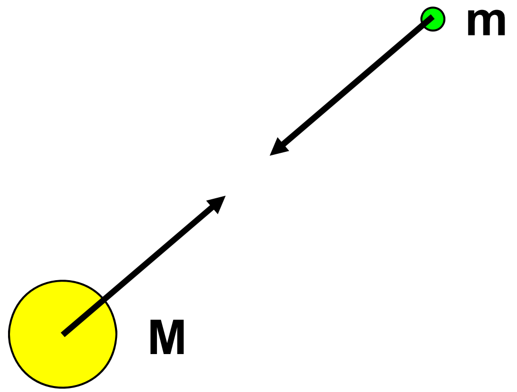
La Forza di gravitazione universale

Due corpi di masse m_1 ed m_2 a distanza r l'uno dall'altro si attraggono con una forza detta di gravitazione universale:

$$F_{12} = - F_{21} = G \frac{m_1 \; m_2}{r^2}$$



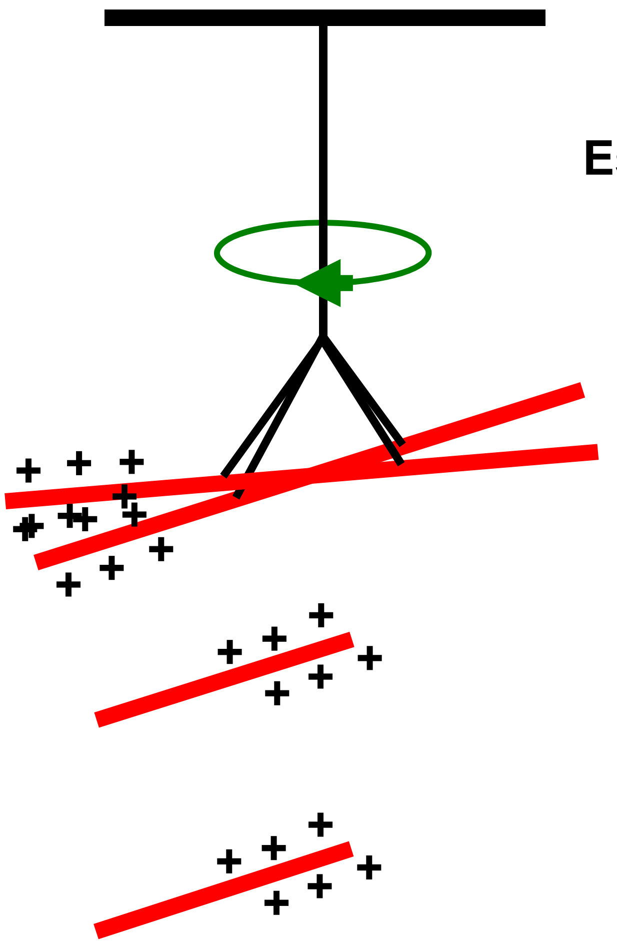
$$G = 6.67\ 10^{-11}\ \ N\ m^2\ kg^{-2}$$

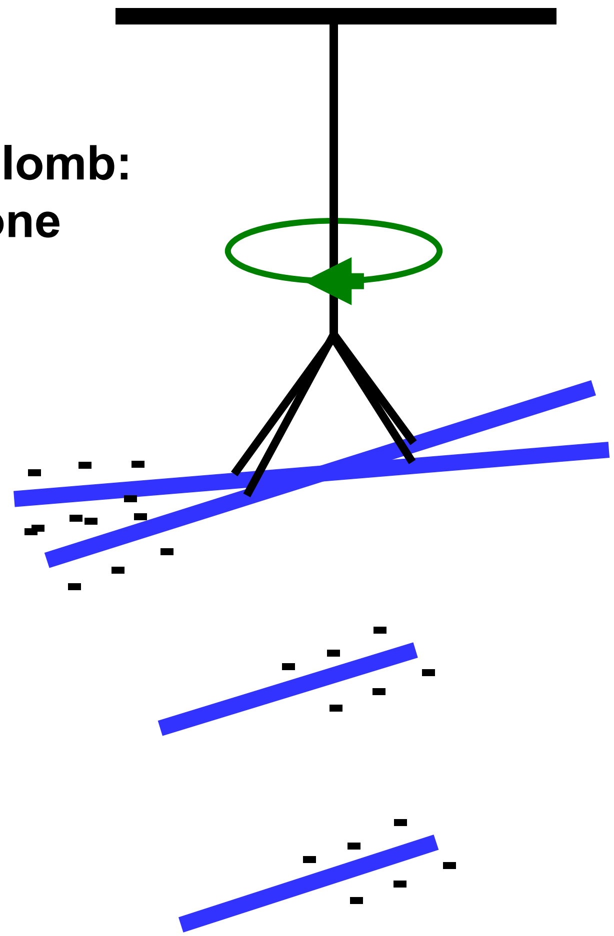
$$F_{12} = - F_{21} = \boxed{G \frac{M}{r^2}}\, m = m \boxed{g}$$

Ponendo $M = 5.98\ 10^{24}$ kg, $R = 6.37\ 10^6$ m, si ottiene

$$\boxed{g} = G\, M_T\, R_T^{-2} = 9.83\ m/s^2$$

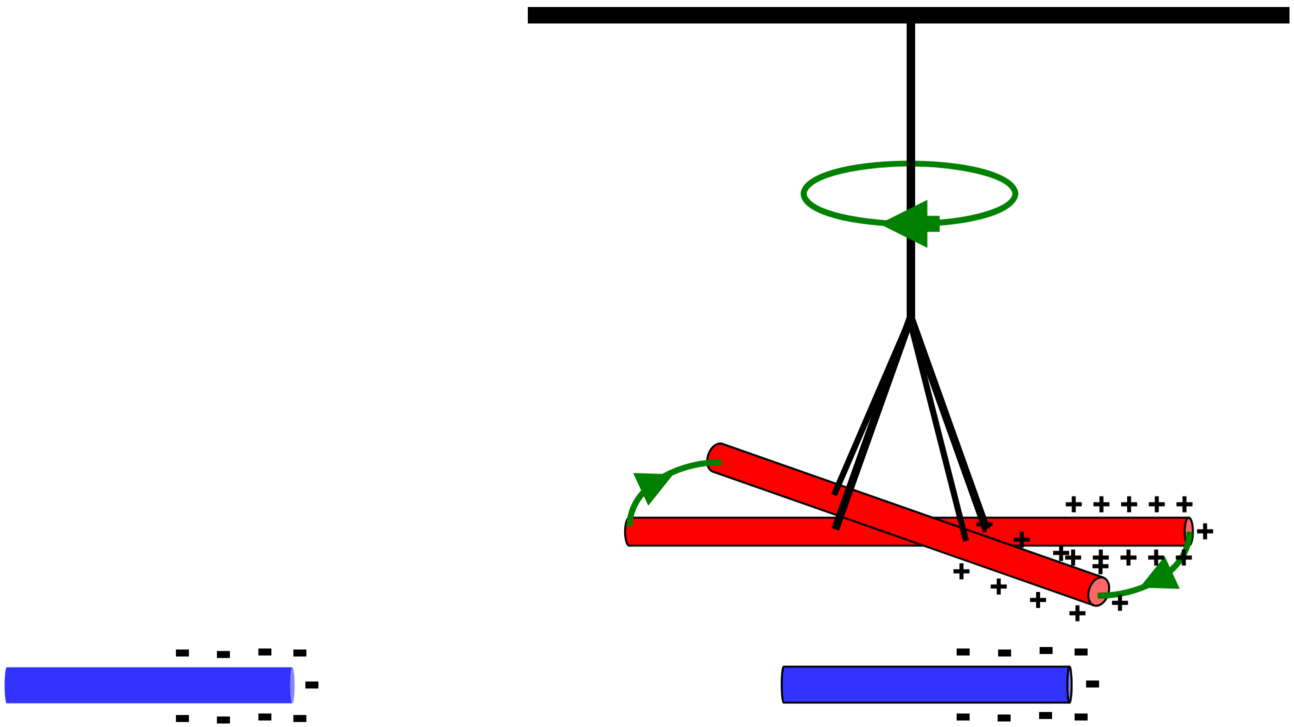
Esperimento di Coulomb:
Bilancia di torsione





Bacchette di vetro strofinate con lana

Bacchette di ambra strofinate con pelle di gatto



Bacchetta di vetro e di ambra si attraggono

Esistono cariche di due segni.

Per convenzione alle cariche sulla bacchetta di vetro viene attribuito il segno " + "

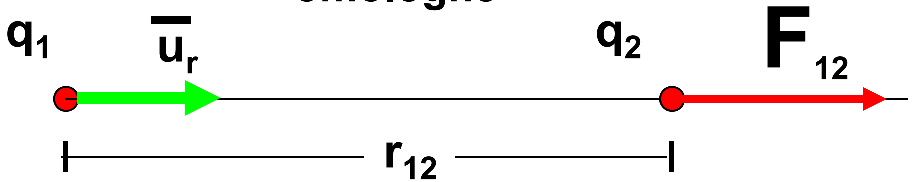
La legge di Coulomb

L'interazione tra cariche elettriche è descritta dalla legge di Coulomb

$$\overline{F}_{12} = -\overline{F}_{21} = k_e \frac{q_1 \, q_2}{r_{12}^2} \overline{u}_r$$

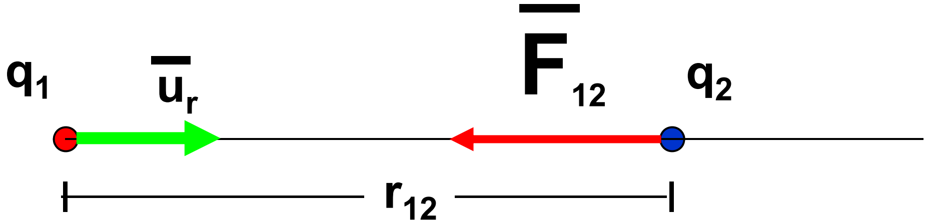
Consideriamo q_1 come sorgente del Campo

Se q_1 e q_2 sono omologhe



$$\overline{F}_{12} = +k_e \frac{q_1 \, q_2}{r_{12}^2} \overline{u}_r$$

Se q_1 e q_2 sono eterologhe



$$\overline{F}_{12} = -k_e \frac{q_1 \, |q_2|}{r_{12}^2} \overline{u}_r$$

$q_2 < 0$

Unità di misura della carica elettrica
il Coulomb

$$F = k_e \frac{q_1 \; q_2}{r^2}$$

$$q_1 = q_2 = 1\ \mathrm{C}$$

$$r = 1\ \mathrm{m}$$

$$F = 9 \times 10^9\ \mathrm{N}$$

Costanti e unità di misura

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \ \frac{N\,m^2}{C^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \ \frac{C^2}{N\,m^2}$$

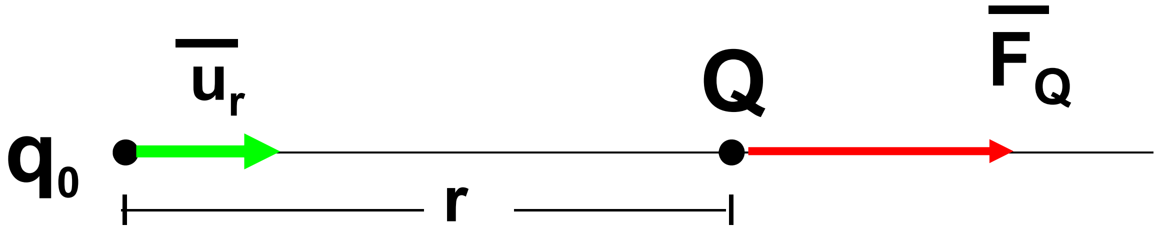
$\varepsilon_0 \rightarrow$ **c (vel della luce) = 2.98 x 10^8 m/s**

La carica elettrica è sempre multipla intera di una carica elementare:

(esperimento di Millikan)

$$\boxed{e = 1.602 \times 10^{-19}\ C}$$

Il Campo Elettrico



$$\overline{F}_Q = k_e \frac{q_0\ Q}{r^2}\,\overline{u}_r$$

$$= \boxed{k_e \frac{q_0}{r^2}\,\overline{u}_r}\ Q$$

$$= \overline{E}\ Q$$

In questa espressione separiamo i termini che costituiscono il contributo (Campo) della carica q_0 che produce la Forza, dalla carica Q che subisce la Forza

Alla parte cerchiata, si dà il nome di

Campo Elettrico

La carica diventa il punto di discontinuità del campo E

L’energia potenziale

Il potenziale elettrico

Per la forza di gravità abbiamo trovato

$$L_g = -mg\ (y_f - y_i) = -(mg\, y_f - mg\, y_i)$$

Definita la grandezza fisica

$$U_g = mgy$$

Possiamo scrivere la relazione precedente come

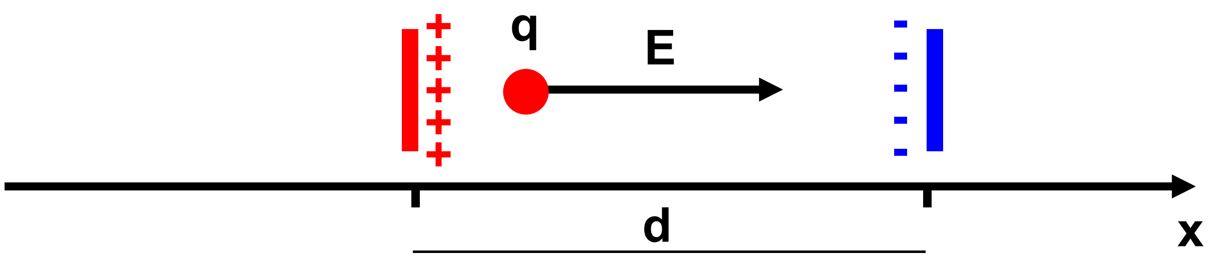
$$L_g = -(U_{gf} - U_{gi}) = -\Delta U_g$$

In ogni punto dello spazio
che ha un ben preciso valore della coordinata y,
la grandezza U_g assume uno ed un solo valore.

La grandezza fisica U_g è una funzione delle coordinate y
ovvero dello stato del sistema

U è una funzione di stato e viene chiamata:

Energia potenziale gravitazionale.



Per il campo elettrico, nel caso in cui E = cost

$$L_e = q\,E\,d = q\,V$$

Definita la grandezza fisica $U_e = -\,q\,E\,d = -\,q\,V$

Possiamo scrivere la relazione precedente come

$$L_e = -\,q\,(V_{ef} - V_{ei}) = -\,q\,\Delta V_e$$

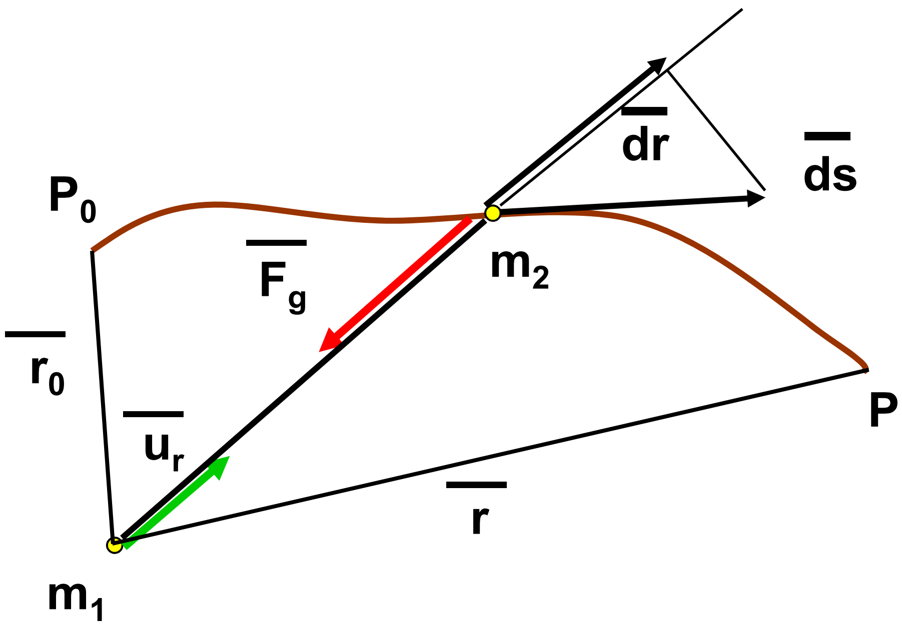
U , V sono funzioni di stato e sono chiamate:

U Energia potenziale elettrica
V Potenziale elettrico

Verifichiamo se la forza di gravitazione universale è conservativa
Applichiamo la definizione di Forza conservativa:

$$\oint \overline{F} \bullet \overline{ds} = 0$$

Ovvero calcoliamo il Lavoro fatto da F per andare da un punto P_0 a P:
e verifichiamo se questo dipende solamente
dalle coordinate dei punti iniziale e finale



$$dL_g = \overline{F_g} \bullet \overline{ds} = F_r \; dr$$

$$L_g = \int_{r_0}^{r} -G \; (m_1 m_2) \; \frac{dr}{r^2}$$

$$= -G \; (m_1 m_2) \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_{r_0}^{r}$$

$$L_g = \boxed{G\, m_1\, m_2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) = -\,(U - U_0)} \qquad L_g = -\Delta U$$

$$U = U_0 - G\, m_1\, m_2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

U_0 rappresenta il valore che l'Energia potenziale assume nel punto P_0

Il punto P_0 è arbitrario

Il valore di U_0 è arbitrario.

Scegliamo allora il punto P_0 all'infinito $\qquad P_0 \rightarrow \infty \qquad \dfrac{1}{r_0} \rightarrow 0$

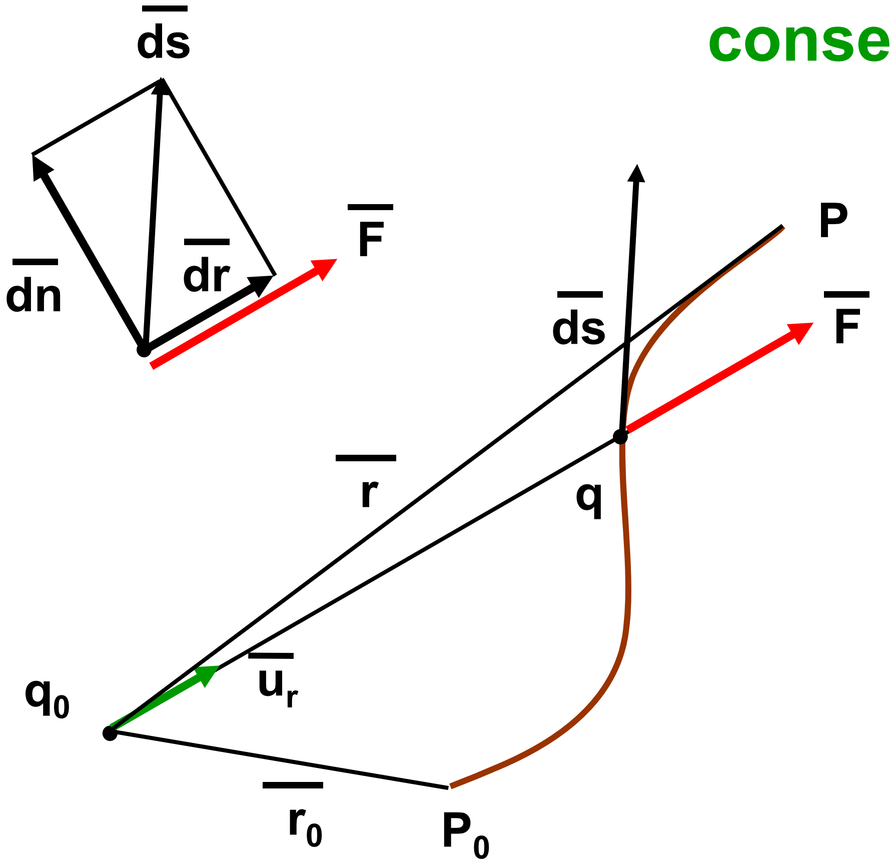
e poniamo $U_0 = 0$

$$U = -\, G\, m_1\, m_2 \frac{1}{r}$$

Energia potenziale gravitazionale.

L’energia potenziale elettrostatica

Tutte le Forze centrali sono conservative



$$dL_e = \overline{F} \bullet \overline{ds} = F_r \; dr$$

$$L_e = \int_{r_0}^{r} k_e \; q_0 \, q \; \frac{dr}{r^2}$$

$$= + k_e \; q_0 \, q \; \left(- \frac{1}{r} \right) \Bigg|_{r_0}^{r}$$

$$L_e = - k_e \; q_0 \, q \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right]$$

$$L_e = - k_e \; q_0 \, q \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right] \qquad L_e = - \Delta U = - (U - U_0)$$

$$U = U_0 + k_e \, q_0 \, q \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

U_0 rappresenta il valore che l'Energia potenziale assume nel punto P_0

Il punto P_0 è arbitrario

Il valore di U_0 è arbitrario.

Scegliamo allora il punto P_0 all'infinito $\quad P_0 \rightarrow \infty \quad \dfrac{1}{r_0} \rightarrow 0$

E poniamo $U_0 = 0$

$$U = + \; k_e \, q_0 \, q \, \frac{1}{r}$$

$\boxed{\text{Energia potenziale elettrostatica.}}$

Si può pensare il CE come
la Forza che agisce sull'unità di carica positiva

$$\frac{\overline{\mathbf{F}}_e}{q} = \overline{\mathbf{E}}$$

Così si può pensare il potenziale come
l'energia potenziale dell'unità di carica positiva

$$V(r) = \frac{U(r)}{q}$$

Si applicano al potenziale le stesse definizioni e proprietà
valide per l'energia potenziale

$$V(P) = V(P_0) - \int_{P_0}^{P} \overline{\mathbf{E}} \cdot \overline{\mathbf{ds}}$$

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

$$V(P_0) = 0 \qquad V = + k_e q_0 \frac{1}{r}$$

$$P_0 \rightarrow \infty$$

$$\overline{E} = -\overline{\nabla} V$$

$$\overline{E} = -\overline{\text{grad}}\ V$$

Unità di misura

Dalle relazioni:

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}_e}{q} \qquad E \equiv \left[\frac{N}{C}\right]$$

$$V = \frac{U}{q} \qquad V \equiv \left[\frac{J}{C}\right] = [\,V\,]$$

(Volt)

e dalla

$$\overline{E} = -\overline{\nabla} V \qquad E \equiv \left[\frac{V}{m}\right]$$

L'elettronvolt [eV] pari all'energia potenziale che ha una carica elettronica sottoposta ad una d.d.p. di 1 Volt.

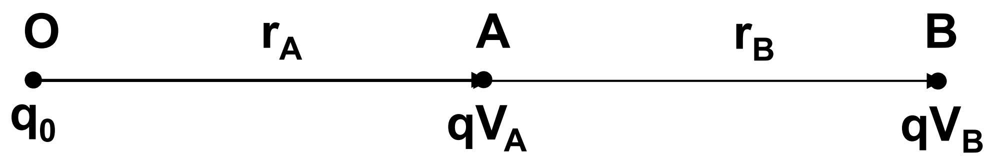
1 eV = 1.602 10^{-19} C V = 1.602 10^{-19} Joule

Moto di cariche in CE

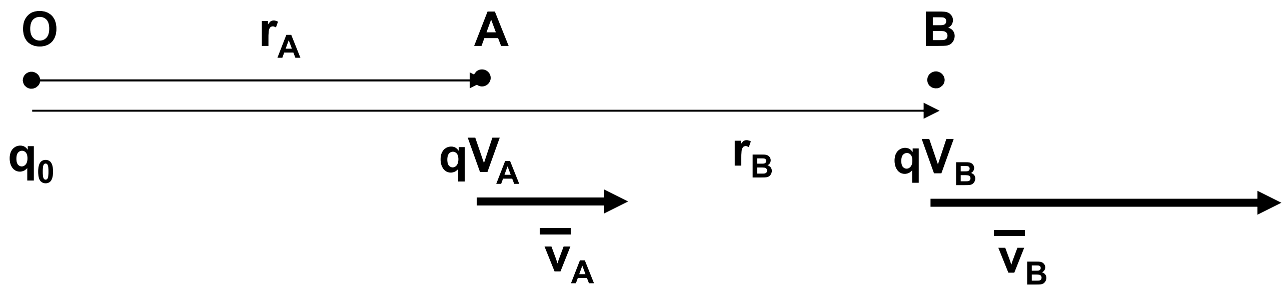
La forza che descrive l'interazione tra cariche elettriche è la Forza di Coulomb, che dipende dall'inverso della distanza al quadrato. L'accelerazione subita da una carica q in un campo di Forze di questo tipo non è costante e quindi non è possibile applicare le equazioni della cinematica, salvo qualche caso particolare (CE costante)

$$\overline{F} = k_e \frac{q_1 \; q_2}{r^2} \overline{u_r} = m \overline{a} \qquad\qquad \overline{a} = k_e \frac{q_1 \; q_2}{m \, r^2} \overline{u_r}$$

Nel caso di moto di cariche elettriche in CE esterno, dovremo quindi fare ricorso al teorema di conservazione dell'energia, dal momento che il Campo Elettrostatico è conservativo.



Una carica q, lasciata libera di muoversi nel campo generato da una q_0 si sposterà verso zone ad energia potenziale più bassa.



Per il teorema di conservazione dell'energia sarà:

$$q\,V_A + \tfrac{1}{2}\,m\,v_A^2 = q\,V_B + \tfrac{1}{2}\,m\,v_B^2$$

In particolare se $v_A = 0$, **posto**

$qV_A = U_A = U_i$ $\quad qV_B = U_B = U_f$ $\quad v_B = v_f$ **risulterà:**

$$U_i + 0 = U_f + \tfrac{1}{2}\,m\,v_f^2$$

$$v_f = \left[(U_i - U_f)\,\frac{2}{m} \right]^{1/2}$$

Conduttori

Materiali

Conduttori
(Metalli)

dotati, al proprio interno, di un numero N molto elevato di cariche libere
$n = 10^{28}$ q/m^3

All'equilibrio

$$E_{int} = 0 \Rightarrow V_{int} = cost$$

Dielettrici
(isolanti)

dotati, al proprio interno, di un numero N scarso di cariche libere
$n = 10^{7}$ q/m^3

In CE esterno

$$E_{int} \neq 0$$

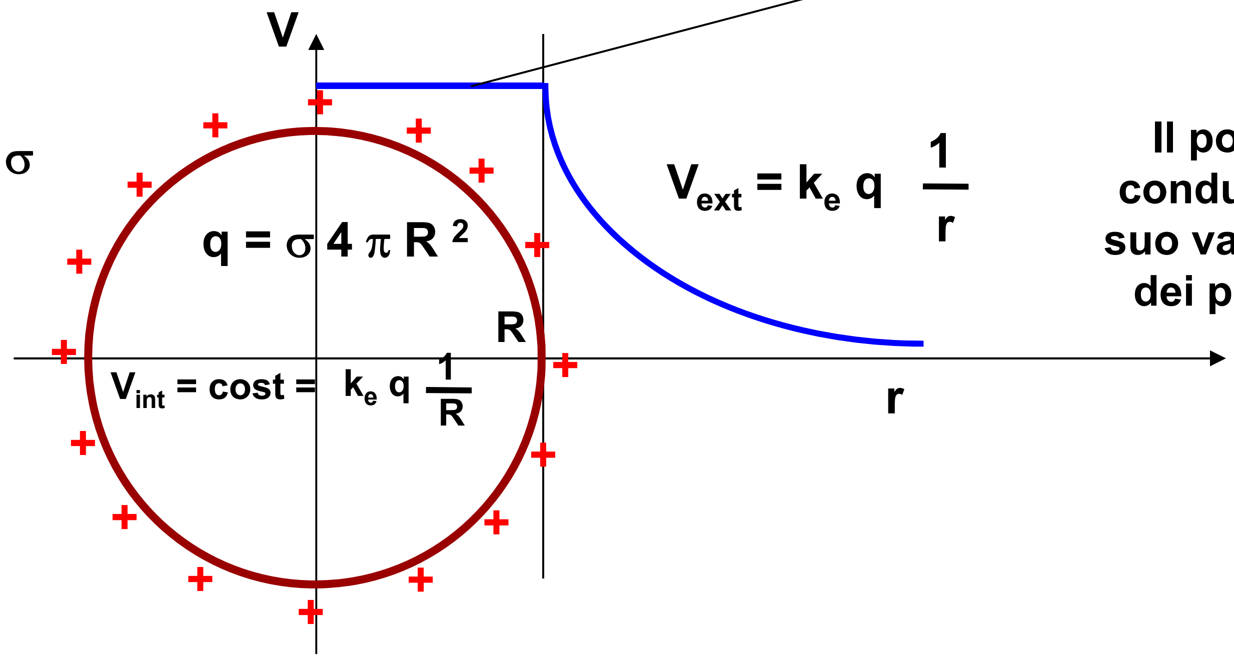
Semiconduttori (Si, Ge, GaAs, GaAsAl, InSb, GaSb,……)

Plasma: gas ionizzato, costituito da un insieme di elettroni e ioni e globalmente neutro

$$V(P) = -\int_{\infty}^{P} \overline{E_e} \cdot \overline{ds} \qquad V(\infty) = 0$$

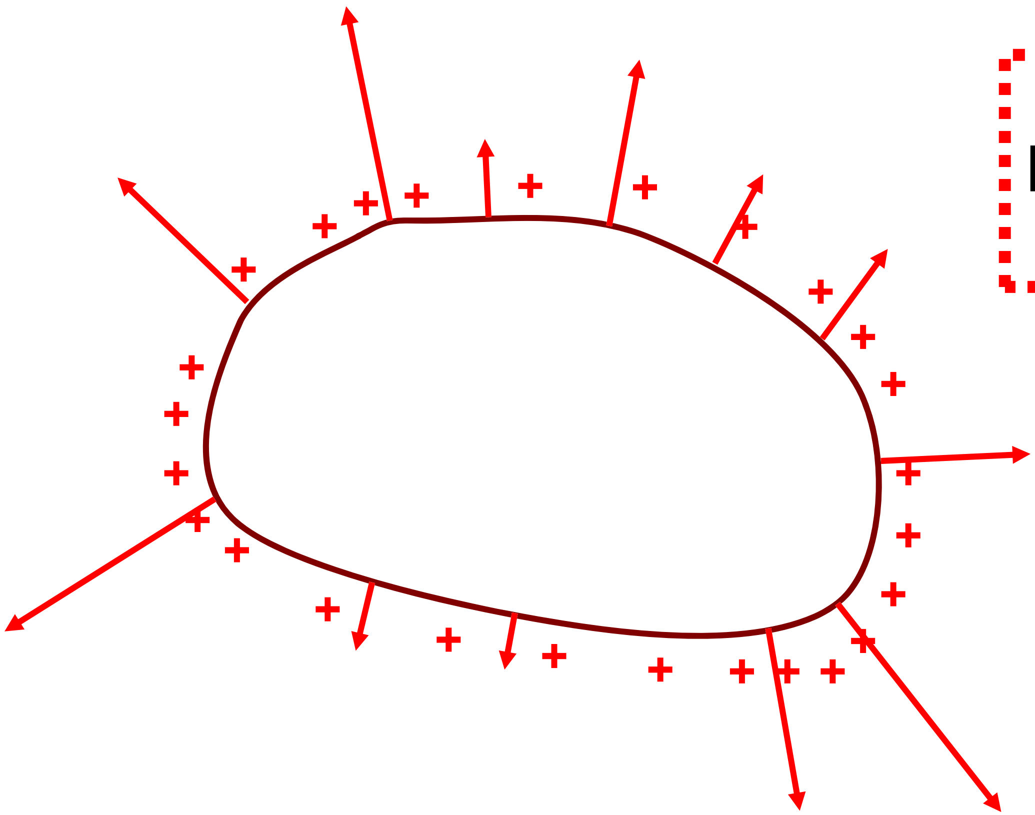
Il valore del potenziale dipenderà dalla carica del conduttore e dalla sua forma geometrica.
Se il conduttore ha forma sferica, (raggio R), il potenziale è il potenziale di una distribuzione superficiale sferica di carica:

$$V_{ext} = + k_e q \frac{1}{r} \qquad V_{int} = + k_e q \frac{1}{R}$$



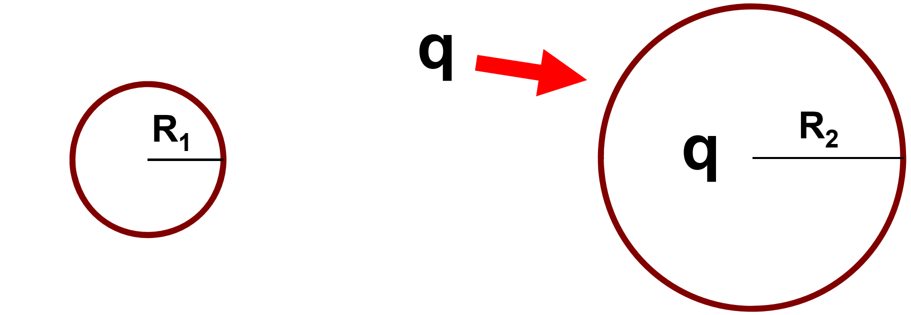
Il potenziale interno del conduttore è costante ed il suo valore è uguale a quello dei punti della superficie.

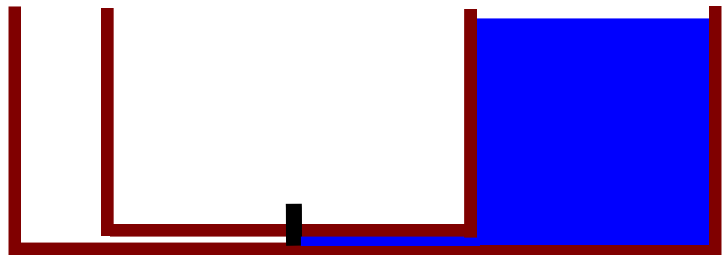
La superficie di un conduttore è equipotenziale.
Su di essa il CE è diverso da 0 ed è $\perp$ alla superficie stessa



$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

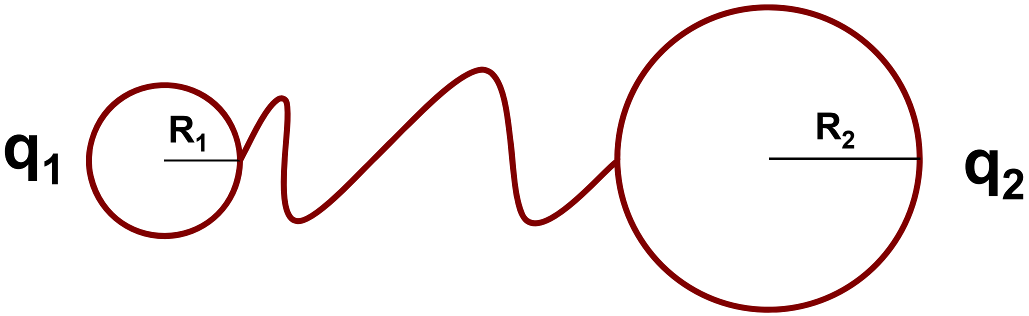
Il modulo del CE dipende dalla densità di carica superficiale del conduttore.
La densità di carica non è costante.
Infatti consideriamo il seguente sistema di due conduttori sferici di raggi R_1 ed R_2 con $R_2 > R_1$. Depositiamo una carica q sulla sfera di raggio maggiore.

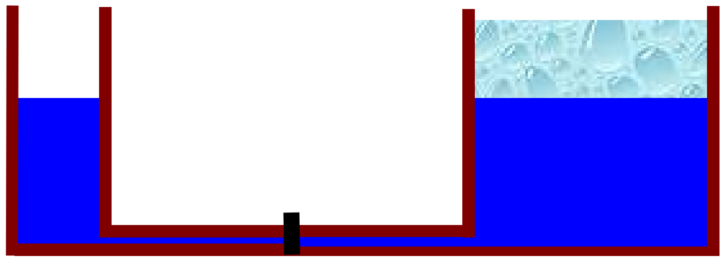


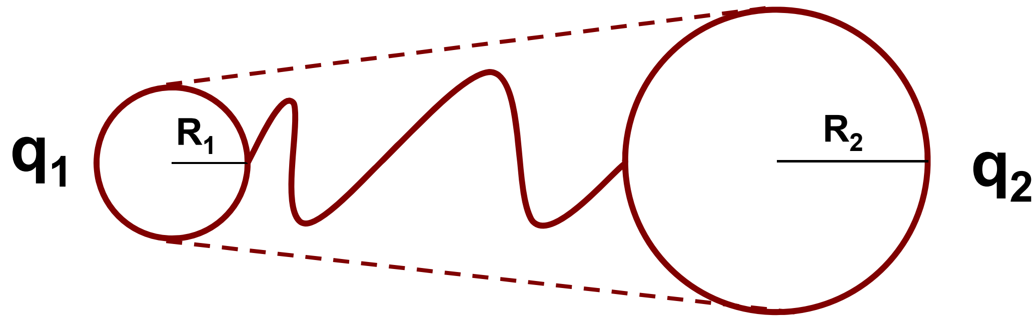


colleghiamo le due sfere con un lungo filo conduttore. La carica si ripartisce tra le due sfere proporzionalmente alle loro dimensioni

Aperta la condotta il liquido si ripartisce tra le due vasche proporzionalmente al loro volume (capacità volumetrica)







Le due sfere sono ora un unico conduttore equipotenziale

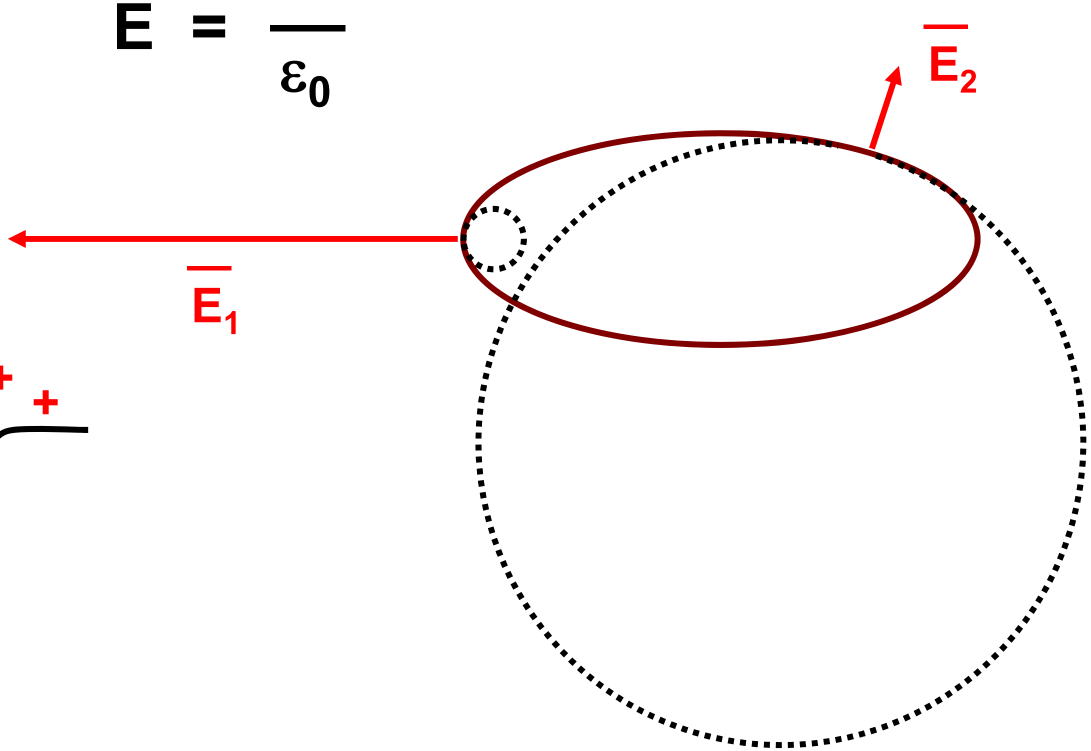
$$V_1 = V_2 \qquad k_e\, q_1 \frac{1}{R_1} = k_e\, q_2 \frac{1}{R_2}$$

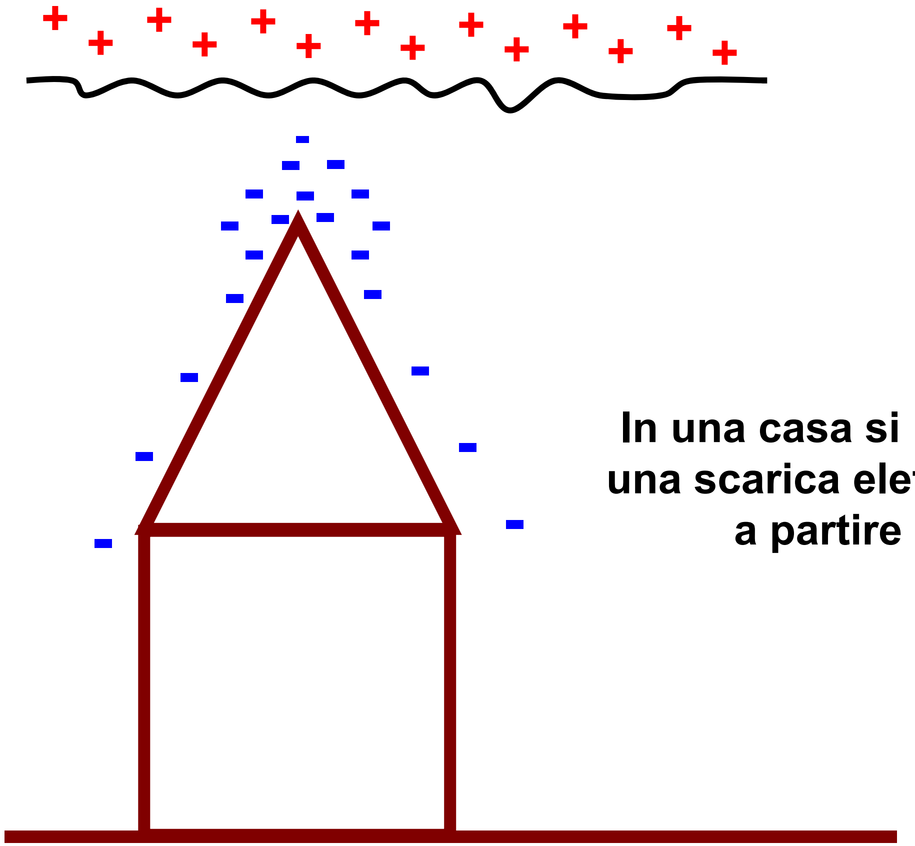
$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \qquad q = \sigma\, 4\, \pi\, R^{\,2} \qquad \frac{\sigma_1\, \cancel{4\,\pi}\, R_1^{\cancel{2}}}{\cancel{R_1}} = \frac{\sigma_2\, \cancel{4\,\pi}\, R_2^{\cancel{2}}}{\cancel{R_2}}$$

$$\sigma_1\, R_1 = \sigma_2\, R_2 \qquad \boxed{\sigma_1 = \sigma_2 \frac{R_2}{R_1}}$$

La densità di carica superficiale dipende dall'inverso del raggio di curvatura della superficie del conduttore in quel punto; è maggiore dove il raggio di curvatura è minore

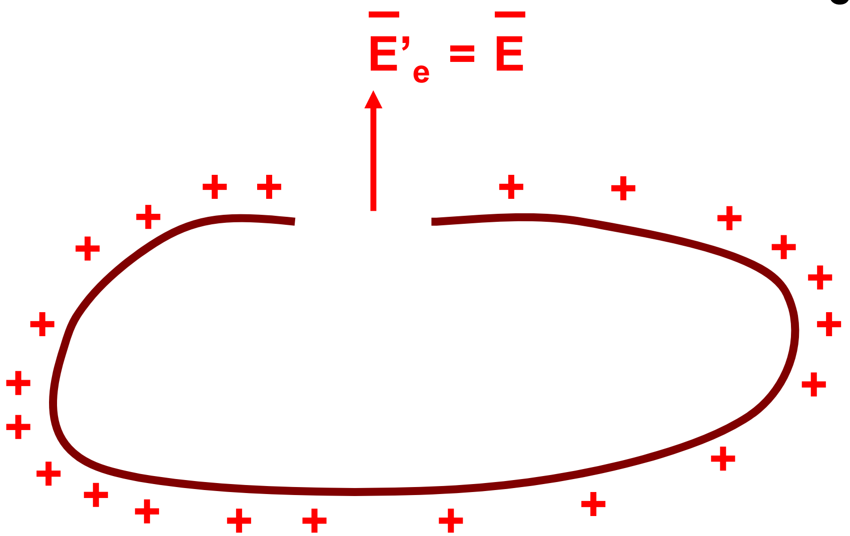
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

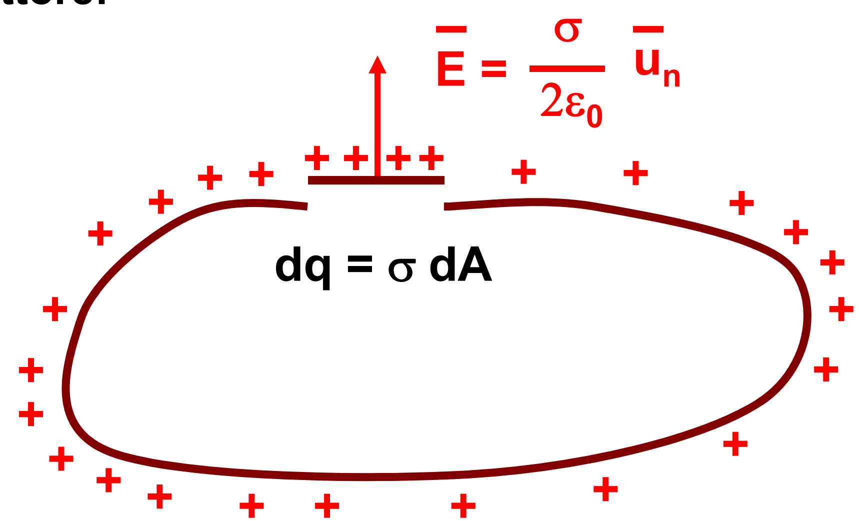




In una casa si può generare una scarica elettrica (fulmine) a partire dal tetto

Una carica dq sulla superficie del conduttore risente di una forza repulsiva dovuta al CE generato in quel punto da tutte le altre cariche presenti sulla superficie del conduttore:





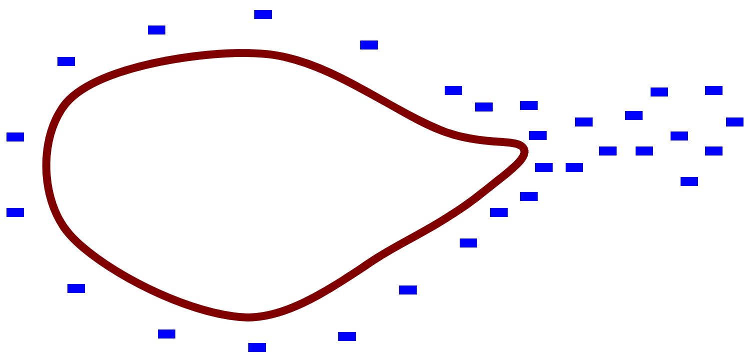
$$dF = dq\,E = \sigma\,dA\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\,dA$$

Si definisce la pressione elettrostatica:

$$p = \frac{dF}{dA} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

$$dF = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} dA \qquad\qquad p = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

La pressione elettrostatica è responsabile del fenomeno dell'effluvio delle cariche, fenomeno che si manifesta in corrispondenza di punte presenti sulla superficie di un conduttore carico.
In tali punte il raggio di curvatura R ➔ 0; σ e di conseguenza la pressione elettrostatica p (che dipende dal quadrato di σ) assumono valori molto elevati
Le cariche presenti sulla superficie del conduttore vengono espulse creando un effetto sonoro (fruscio) e luminoso (luce viola)

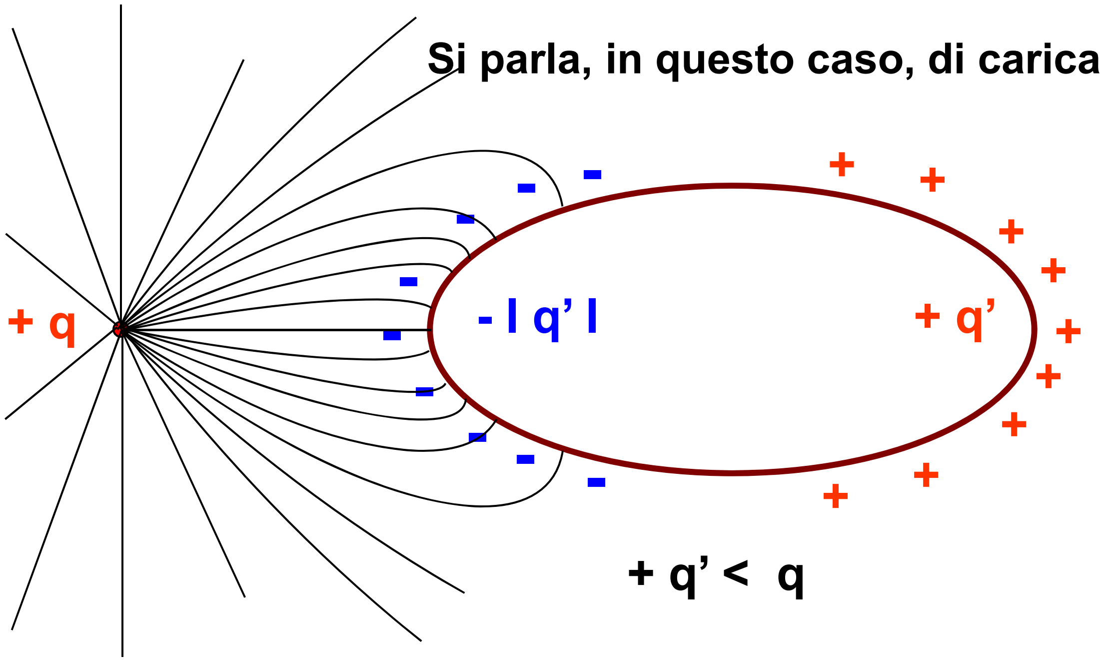


Induzione elettrostatica

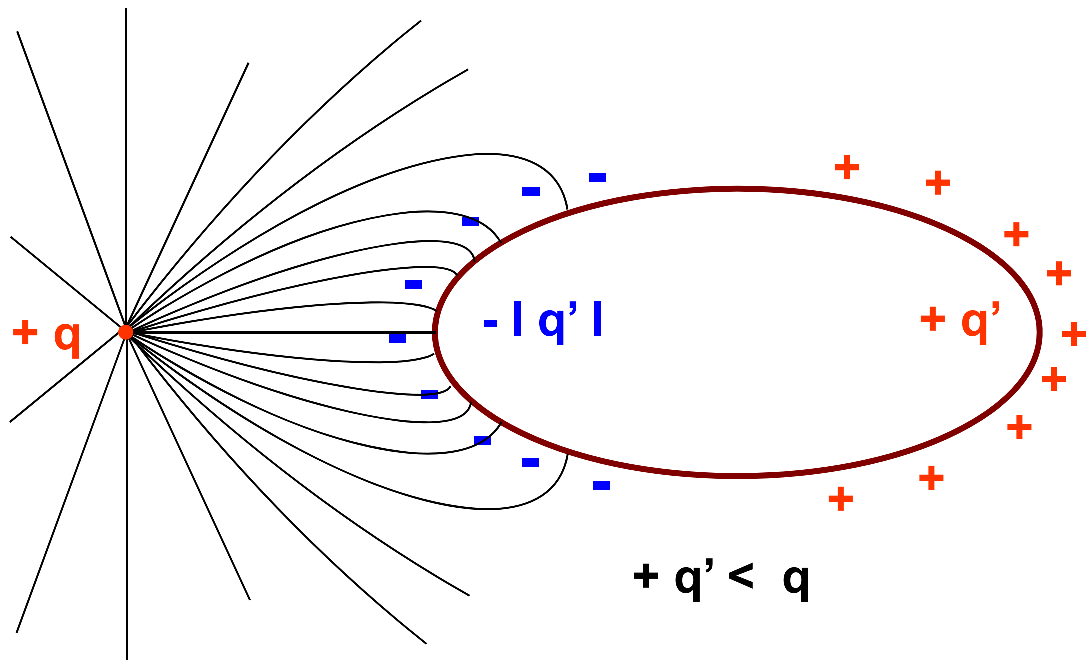
All'interno di un conduttore scarico un elettrone si trova in una buca di potenziale:
se un elettrone dovesse abbandonare il conduttore, questo rimarrebbe carico positivamente, creando un campo che tende a riportare l'elettrone al proprio interno.
Per estrarlo, dovremo quindi applicare un CE esterno molto elevato oppure comunicargli energia sotto qualche forma (effetto termoionico, fotoelettrico….).

Poniamo ora una carica q >0 di fronte ad un conduttore scarico:
nel conduttore la densità di carica per unità di volume è nulla
Sotto l'effetto del CE esterno, generato dalla carica q gli elettroni liberi nel conduttore migrano verso la carica q, lasciando un eccesso di carica positiva dalla parte opposta del conduttore.

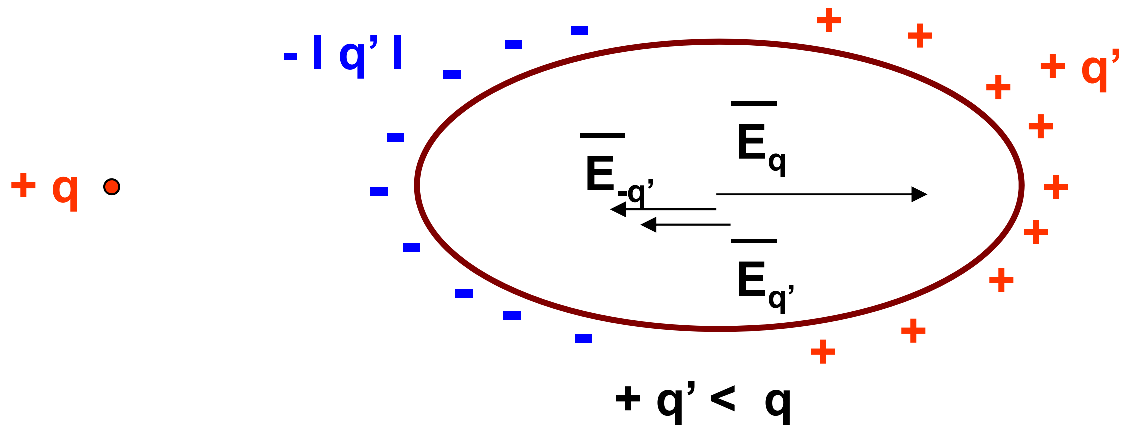
Si parla, in questo caso, di carica indotta.



L'induzione, in questo caso, è parziale, in quanto non tutte le linee di forza che partono da q terminano sul conduttore

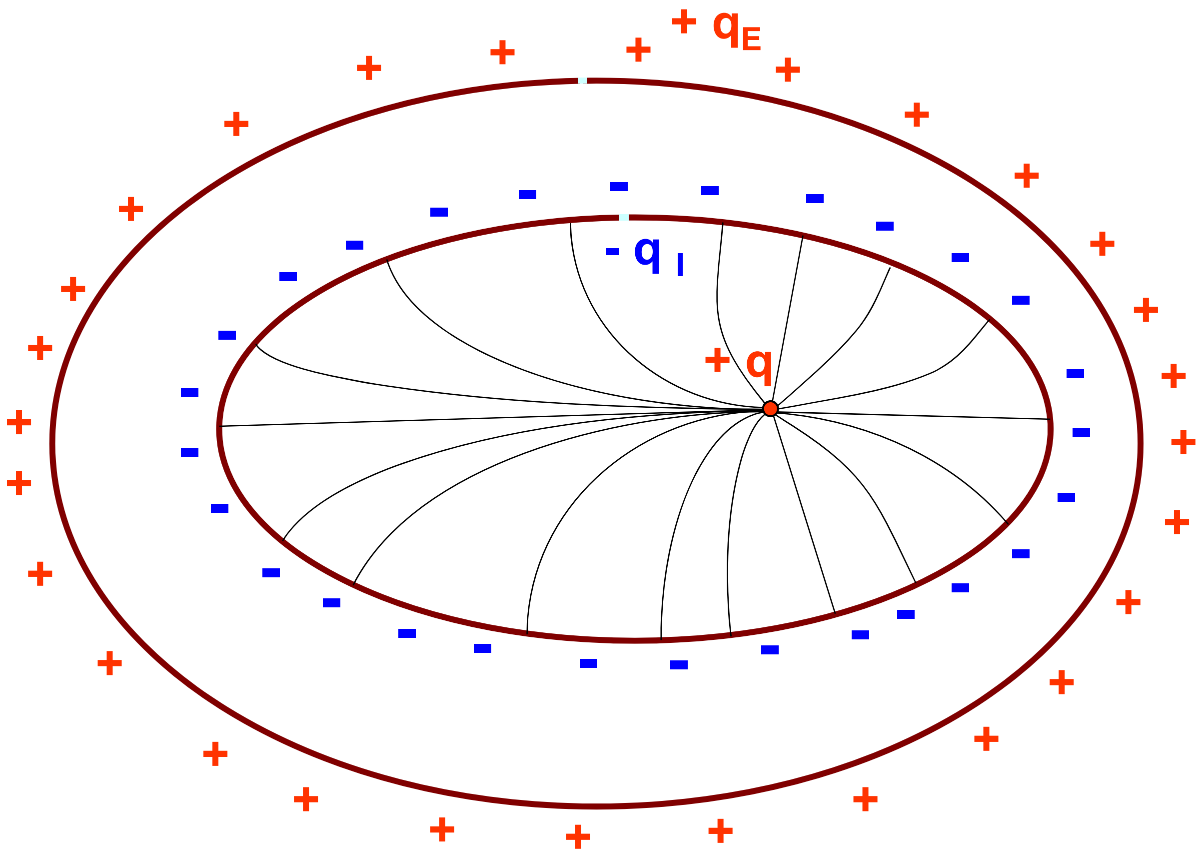


Le cariche si distribuiranno in modo tale che, raggiunto l'equilibrio, il campo interno al conduttore sia nullo:



$$\overline{E}_{-q'} + \overline{E}_q + \overline{E}_{q'} = 0$$

Si ha invece induzione completa quando tutte le linee del campo provenienti dalla prima carica terminano sul conduttore.
Poniamo ad esempio la carica q in una cavità all'interno di un conduttore carico:



In questo caso la carica indotta sulle pareti interna ed esterna del conduttore vale -q e +q ;

infatti il conduttore inizialmente è scarico e tale rimane anche dopo il processo di induzione:

sul conduttore non è stata aggiunta alcuna carica.

$$\Sigma q_{iniz} = 0 \qquad \Sigma q_I + \Sigma q_E = 0$$