Prova scritta di Istituzioni di Meccanica Quantistica
Padova - Dipartimento di Fisica - 31 Agosto 2009

Problema

Una particella quantistica di massa M è soggetta al seguente potenziale unidimensionale:

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x \geq L \\ -V_0\delta(x), & x < L \end{cases} .$$

con V_0 e L due numeri reali positivi.

1. Discutere qualitativamente spettro e autofunzioni dell'operatore Hamiltoniano (i.e. si studino i due casi $E > 0$ ed $E < 0$);

Si consideri, in particolare, il sistema nel caso $E < 0$.

2. Si determini la condizione sui parametri L e V_0 affinché esista uno stato legato;
3. Si determinino esplicitamente l'autovalore (E_0) e l'autofunzione (φ_0) di questo stato legato nel limite $L = \infty$.

Si supponga che al tempo $t = 0$ il sistema, considerato in seguito nel limite di L infinito, sia descritto dallo stato $\psi(x, 0) = \varphi_0(x)$.

4. Si determini la probabilità che una misura di parità per $t > 0$ dia come risultato $\mathcal{P} = 1$;
5. Si calcolino le fluttuazioni $(\Delta X)_{\varphi_0}$ e $(\Delta P)_{\varphi_0}$ e si verifichi il principio di indeterminazione di Heisenberg;

Al tempo $t = \bar{t} > 0$ viene rimossa, istantaneamente, la buca di potenziale (i.e. $V_0 = 0$).

6. Discutere qualitativamente l'evoluzione dello stato per $t > \bar{t}$ (cosa ci si aspetta per le quantità $\langle X \rangle_{\psi(t)}$, $\langle P \rangle_{\psi(t)}$, $\langle X^2 \rangle_{\psi(t)}$ e $\langle P^2 \rangle_{\psi(t)}$?).