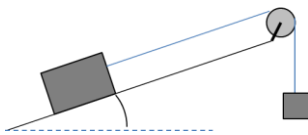


**Prima prova di accertamento di Fisica 1
per Studenti Lavoratori di Ingegneria. 23 Maggio 2015**

Cognome	Nome	Matricola	cds

1. Un autocarro viaggia a 90km/h in autostrada. Un'auto, ferma in una piazzola di emergenza, parte quando l'autocarro si trova a 35 m di distanza, mantenendo accelerazione costante. Calcolare il valore dell'accelerazione affinché l'auto non venga raggiunta dall'autocarro.
2. Un blocco di 5.0 kg giace su un piano inclinato che forma un angolo di 25° con l'orizzontale. Ad esso è collegata una massa m_2 tramite un filo che passa su una puleggia ideale.
The diagram shows a grey rectangular block on a grey inclined plane. The plane is at an angle of 25 degrees to a horizontal dashed line. A blue rope is attached to the block, runs parallel to the incline, passes over a small grey pulley at the top of the incline, and then hangs vertically down to a second grey rectangular mass.
a) Quanto deve valere m_2 per avere equilibrio se il piano è liscio? Grazie all'attrito il blocco rimane in equilibrio con $m_2=3.0\text{kg}$. **b)** Calcolare la forza di attrito statico e mostrare che l'equilibrio è possibile se $\mu_s=\mu_D=0.30$. Se il filo si spezza **c)** quanto vale l'accelerazione del blocco?
3. Una persona di 70kg fa base-jumping con un elastico lungo 7.0 m (lunghezza a riposo) di costante elastica 150 N/m. **a)** Calcolare l'allungamento massimo dell'elastico. **b)** Calcolare l'accelerazione massima a cui è soggetto il saltatore. **c)** Quanto deve valere la lunghezza a riposo affinché una persona di 120kg si fermi a 25m dal punto in cui si lancia? (si supponga trascurabile la velocità iniziale).

Soluzioni

1. autocarro: $x_1(t) = v_1 t$
automobile: $x_2(t) = D + \frac{1}{2}at^2$

L'autocarro non raggiunge l'auto se l'equazione $x_1 = x_2$ non ha soluzioni reali, ovvero se $\Delta = v_1^2 - 2aD < 0$, cioè $a > 8.9 \text{ m/s}^2$.

In alternativa si può richiedere che, nel tempo che l'auto impiega per raggiungere la velocità dell'autocarro, questo non la raggiunga. Ovvero che $x_1(t) < x_2(t)$ al tempo $t = \frac{v_1}{a}$ (dopo non la potrà più raggiungere). Sostituendo l'espressione di t nella disuguaglianza si ricava a .

2a. La condizione di equilibrio per m_2 è $T = m_2 g$; se il piano è liscio la condizione di equilibrio per m_1 è $T = m_1 g \sin \theta$. Quindi $m_2 = m_1 \sin \theta = 2.1 \text{ kg}$.

2b. Con attrito la condizione di equilibrio di m_1 diventa $T = f_s + m_1 g \sin \theta$, mentre per m_2 non cambia. Pertanto $f_s = (m_2 - m_1)g = 8.7 \text{ N}$ (diretta verso il basso). La reazione normale vale $N = m_1 g \cos \theta$ e si verifica che $f_s < \mu_s N = 13.3 \text{ N}$.

2c. Se il filo si spezza non può esserci equilibrio ($\tan \theta = 0.47 > \mu_s$) e l'accelerazione vale $a = g(\sin \theta - \mu_D \cos \theta) = 1.48 \text{ m/s}^2$.

3a. Dalla conservazione dell'energia meccanica, ponendo $E_p = 0$ nel punto iniziale per la forza peso: $0 = -mg(\ell + x) + \frac{k}{2}x^2$ da cui $x = 13.8 \text{ m}$ (x è l'allungamento dell'elastico: si accettano solo valori positivi).

3b. L'accelerazione è massima quando l'allungamento è massimo. Assumendo verso positivo in su: $kx - mg = ma$ da cui $a = 19.8 \text{ m/s}^2$.

3c. L'equazione di cons. energia è la stessa, salvo che la massa è diversa e $\ell + x = D = 25 \text{ m}$. Risulta $x = 19.8 \text{ m}$ e quindi $\ell = D - x = 5.2 \text{ m}$

Soluzione alternativa alla domanda 3a, che non utilizza la conservazione dell'energia ma sfrutta il fatto che il moto è armonico.

Si consideri come istante iniziale ($t=0$) quello in cui l'elastico inizia a tendersi. In quell'istante la velocità è $v_0 = \sqrt{2g\ell}$ e, per semplicità, consideriamo un asse x verticale orientato in giù, con origine proprio in quel punto (cioè sotto il punto di lancio di $\ell = 7 \text{ m}$). Il moto è armonico e centrato intorno alla posizione di equilibrio $x_0 = mg/k$. Definita la pulsazione $\omega = \sqrt{k/m}$, conviene scrivere la legge oraria nella forma $x(t) = x_0 + A \sin \omega t + B \cos \omega t$, con le condizioni: $x(0) = 0$ e $v(0) = v_0$. Di qui si ricava $A = -x_0$ e $B = v_0/\omega$.

La legge oraria si può riscrivere nella forma $x(t) = x_0 + C \sin(\omega t + \varphi)$ dove $C = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{x_0^2 + 2x_0\ell} = 9.2 \text{ m}$. L'allungamento massimo dell'elastico è $x_0 + C = 13.8 \text{ m}$.

