

**Prova scritta di Istituzioni di Meccanica Quantistica
Padova - Dipartimento di Fisica - 22 Settembre 2008**

Problema

Una particella quantistica è descritta dall'Hamiltoniana $H = \frac{P^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}X^2$. Siano a^\dagger e a gli operatori di creazione e distruzione e si indichi con $|n\rangle$ ($n \geq 0$) l'autostato di H corrispondente all'autovalore E_n .

1. Dato p , numero intero positivo, si verifichi per quali valori di p gli stati $(a^\dagger)^p|n\rangle$ e $(a)^p|n\rangle$ sono ancora autostati di H e si esprimano gli autovalori corrispondenti in termini di E_n ;
2. Per un generico stato $|n\rangle$ calcolare $\langle X \rangle_n$, $\langle P \rangle_n$, $\langle X^2 \rangle_n$, $\langle P^2 \rangle_n$ e verificare il principio di indeterminazione di Heisenberg;

Si indichino con a_x^\dagger e a_x gli operatori di creazione e distruzione in rappresentazione x e con $\phi_n(x) = \langle x|n\rangle$ le autofunzioni dell'oscillatore armonico con autovalore E_n .

3. Si determinino esplicitamente (i.e. utilizzando a_x e a_x^\dagger) le autofunzioni $\phi_0(x)$ e $\phi_1(x)$ relative ai primi due autostati dell'oscillatore armonico;
4. Supponendo che all'istante $t = 0$ il sistema si trovi nello stato $\psi(x)$ rappresentato dalla funzione d'onda $\psi(x, 0) = \frac{1}{5}\phi_0(x) + \frac{3}{5}\phi_1(x)$, determinare $\langle H \rangle_{\psi(t)}$ per un generico istante di tempo $t > 0$;
5. All'istante di tempo $t = \bar{t}$ si effettua una misura di parità (misura ideale di prima specie) che dà come risultato $\mathcal{P} = 1$. Determinare $\langle H \rangle_{\psi(t)}$, per un generico istante di tempo $t > \bar{t}$ e dire se la misura è stata esotermica ($E(t > \bar{t}) < E(t < \bar{t})$) o endotermica ($E(t > \bar{t}) > E(t < \bar{t})$);
6. All'istante di tempo $t = 2\bar{t}$ viene istantaneamente tolta la buca di potenziale. Si descriva la funzione d'onda per $t > 2\bar{t}$ e si calcolino $\langle X \rangle$ e $\langle P \rangle$.