Introduzione alla QED: Scritto del 19/09/2013

Si consideri la seguente Lagrangiana di un campo scalare complesso ϕ in interazione con un campo vettoriale massivo reale, A_μ:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - m^2 \phi^\dagger \phi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} M^2 A^\mu A_\mu$$

dove la derivata "covariante" D_μ che agisce sul campo scalare è definita $D_\mu \phi \equiv (\partial_\mu + i\, q\, A_\mu)\, \phi$ e $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

1. Si dimostri che $\mathcal{L}$ ha una simmetria $U(1)$ globale. Si determini sotto quale condizione la Lagrangiana possiede anche una invarianza $U(1)$ locale (i.e gauge);

2. Si ricavino le equazioni del moto per i campi ϕ ed A_μ;

3. Assumendo $\mathcal{H}_{int} = -\mathcal{L}_{int}$, si derivino esplicitamente le regole di Feynman per tutti i possibili vertici di interazione scalare–fotone. Suggerimento: si parta dall'operatore $S = T\left[\exp\left\{i \int d^4x\, \mathcal{L}_F(x)\right\}\right]$, e si calcolino esplicitamente le ampiezze $\langle s_{fin}|S^{(1)}|s_{in}\rangle$, con s_{in},s_{fin} stati iniziali e finali opportunamente scelti;

4. Si disegnino tutti i possibili diagrammi di Feynman (all'ordine q^2) per lo scattering tra la particella scalare s associata al campo ϕ e la particella vettoriale v associata al campo vettoriale massivo A_μ:

   $$s(p) + v_\lambda(k) \to s(p') + v_{\lambda'}(k') \; .$$

   Si calcoli l'ampiezza di Feynman per tale processo;

5. Si calcoli la sezione d'urto differenziale non polarizzata per tale processo, nel sistema di riferimento del centro di massa e si esprima in termini delle variabili di Mandelstam;

6. Si ottenga la sezione d'urto differenziale non polarizzata per il processo

   $$s(p_1) + \bar{s}(p_2) \to v_{\lambda_1}(k_1) + v_{\lambda_2}(k_2) \; .$$

   Suggerimento: fate attenzione alla peculiarità dello stato finale $\cdots$

NB: I risultati discussi a lezione (o presenti sui libri di testo) vanno debitamente discussi e motivati