**Esercizi di cinematica. Moto in 2D.**

**Moto generico.** Salvo diversamente specificato, le posizioni si intendono espresse in metri ed i tempi in secondi. I simboli $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ indicano rispettivamente i versori degli assi x, y, z.

**1.** Un protone viaggia nel piano xy con la seguente legge oraria: $\vec{r}(t) = \left(10^7 t - 8\cdot 10^{12} t^2\right)\vec{i} + \left(2 + 3\cdot 10^7 t\right)\vec{j}$. Calcolare velocità e accelerazione al tempo t=2.0μs. [ $\mathbf{v} = (-2.2\cdot 10^7, 3.0\cdot 10^7)$m/s , $v = 3.7$m/s ; $a = \left(-1.6\cdot 10^{13}, 0\right)$m/s$^2$ ]

**2.** Una particella si muove nel piano xy con accelerazione $\vec{a} = 5\vec{i}$ . Sappiamo che, al tempo t=0, la particella passa per l'origine con velocità $\vec{v}(0) = 30\vec{i} - 8\vec{j}$ . Calcolare velocità e posizione al tempo t=2.0s. [**v**=(40, -8.0) m/s, **r**=(70, -16) m ]

**3.** Una elettrone con velocità iniziale $5.0\cdot 10^6 m/s$ parallela all'asse x attraversa una regione di 4.0cm nella quale subisce un'accelerazione di $2\cdot 10^{14} m/s^2$ nel verso positivo dell'asse y. Di che angolo è deviata la traiettoria? [17.7°]

**Moto parabolico.** Ignorare la resistenza dell'aria, anche se in alcuni casi non sarebbe fisicamente corretto. Il suolo si suppone orizzontale, salvo diversamente specificato.

**4.** Un fucile è puntato orizzontalmente verso un bersaglio alla distanza di 30m. Il proiettile colpisce 1.9 cm sotto il centro. Qual è il tempo di volo e la velocità del proiettile? [*62 ms, 480 m/s*]

**5.** Un aereo in volo orizzontale a 350km/h sgancia un pacco da un'altezza di 200m. Trascurando la resistenza dell'aria, quanto vale tempo di caduta ed il modulo della velocità all'impatto? Se la velocità dell'aereo fosse stata di 450km/h, come sarebbe cambiato il tempo di caduta? [ 6.4s, 116m/s; n.c. ]

**6.** Un aereo in picchiata a 360 km/h orientato a 25° verso il basso, sgancia una bomba all'altezza di 300m. Determinare il tempo di caduta e quanto dista, in orizzontale, il punto di caduta dal punto in cui è avvenuto lo sgancio. [4.6s, 420m]

**7.** Un sasso è lanciato con velocità $v_0$=20m/s ad un angolo di 30° rispetto all'orizzontale. A che distanza cade? Dopo quanto tempo? [35m, 2.0s] Determinare l'altezza massima raggiunta dal sasso. Quant'è la velocità nel punto più alto? [*5.1m, 17 m/s*]

**8.** Un pallone, calciato verso un muro distante d=7.0 m, lo colpisce all'altezza 3.0m dopo un tempo t=0.75s. Determinare il modulo della velocità e l'angolo di lancio. [$v_0$*=14.5 m/s,* $\theta$*=49.8*°]

**9.** Un proiettile ha una velocità di 15m/s nel vertice della traiettoria parabolica. Quanto valgono, in quell'istante, la sua accelerazione ed il raggio di curvatura della traiettoria? [$a=g$, $R=22.9m$]

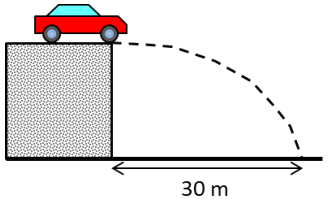
**10.** Un obice ha gittata massima D=15km. Quanto vale la velocità del proiettile all'uscita? Qual è l'alzo per colpire un bersaglio a 12km? [$v_0$=*384m/s*, *26.6*° o *63.4*°].

**11.** Nel problema precedente, determinare l'altezza massima del proiettile ed il tempo impiegato per raggiungere il bersaglio nei 2 casi. [$y_{max}$=*3.0 km* e *t=49.5s* per $\theta$=*26.6*°, *12km* e *t=98.9s* per $\theta$=*63.4*°]

**12.** Un'automobile è caduta in una scarpata, con un salto di 10m. Sapendo che la strada è orizzontale e osservando che il punto di caduta dista 30m, orizzontalmente, dal ciglio della strada calcolare:

***a)*** la velocità dell'auto quando è uscita di strada;

***b)*** l'angolo di impatto con il suolo.




**13.** James Bond salta con l'auto fra le due metà di un ponte levatoio che si sta aprendo, quando sono a distanza D=15m. Calcolare la velocità necessaria sapendo che i punti sono allo stesso livello e le due metà sono inclinato di 10°. [$v \geq 105\,km/h$]

**14.** Un uomo scaglia una freccia verso una mela, puntando esattamente verso di essa. Mostrare che la colpirà infallibilmente se questa si stacca nello stesso istante del lancio.

**15.** Determinare le condizioni di gittata massima su un piano inclinato che forma un angolo $\alpha$ rispetto all'orizzontale [in gradi: $\theta_{\max} = 45° - \alpha/2$]

**16.** Determinare le condizioni di gittata massima se il punto di arrivo è su un piano orizzontale, ma ad un dislivello h rispetto al punto di partenza (h>0 se è più alto, h<0 se è più basso. Problema difficile!) $\left[ \tan\theta_{\max} = \frac{1}{\sqrt{1-2gh/v_0^2}} \right]$

## Moto circolare.

**17.** Sappiamo che se la velocità è costante in modulo l'accelerazione può essere solo normale alla velocità, ovvero centripeta. Mostrare che vale anche il viceversa: se l'accelerazione è sempre normale alla traiettoria il modulo della velocità non cambia.

**18.** Approssimando l'orbita terrestre con una circonferenza di raggio $150 \cdot 10^6$ km, determinare la velocità orbitale della terra. [29.8 km/s]

**19.** Calcolare velocità e accelerazione di un corpo "fermo" all'equatore dovute alla rotazione terrestre. Ripetere per un oggetto alla latitudine di 45° (Approssimare la Terra con una sfera di raggio 6372 km). [465m/s, 0.0339m/s$^2$ all'equatore, 329m/s, 0.0240m/s$^2$ a 45°].

**20.** L'elettrone dell'atomo di idrogeno è in orbita circolare uniforme intorno al protone ad una distanza $R=0.528\cdot10^{-10}$ m con velocità $2.18\cdot10^{6}$ m/s (modello di Bohr). Qual è l'accelerazione dell'elettrone? [$9.0\cdot10^{22}$ $m/s^2$]

**21.** In quali ore del giorno la lancetta dei minuti è esattamente sovrapposta a quella delle ore? [$12n/11$ $h$ : 1:05:27, 2:10:55, 3:16:22, ...]

**22.** Un'auto riesce a percorrere una curva se la sua accelerazione centripeta non supera il valore di 9.5m/s$^2$. Determinare il raggio della curva affinché la possa affrontare alla velocità di 80 km/h. [$R>52m$]

**23.** Una ruota di raggio 125cm ruota compie 80 giri al minuto a velocità angolare costante. A partire dall'istante t=0s rallenta con accelerazione angolare costante fino a fermarsi dopo aver 12 giri. Determinare ***a***) la velocità iniziale di un punto sulla circonferenza, ***b***) l'accelerazione angolare nella fase di decelerazione e ***c***) in quale istante l'accelerazione di un punto sulla circonferenza forma un angolo di 45° con la velocità. [*10.5 m/s*; *0.93* rad/s$^2$; *7.96 s* (perché non l'altra soluzione?)]

**24.** Un'auto percorre una curva di raggio 50 m alla velocità di 72 km/h. Il guidatore frena improvvisamente imprimendo un'accelerazione tangente pari a 9.0m/s$^2$. Calcolare il modulo dell'accelerazione prima e subito dopo aver premuto il freno. [*8.0m/s$^2$, 12.0m/s$^2$*]