

PROGRAMMA DETTAGLIATO DI ISTITUZIONI DI MECCANICA QUANTISTICA A.A. 2008/2009

(P.A. Marchetti – S. Rigolin)

PRELIMINARI E ORIGINI FISICHE DELLA M.Q.

Introduzione: l'esperimento delle fenditure di Young con particelle classiche, onde classiche e particelle quantistiche, conseguenti richieste per una teoria delle particelle quantistiche.

[Ricapitolazione della struttura matematica della Meccanica classica]: spazio delle fasi, evoluzione Hamiltoniana, parentesi di Poisson e teorema di Liouville, stati puri e misti].

Descrizione matematica di un sistema fisico: osservabili, spettro, stati, probabilità che una misura di un'osservabile dia un risultato compreso in un insieme, confronto teoria-esperimento, dalle probabilità ai valori medi tramite l'integrale di Lebesgue (-Stieltjes), l'evoluzione temporale; applicazione del formalismo alla Meccanica Classica. Cosa cambia la M.Q. e con quali conseguenze? (anteprima)

Le radici termodinamiche della M.Q.: i problemi con l'entropia classica per una determinazione troppo precisa di q e p in stati misti; l'interpretazione di Planck di $\hbar$ come misura minimale dell'area delle celle dello spazio delle fasi dell'oscillatore numerico 1D (motivata dal corpo nero)

Le radici algebriche della M.Q.: la regola di composizione non-addittiva (non-gruppale) delle frequenze nella spettroscopia dell'idrogeno (Ritz-Rydberg), la struttura addittiva (gruppale) delle frequenze emesse classicamente, [la derivazione delle regole di commutazione canoniche di Heisenberg dalla formula di Planck per l'oscillatore armonico] e la loro natura complessa, la quantizzazione canonica di Dirac.

Le radici ondulatorie della M.Q.: [La derivazione dell'equazione d'onda di Schrödinger dall'analogia con la formulazione ondulatoria dell'ottica geometrica] l'equazione di Schrödinger stazionaria e l'equazione di Schrödinger per l'evoluzione temporale della funzione d'onda ψ , l'equivalenza con il formalismo di Heisenberg, l'interpretazione statistica di Born per $|\psi|^2$ motivata dallo scattering (qualitativamente), le implicazioni della natura "ondulatoria" degli stati, il principio di sovrapposizione degli stati, le differenze con il principio di sovrapposizione delle onde classiche.

Particelle identiche (introduzione fenomenologica): L'equazione d'onda per più particelle, il principio di indistinguibilità delle particelle quantistiche, la conseguenza: statistiche bosoniche e fermioniche.

Stati a finite componenti: proprietà degli stati di polarizzazione del fotone ottenute estrapolando dai risultati per le onde polarizzate classiche, misure di polarizzazione, il formalismo bra-ket in spazi, finito dimensionali.

IL FORMALISMO DELLA M.Q.

Stati: spazi di Hilbert, necessità della completezza, rappresentazioni delle coordinate e dei momenti (notazione di Dirac), indipendenza fisica dalla rappresentazione concreta, raggi vettori, spazio degli stati (puri) di una teoria quantistica

Osservabili: operatori lineari su spazi di Hilbert, il problema del dominio e la sua interpretazione fisica, operatori chiusi, l'aggiunto, operatori simmetrici e autoaggiunti e la loro motivazione fisica, caso finito-dimensionale, proiettori e famiglia spettrale, valori medi, esempi e controesempi.

Spettro: definizione dello spettro tramite le fluttuazioni, il problema dello spettro continuo, lo spettro discreto o puntuale, autovalori e autovettori, la definizione generale di spettro, esempi fisici di spettri dell'energia.

Il formalismo di Dirac: bra e ket, completezze, il problema dello spettro continuo nel formalismo, bra come autofunzionali per X e P , cenno alla idea di estensione generale allo spettro continuo e autovettori generalizzati (spazi di Hilbert equipaggiati), relazione con la famiglia spettrale.

Evoluzione temporale per sistemi isolati: Evoluzione temporale come trasformazione negli stati che preserva i moduli dei prodotti scalari, la struttura unitaria dell'evoluzione (cenno ai teoremi di Wigner e Bargmann), cenni al teorema di Stone sull'esistenza del generatore H , problemi di dominio di H e studio dell'evoluzione in termini di (famiglie spettrali e) autovalori / autovettori generalizzati, cenno alla visuale di Heisenberg e analogia col caso classico.

La misura: misure di prima e seconda specie, il caso discreto non degenerare, misure ideali di prima specie e il caso discreto degenerare, il postulato di proiezione di von Neumann, il "collasso" della funzione d'onda confrontato con le misure classiche su stati misti, esempi di misure.

Conseguenze generali dei postulati: principio di indeterminazione come conseguenza della struttura algebrica non commutativa delle osservabili e suoi limiti, equivalenza tra commutatività e compatibilità tra le osservabili tramite l'esistenza di una base di auto vettori comuni nel caso di spettro discreto, insieme completo di osservabili compatibili e equivalenza (nel caso di spettro discreto) con l'esistenza di una base ortonormale o con una completezza (non degenerare), rappresentazioni associate, insieme irriducibile di osservabili e particelle elementari quantistiche con analogo classico.

Sistemi composti: somma diretta e prodotto tensore tra spazi di Hilbert, alcuni isomorfismi utili, lo spazio di Hilbert dei sistemi composti e le sue osservabili.

APPLICAZIONI

Particella in potenziale (costante a tratti) in 1D: particella libera, pacchetto d'onda gaussiano e sua dispersione, gradino di potenziale, barriera di potenziale, effetto tunnel e decadimento α (cenni), potenziale con δ di Dirac, modello di Kronig-Penney.

Oscillatore armonico: derivazione dello spettro dell'energia usando le relazioni di commutazione canoniche, a , a^+ , N , motivazione dell'energia dello stato fondamentale col

principio di indeterminazione, applicazione alla particella carica in 2D in campo magnetico uniforme e costante (livelli di Landau).

Momento angolare: Il momento angolare orbitale e le regole di commutazione per le componenti e con X e P , derivazione dello spettro usando le regole di commutazione tra le componenti del momento angolare, la relazione con le rotazioni del momento angolare orbitale (cenni) e le corrispondenti restrizioni sullo spettro, la forma esplicita del momento angolare orbitale in coordinate polari e [derivazione delle armoniche sferiche come soluzione dell'equazione agli auto valori], esistenza dello spin, relazione con il teorema di Bargmann per le rotazioni (cenni), particelle elementari quantistiche e loro spazio di Hilbert, lo spin $\frac{1}{2}$ e le matrici di Pauli σ , spin $\frac{1}{2}$ in campo magnetico, la legge di composizione del momento angolare tra due sistemi.

Moto in campo a simmetria centrale: l'equazione di Schrödinger stazionaria e la separazione della parte relativa al centro di massa, la relazione tra P^2 e L^2 con attenzione al dominio del momento radiale P_r , $\{H, L^2, L_3\}$ come insieme completo di osservabili compatibili, [soluzione nel caso della particella libera in coordinate sferiche (funzioni di Bessel sferiche, soluzione dell'equazione radiale per gli stati legati ($E < 0$) dell'atomo di idrogeno (polinomi di Laguerre generalizzati) e] livelli energetici di Bohr.

N.B. Delle parti tra parentesi quadre nell'orale è richiesta solo l'idea generale e non i dettagli.