# Introduzione alla QED: Scritto del 04/02/2014

Si consideri la seguente Lagrangiana di un campo scalare reale $\phi$:

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}(\partial^\mu \phi)(\partial_\mu \phi) - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4$$

1. Si dica se la Lagrangiana $\mathcal{L}_\phi$ possiede una qualche simmetria interna. Se la risposta é affermativa si dica se a questa simmetria interna puó essere associata una corrente conservata di Noether.

Si consideri ora il caso in cui il campo scalare $\phi$ interagisce con un campo fermionico massivo, $\psi$, di massa $m_\psi$. La Lagrangiana totale che descrive la teoria è data da:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_\psi + \mathcal{L}_Y$$

dove $\mathcal{L}_\psi$ è la Lagrangiana di Dirac e $\mathcal{L}_Y$ è la Lagrangiana di interazione tra un il campo scalare ed il campo fermionico, data esplicitamente da:

$$\mathcal{L}_Y = y\left(\overline{\psi}_L\psi_R + a\,\overline{\psi}_R\psi_L\right)\phi\,.$$

con $a$ una costante, in generale complessa.

2. Si dica quali valori può assumere $a$ (assumendo l'hermiticità della Lagrangiana $\mathcal{L}$);

3. Si dica se la Lagrangiana totale $\mathcal{L}$ possiede ancora la simmetria interna discussa al punto 1);

4. Si derivino le equazioni del moto per i campi $\phi$ ed $\psi$;

5. Si ricavino esplicitamente le regole di Feynman per tutti i possibili vertici di interazione di $\mathcal{L}$ (NB: non basta scriverle, bisogna ricavarle partendo dalla Lagrangiana).

6. Si calcoli l'ampiezza di Feynman $\mathcal{M}$ per lo scattering:

$$f^-(p) + f^-(k) \to f^-(p') + f^-(k')\,.$$

7. Date le variabili di Mandelstam:

   $$s = (p+k)^2 = (p'+k')^2 \quad , \quad t = (p-p')^2 = (k-k')^2 \quad , \quad u = (p-k')^2 = (k-p')^2$$

   si dimostri che per il processo in esame $s + t + u = 4\,m_\psi^2$.

8. Si calcoli i modulo quadrato dell'ampiezza di Feynman non polarizzata $|\overline{\mathcal{M}}|^2$, assumendo per semplicità $m_\psi = 0$. Si esprima il risultato in termini delle variabili di Mandelstam.

9. Si calcoli la sezione d'urto differenziale non polarizzata per tale processo.

**NB: I risultati discussi a lezione (o presenti sui libri di testo) vanno debitamente discussi e motivati**