Introduzione alla QED: Scritto del 31/01/2013

Si consideri la seguente Lagrangiana di interazione tra un campo scalare carico ϕ (di massa M e carica Q) con un fermione ψ (di massa m e carica q_ψ) ed un fermione χ (di massa nulla e carica q_χ):

$$\mathcal{L}_I = \lambda \left[(\partial_\mu \phi) \overline{\psi} (1 - \gamma_5) \gamma^\mu \chi \, + \, \text{h.c.} \right] \, .$$

Con λ si intende una costante reale non nulla e con h.c. si intende l'operatore hermitiano coniugato.

1. Si determini la dimensione della costante di accoppiamento λ in unità naturali di massa;
2. Si determinino le cariche Q, q_ψ e q_χ in modo che la Lagrangiana sia invariante rispetto ad una simmetria (globale) $U(1)$;
3. Si scriva l'espressione esplicita di h.c.;

Si consideri ora la Lagrangiana:

$$\mathcal{L}'_I = \lambda \, m \left[i \, \phi \, \overline{\psi} (1 - \gamma_5) \chi \, + \, \text{h.c.} \right] \, .$$

4. Si dimostri che $\mathcal{L}_I$ e $\mathcal{L}'_I$ definiscono teorie equivalenti al primo ordine perturbativo in λ. Ovvero, quando i campi ψ, χ soddisfano alle equazioni del moto libere, esiste un X^μ tale che

   $$\mathcal{L}'_I = \mathcal{L}_I + \partial_\mu X^\mu \, .$$

   Si determini tale X^μ;
5. Si determini la regola di Feynman associata alla Lagrangiana $\mathcal{L}'_I$;
6. Si indichino con S,F e f le particelle associate ai campi ϕ, ψ e χ rispettivamente e con $\bar{S}, \bar{F}, \bar{f}$ le corrispondenti antiparticelle. Si dica quali decadimenti di S ($\bar{\text{S}}$) sono possibili a partire dalla Lagrangiana $\mathcal{L}'_I$ (si assuma $M > m_\psi$);
7. Si calcoli l'ampiezza di decadimento della particella S, al primo ordine in λ, nel sistema di riferimento in cui S si trova a riposo.